

СОВРЕМЕННЫЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ПОЛУЧЕНИЯ ИЗДЕЛИЙ ИЗ ДРЕВЕСИНЫ

УДК 674.033.2-413.84

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ ОБРЕЗНОЙ ДОСКИ, ПОЛУЧАЕМОЙ ИЗ СЕГМЕНТА, С УЧЕТОМ ШИРИНЫ ПРОПИЛА

А.И. Агапов,

д-р технич. наук, профессор, ФГБОУ ВПО «ВятГУ», г. Киров, РФ.

marina_mtd@mail.ru

В статье рассматривается задача оптимизации размеров обрезной доски, получаемой из сегмента, и предлагаются формулы для определения оптимальных размеров этой доски.

При раскросе пиловочника брусом-развальным способом, прежде всего, планируется выпилить брус определенной толщины. При этом толщина бруса не всегда совпадает с оптимальным размером [3, 4]. В этом случае получаются сегменты, для которых оптимальное соотношение выпиленной доски из него, определенное в результате решения общей задачи оптимизации, не всегда совпадает с оптимальным размером [1]. При решении задачи оптимизации раскроса пиловочника брусом-развальным способом с выпиливанием бруса и одной пары боковых досок оптимальными относительными размерами являются: толщина бруса – $0,526d$, а толщина доски – $0,162$ от диаметра бревна в вершинном торце [2]. В результате возникает задача определения оптимальных размеров обрезной доски из оставшегося сегмента после брусом-развального способа раскроса пиловочника (рис. 1).

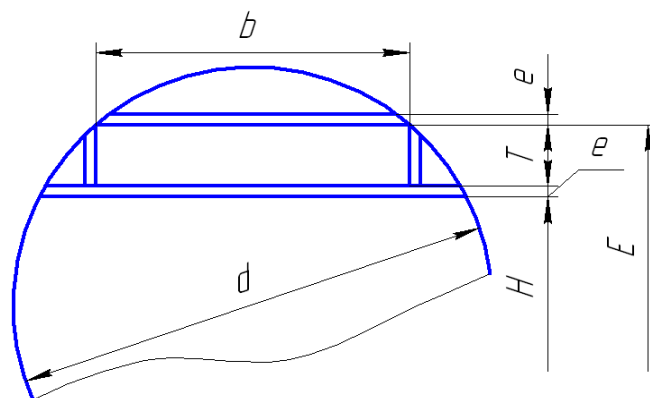


Рис. 1. Схема раскроса сегмента с выпиливанием одной обрезной доски

Постановка и решение задачи оптимизации основывается на том, что очевидно имеются такие размеры доски, при которых получается наибольший объем. Эти размеры можно считать оптимальными. Для определения оптимальных размеров обрезной доски, получаемой из сегмента, в качестве критерия выбираем объем этой обрезной доски. Целевую функцию можно записать в виде площади поперечного сечения обрезной доски, вписанной в сегмент [1, 2]:

$$Z = Tb, \quad (1)$$

где T – толщина обрезной доски,

b – ширина обрезной доски.

При решении задачи полагаем, что размеры пиловочника и толщина выпиленного бруса известны. Для написания уравнения связи воспользуемся теоремой Пифагора. Взаимосвязь диаметра бревна с размерами доски можно представить в следующем виде:

$$d^2 - b^2 - (H + 2T + 2e)^2 = 0, \quad (2)$$

где d – диаметр пиловочника в вершинном торце

H – толщина бруса,

e – ширина пропила.

Полагаем, что математическая модель составлена.

Для решения задачи воспользуемся методом множителей Лагранжа. Функцию Лагранжа записываем в следующем виде:

$$L = Tb + \lambda (d^2 - b^2 - H^2 - 4T^2 - 4e^2 - 4HT - 4He - 8Te), \quad (3)$$

где λ – множитель Лагранжа.

Находим частные производные от функции Лагранжа и приравняем их к нулю

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial T} = T - 2\lambda b = 0, \\ \frac{\partial L}{\partial b} = b - 8\lambda T - 4\lambda H - 8\lambda e = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Решаем систему уравнений (4) совместно с уравнением связи. Из первого уравнения системы (4) можно написать

$$T = \lambda b, \quad \lambda = \frac{T}{2b}. \quad (5)$$

Во второе уравнение системы (4) подставляем равенство (5), получим

$$b^2 = 4T^2 + 2HT + 4eT. \quad (6)$$

В последнее уравнение (6) подставляем уравнение связи (2), получим

$$d^2 - H^2 - 8T^2 - 4e^2 - 6HT - 4He - 12Te = 0. \quad (7)$$

Из полученного уравнения (7) определяем толщину обрезной доски. Поэтому это уравнение представляем в следующем виде

$$T^2 + \frac{3}{4} (H + 2e) T - \frac{1}{8} (d^2 - (H + 2e)^2) = 0. \quad (8)$$

Решая это квадратное уравнение (8), получим

$$T = \frac{1}{8} (\sqrt{8d^2 + (H + 2e)^2} - 3 (H + 2e)). \quad (9)$$

Подставляем последнее равенство (9) в уравнение связи (2), получим

$$b = \sqrt{\frac{d^2}{2} - \frac{1}{8} ((H + 2e)^2 + (H + 2e) \sqrt{8d^2 + (H + 2e)^2})} \quad (10)$$

Таким образом, задача решена. Впервые получены формулы для определения оптимальных размеров обрезной доски, выпиливаемой из сегмента, с учетом ширины пропила.

В этих формулах размеры обрезной доски зависят от диаметра бревна, толщины выпиливаемого бруса, а также от ширины пропила. Для анализа влияния этих факторов на оптимальные размеры обрезной доски, получаемой из сегмента, производим следующие расчеты. Вначале задаемся толщиной бруса, а затем изменяем ширину пропила и вычисляем размеры обрезной доски и величину целевой функции. Для упрощения расчетов и анализа результатов, полученные выше формулы представляем в относительных единицах, полагая $\frac{H}{d} = m_H$, а $\frac{e}{d} = m_e$. Тогда полученные выше формулы будут иметь следующий вид. Толщина обрезной доски в относительных единицах определится по формуле

$$m_T = \frac{T}{d} = \frac{1}{8} (\sqrt{8 + (m_H + 2m_e)^2} - 3 (m_H + 2m_e)). \quad (11)$$

Ширина обрезной доски в относительных единицах определится по формуле

$$m_b = \frac{b}{d} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{8} (m_H + 2m_e)^2 + (m_H + 2m_e) \sqrt{8 + (m_H + 2m_e)^2}}. \quad (12)$$

При анализе результатов расчета важно знать величину пифагорической зоны E, которую можно определить по формуле

$$E = H + 2T + 2e. \quad (13)$$

В относительных единицах величина пифагорической зоны определится по формуле

$$m_E = \frac{E}{d} = m_H + 2m_T + 2m_e. \quad (14)$$

Целевая функция в относительных единицах запишется в следующем виде

$$m_Z = m_T m_b. \quad (15)$$

Результаты расчетов представлены в таблице 1.

Таблица 1

Оптимальные относительные размеры обрезной доски и значение целевой функции для различных относительных размеров бруса и ширины пропила

m_H	m_e	m_T	m_b	m_Z	m_E	$\frac{m_T}{m_b}$	$\frac{m_b}{m_T}$	λ
0,3	0	0,2430	0,6181	0,1502	0,786	0,393	2,543	0,196
0,3	0,005	0,2394	0,6146	0,1471	0,789	0,389	2,567	0,194
0,3	0,01	0,2358	0,6110	0,1440	0,792	0,386	2,591	0,192
0,3	0,015	0,2322	0,6074	0,1410	0,794	0,382	2,616	0,191
0,3	0,02	0,2286	0,6037	0,1380	0,797	0,379	2,640	0,189
0,3	0,025	0,225	0,6	0,135	0,8	0,375	2,667	0,187
0,3	0,03	0,2214	0,5962	0,1320	0,803	0,371	2,693	0,186
0,5	0	0,1715	0,5378	0,0923	0,843	0,319	3,135	0,159
0,5	0,005	0,1680	0,5332	0,0896	0,846	0,315	3,173	0,158
0,5	0,01	0,1645	0,5285	0,0869	0,849	0,311	3,213	0,156
0,5	0,015	0,1610	0,5237	0,0843	0,852	0,307	3,253	0,154
0,5	0,02	0,1574	0,5188	0,0817	0,855	0,303	3,295	0,152
0,5	0,025	0,1539	0,5139	0,0791	0,858	0,299	3,339	0,150
0,5	0,03	0,1504	0,5089	0,0765	0,861	0,295	3,383	0,148
0,7	0	0,1017	0,4287	0,0436	0,9034	0,2373	4,215	0,119
0,7	0,005	0,0983	0,4221	0,0415	0,9065	0,2328	4,295	0,116
0,7	0,01	0,0948	0,4154	0,0394	0,9097	0,2283	4,380	0,114
0,7	0,015	0,0914	0,4085	0,0373	0,9128	0,2237	4,469	0,112
0,7	0,02	0,0880	0,4014	0,0353	0,9159	0,2191	4,564	0,109
0,7	0,025	0,0845	0,3942	0,0333	0,9190	0,2144	4,663	0,107
0,7	0,03	0,0811	0,3867	0,0314	0,9222	0,2097	4,769	0,105

В таблице 1 представлены также расчеты пифагорической зоны, а также отношение размеров обрезной доски (толщины и ширины). Данные таблицы 1 показывают, что с увеличением относительной толщины бруса относительные размеры обрезной доски уменьшаются, причем толщина доски уменьшается в большей мере, чем ширина ее. Поэтому отношение m_b/m_T с увеличением относительной толщины бруса возрастает. Пифагорическая зона с увеличением толщины бруса также возрастает.

С увеличением ширины пропила размеры обрезной доски уменьшаются, причем толщина обрезной доски уменьшается в большей степени, чем ее ширина. Следовательно, и целевая функция с увеличением ширины пропила уменьшается по сложной закономерности. При $m_H=0,7$ оптимальная относительная толщина обрезной доски, получаемой из сегмента может находиться в пределах 0,10...0,081 в зависимости от ширины пропила. Эти соотношения согласуются с работами Х.Л.Фельдмана.

Таким образом, используя полученные выше формулы можно определить оптимальные размеры обрезной доски для любых вариантов размеров выпиливаемого бруса с учетом ширины пропила.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Агапов А.И. Оптимизация брусово-развального способа раскроя пиловочника с выпиливанием двух брусьев / А.И. Агапов. – Киров: ВятГУ. Деп. в ВИНТИ РАН 08.07.2011г, №333-В2011. – 77с.
2. Агапов А.И. Оптимизация технологических процессов деревообработки: учебное пособие / А.И. Агапов. – Киров: ВятГУ, 2012. – 81с.
3. Титков Г.Г. Краткое руководство по составлению и расчету поставок / Г.Г. Титков. – М.: Гослесбумиздат, 1955.
4. Уласовец В.Г. Технологические основы производства пиломатериалов: учебное пособие / В.Г. Уласовец. – Екатеринбург: УГЛТУ, 2002. – 510с.