

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Костромской государственной университет»

УТВЕРЖДАЮ  
проректор по образовательной деятельности  
И. Ю. Герасимчук

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
ПО АЛГЕБРЕ, ГЕОМЕТРИИ  
И НАЧАЛАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА**  
вступительное испытание на базе профессионального образования

Составители:  
к.т.н., доцент Ю. А. Собашко  
к.п.н., доцент С. Ф. Катержина

Кострома  
2026

## Пояснительная записка

Вступительное испытание проводится в соответствии с Правилами приема в КГУ, Регламентом проведения вступительных испытаний с использованием дистанционных технологий и Программой вступительного испытания.

Программа содержит перечень тем для подготовки к вступительному испытанию, описание формы вступительного испытания, критерии оценки, образцы заданий вступительного испытания, список рекомендуемой литературы для подготовки.

Вступительное испытание по алгебре, геометрии и основам математического анализа проводится для лиц, поступающих в КГУ на обучение в 2026/2027 уч. году **на базе среднего профессионального образования соответствующего профиля или высшего образования** (далее вместе – поступающие на базе профессионального образования)

Вступительный экзамен проводится **с использованием дистанционных технологий.**

**Продолжительность вступительного испытания – 90 минут.**

**Форма проведения вступительного испытания – онлайн-тестирование (дистанционно).**

При проведении вступительных испытаний с использованием дистанционных технологий идентификация личности абитуриента осуществляется посредством анализа учетных данных пользователя (логина и пароля) и предъявления паспорта (иного документа, удостоверяющего личность) в развернутом виде (разворот с фотографией на уровне глаз). Процедура идентификации личности абитуриента сопровождается видеofиксацией с помощью онлайн-сервисов.

Продолжительность вступительного испытания – **90 минут**. Абитуриенты, которые не успели за время тестирования полностью выполнить тестовые задания, сдают их незаконченными.

### Критерии оценки и шкала оценивания

Вступительное испытание оценивается по 100-балльной шкале.

Максимальное количество баллов за вступительное испытание – **100 баллов.**

Минимальное количество баллов для участия в конкурсе – **40 баллов.**

Каждый абитуриент получает индивидуальный вариант теста в системе СДО КГУ, состоящий из двух частей: первая часть (часть 1) – тестовые задания закрытого типа (с кратким ответом). Вторая часть (часть 2) – тестовые задания открытого типа (предполагается наличие полного, обоснованного решения задачи и записи ответа).

Ответы на тестовые задания закрытого типа система проверяет автоматически (часть 1, задания 1-12). Экзаменаторы проверяют полноту и правильность решения и ответов на тестовые задания открытого типа (часть 2, задания 13-17).

Каждое задание закрытого типа оценивается одной зачетной единицей (первичный балл). Задания части 2 (№№ 13 – 17) считаются выполненными правильно, если абитуриент привел развернутую запись решения задания с обоснованием каждого этапа и дал правильный ответ.

Шкала перевода первичных баллов (дистанционно)

<b>Первичный балл</b>	<b>Тестовый балл</b>
1	5
2	9
3	14
4	18
5	23
6	27
7	33
<b>8</b>	<b>40</b>
9	42
10	45
11	47
12	50
13	55
14	60
15	65
16	70
17	75
18	80
19	85
20	90
21	93
22	96
23	98
24	100
25	100

### Содержание вступительного испытания

Цель экзамена по математике: оценить степень подготовки абитуриентов по математике с целью конкурсного отбора для обучения. Задание экзамена по математике заключается в том, чтобы оценить знания и умения абитуриентов:

- строить математические модели реальных объектов, процессов и явлений и исследовать эти модели методами математики;

- выполнять математические расчеты (выполнять действия с числами, данными в разных формах, действия с процентами, составлять и решать задачи на пропорции, приближенные вычисления и т.д.);

- выполнять преобразования выражений (понимать смысловое значение каждого элемента выражения, находить допустимые значения выражений при заданных значениях переменных и т.д.);
- строить и анализировать графики простейших функциональных зависимостей, исследовать их свойства;
- решать уравнения, неравенства и их системы, решать текстовые задачи при помощи уравнений, неравенств и их систем;
- находить на рисунках геометрические фигуры и устанавливать их свойства;
- находить количественные характеристики геометрических фигур (длины, величины углов, площади, объемы);
- решать простейшие комбинаторные задачи и вычислять вероятности случайных событий;
- анализировать информацию, данную в графической, табличной, текстовой и других формах.

Название раздела, темы	Учащийся должен знать	Предметные умения и способы учебной деятельности
<b>АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА</b>		
<b>Раздел: ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ</b>		
<p>Действительные числа (натуральные, рациональные и иррациональные), их сравнение и действия с ними.</p> <p>Числовые множества и соотношения между ними.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- свойства действий над действительными числами;</li> <li>- правила сравнения действительных чисел;</li> <li>- признаки делимости натуральных чисел на 2, 3, 5, 9, 10;</li> <li>- правила округления целых чисел и десятичных дробей;</li> <li>- определения корня <math>n</math>-ой степени и арифметического корня <math>n</math>-ой степени;</li> <li>- свойства корней;</li> <li>- определение степени с натуральным, целым и рациональным показателями, их свойства;</li> <li>- числовые промежутки;</li> <li>- модуль действительного числа и его свойства.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- различать виды чисел и числовых промежутков;</li> <li>- сравнивать действительные числа;</li> <li>- выполнять действия с действительными числами;</li> <li>- использовать признаки делимости;</li> <li>- находить неполное частное и остаток от деления одного натурального числа на другое;</li> <li>- преобразовывать обыкновенную дробь в десятичную и бесконечную периодическую десятичную дробь – в обыкновенную;</li> <li>- округлять целые числа и десятичные дроби;</li> <li>- использовать свойства модуля для решения задач.</li> </ul>
<p>Отношения и пропорции.</p> <p>Проценты.</p> <p>Основные задачи на</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- отношения, пропорции;</li> <li>- основное свойство пропорции;</li> <li>- определение процента;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить отношения чисел в виде процента, процент от числа, число по значению его про-</li> </ul>

проценты.	- правила выполнения расчетов с процентами.	цента; - решать задачи на процентные расчеты и пропорции.
Рациональные, иррациональные, степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические выражения и их преобразования	- определение области допустимых значений переменных выражения с переменными; - определение тождественно равных выражений, тождественного преобразования выражения, тождества; - определение одночлена и многочлена; - правила сложения, вычитания и умножения одночленов и многочленов; - формулы сокращенного умножения; - разложение многочлена на множители; - определение алгебраической дроби; - правила выполнения действий с алгебраическими дробями; - определение и свойства логарифма, десятичный и натуральный логарифмы; - основное логарифмическое тождество; - определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргумента; - основное тригонометрическое тождество и следствия из него; - формулы приведения; - формулы сложения и следствия из них.	- выполнять тождественные преобразования рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений и находить их числовые значения при заданных значениях переменных.
<b>Раздел: УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ</b>		
Линейные, квадратные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические	- уравнение с одной переменной, определение корня (решения) уравнения с одной переменной; - неравенство с одной переменной, определение	- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также сводимые к ним уравнения и неравенства; - решать системы уравнений и неравенств первой и второй

<p>уравнения, неравенства и их системы.          Применение уравнений, неравенств и их систем к решению текстовых задач.</p>	<p>решения неравенства с одной переменной;          - определение решения системы с двумя переменными и методы их решений;          - равносильные уравнения, неравенства и их системы;          - методы решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, тригонометрических уравнений.</p>	<p>степени, а также к ним сводимые;          - решать уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические выражения;          - решать уравнения, содержащие тригонометрические выражения;          - решать иррациональные уравнения;          - применять общие методы и приемы (разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций) в процессе решения уравнений, неравенств и систем;          - пользоваться графическим методом решения и исследования уравнений, неравенств и систем;          - применять уравнения, неравенства и системы к решению текстовых задач;          - решать уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля;          - решать уравнения, неравенства и системы с параметрами</p>
<p><b>Раздел: ФУНКЦИИ</b></p>		
<p>Линейные, квадратичные, степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, их основные свойства. Числовые последовательности</p>	<p>- определение функции, область определения, область значения функции, график функции;          - способы задания функций, основные свойства и графики функций, указанных в названии темы;          определение функции, обратной данной;          - определение арифметической и геометрической прогрессий;          - формулы <math>n</math>-го члена арифметической и геометрической прогрессий;          - формулы суммы <math>n</math> первых</p>	<p>Область определения, область значения функции;          - исследовать функцию на четность (нечетность), периодичность;          - строить графики элементарных функций, указанных в названии темы;          - устанавливать свойства числовых функций, заданных формулой или графиком;          - использовать преобразования графиков функций;          - решать задачи на арифметическую и</p>

	<p>членов арифметической и геометрической прогрессий;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- формула суммы бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем <math> q  &lt; 1</math>.</li> </ul>	геометрическую прогрессию.
<p>Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- уравнение касательной к графику функции в точке;</li> <li>- определение производной функции в точке;</li> <li>- физический и геометрический смысл производной;</li> <li>- таблица производных элементарных функций;</li> <li>- правила нахождения производной суммы, произведения, частного двух функций;</li> <li>- правила нахождения производной сложной функции.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить угловой коэффициент и угол наклона касательной к графику функции в точке;</li> <li>- находить производные элементарных функций;</li> <li>- находить числовое значение производной функции в точке для заданного значения аргумента;</li> <li>- находить производную суммы, произведения и частного двух функций;</li> <li>- находить производную сложной функции;</li> <li>- решать задачи с использованием геометрического и физического смысла производной.</li> </ul>
<p>Исследование функции с помощью производной. Построение графиков функций.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- достаточное условие возрастания (убывания) функции на отрезке;</li> <li>- экстремумы функции;</li> <li>- определение наибольшего и наименьшего значения функции.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить промежутки монотонности функции;</li> <li>- находить экстремумы функции при помощи производной, наибольшее и наименьшее значения функции;</li> <li>- исследовать функцию при помощи производной и строить их графики;</li> <li>- решать прикладные задачи на нахождение наибольших и наименьших значений.</li> </ul>
<p>Первообразная и определенный интеграл. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей криволинейных трапеций.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- определение первообразной функции, определенного интеграла, криволинейной трапеции;</li> <li>- таблица первообразных функций;</li> <li>- правила нахождения первообразных;</li> <li>- формула Ньютона – Лейбница.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить первообразную, используя ее основные свойства;</li> <li>- применять формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла;</li> <li>- вычислять площадь криволинейной трапеции при помощи интеграла;</li> <li>- решать простейшие прикладные задачи, сводящиеся к нахождению интеграла.</li> </ul>

<b>ГЕОМЕТРИЯ</b>		
<b>Раздел: ПЛАНИМЕТРИЯ</b>		
Простейшие геометрические фигуры на плоскости и их свойства.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- понятия точки и прямой, луча, отрезка, ломаной, угла;</li> <li>- аксиомы планиметрии;</li> <li>- смежные и вертикальные углы, биссектриса угла;</li> <li>- свойства смежных и вертикальных углов;</li> <li>- свойство биссектрисы угла;</li> <li>- параллельные и перпендикулярные прямые;</li> <li>- перпендикуляр и наклонная, серединный перпендикуляр, расстояние от точки до прямой;</li> <li>- признаки параллельности прямых;</li> <li>- теорема Фалеса, обобщенная теорема Фалеса.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять определения, признаки и свойства простейших геометрических фигур к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>
Окружность и круг.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- окружность, круг и их элементы;</li> <li>- центральные, вписанные углы и их свойства;</li> <li>- свойства двух пересекающихся хорд,</li> <li>- касательные к окружности и их свойства.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять полученные знания к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>
Треугольники.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- виды треугольников и их основные свойства;</li> <li>- признаки равенства треугольников;</li> <li>- медиана, биссектриса, высота треугольника и их свойства;</li> <li>- теорема о сумме углов треугольника;</li> <li>- неравенство треугольника;</li> <li>- средняя линия треугольника и ее свойства;</li> <li>- окружность, описанная около треугольника, и окружность, вписанная в треугольник;</li> <li>- теорема Пифагора, пропорциональные отрезки прямоугольного треугольника;</li> <li>- соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника;</li> <li>- теорема синусов;</li> <li>- теорема косинусов.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- классифицировать треугольники по сторонам и углам;</li> <li>- решать треугольники;</li> <li>- применять определения и свойства разных видов треугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием;</li> <li>- находить радиусы окружности, описанной около треугольника, и окружности, вписанной в треугольник.</li> </ul>
Четырехугольник.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- четырехугольник и его элементы;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять определения, признаки и свойства разных</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- параллелограмм и его свойства;</li> <li>- признаки параллелограмма;</li> <li>- прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция и их свойства;</li> <li>- средняя линия трапеции и ее свойство;</li> <li>- вписанные в окружность и описанные около окружности четырехугольники.</li> </ul>	<p>видов четырехугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</p>
Многоугольники.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- многоугольник и его элементы, выпуклый многоугольник;</li> <li>- периметр многоугольника;</li> <li>- сумма углов выпуклого многоугольника;</li> <li>- правильный многоугольник и его свойства;</li> <li>- вписанные в окружность и описанные около окружности многоугольники.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять определение и свойства многоугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>
Геометрические величины и их измерение.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- длина отрезка, окружности и ее дуги;</li> <li>- величина угла, измерение углов;</li> <li>- периметр многоугольника;</li> <li>- формулы для вычисления площади треугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, правильного многоугольника, круга, кругового сектора.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить длины отрезков, градусные и радианные меры углов, площади геометрических фигур;</li> <li>- вычислять длину окружности и ее дуг, площадь круга, кругового сектора;</li> <li>- использовать формулы площадей геометрических фигур к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>
Координаты и векторы на плоскости.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- прямоугольная система координат на плоскости, координаты точки;</li> <li>- формула для вычисления расстояния между двумя точками и формула для вычисления координат середины отрезка;</li> <li>- уравнение прямой и окружности;</li> <li>- понятие вектора, длина вектора, коллинеарные векторы, равные векторы, координаты вектора;</li> <li>- сложение, вычитание векторов, умножение вектора</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить координаты середины отрезка и расстояние между двумя точками;</li> <li>- составлять уравнение прямой и уравнение окружности;</li> <li>- выполнять действия с векторами;</li> <li>- находить скалярное произведение векторов;</li> <li>- применять координаты и векторы к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>

	<p>на число;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- разложение вектора по двум неколлинеарным векторам;</li> <li>- скалярное произведение векторов и его свойства;</li> <li>- формула для нахождения угла между векторами, заданными координатами;</li> <li>- условия коллинеарности и перпендикулярности векторов, заданных координатами.</li> </ul>	
Геометрические преобразования.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- основные виды и смысл геометрических преобразований на плоскости (движение, симметрия относительно точки и относительно прямой, поворот, параллельный перенос, преобразование подобия, гомотетия);</li> <li>- признаки подобия треугольников;</li> <li>отношение площадей подобных фигур.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать свойства основных видов геометрических преобразований, признаки подобия треугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>
<b>Раздел: СТЕРЕОМЕТРИЯ</b>		
Прямые и плоскости в пространстве.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- аксиомы и теоремы стереометрии;</li> <li>- взаимное расположение прямых в пространстве, прямой и плоскости в пространстве;</li> <li>- признаки параллельности прямых, прямой и плоскости, плоскостей;</li> <li>- параллельное проектирование;</li> <li>- признаки перпендикулярности прямой и плоскости, двух плоскостей;</li> <li>- проекция наклонной на плоскость, ортогональная проекция;</li> <li>- прямая и обратная теоремы о трех перпендикулярах;</li> <li>- расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой, от прямой до параллельной ей плоскости, между параллельными прямыми, между параллельными плоскостями, между скрещивающимися прямыми;</li> <li>- признак скрещивающихся</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять определения, признаки и свойства параллельных и перпендикулярных прямых и плоскостей к решению стереометрических задач и задач с практическим содержанием;</li> <li>- находить перечисленные расстояния и величины углов в пространстве.</li> </ul>

	<p>прямых;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- угол между прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями.</li> </ul>	
<p>Многогранники, тела и поверхности вращения.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- двугранный угол, линейный угол двугранного угла;</li> <li>- многогранники и их элементы, основные виды многогранников: призма, параллелепипед, пирамида, усеченная пирамида;</li> <li>- тела и поверхности вращения и их элементы, основные виды тел и поверхностей вращения: цилиндр, конус, усеченный конус, шар, сфера;</li> <li>- сечения многогранников и тел вращения плоскостью;</li> <li>- комбинации геометрических тел;</li> <li>- формулы вычисления площадей поверхностей, объемов многогранников и тел вращения.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- решать задачи на вычисление площадей поверхностей и объемов геометрических тел;</li> <li>- устанавливать по развертке поверхности вид геометрического тела;</li> <li>- применять определения и свойства основных видов многогранников, тел и поверхностей вращения к решению стереометрических задач и задач с практическим содержанием.</li> </ul>
<p>Координаты и векторы в пространстве.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- прямоугольная система координат в пространстве, координаты точки;</li> <li>- формула для вычисления расстояния между двумя точками и формула для вычисления координат середины отрезка;</li> <li>- понятие вектора, длина вектора, коллинеарные векторы, равные векторы, координаты вектора;</li> <li>- сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число;</li> <li>- скалярное произведение векторов и его свойства;</li> <li>- формула нахождения угла между векторами, заданными координатами;</li> <li>- условия коллинеарности и перпендикулярности векторов, заданных координатами.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- находить координаты середины отрезка и расстояние между двумя точками;</li> <li>- выполнять действия с векторами;</li> <li>- находить скалярное произведение векторов;</li> <li>- применять координаты и векторы к решению стереометрических задач и задач с практическим содержанием</li> </ul>

### Литература для подготовки к экзамену

- 1) Нелин Е.П. Алгебра и начала анализа: Двухуровневый учеб. для 10 кл. общеобразоват. учеб. заведений / Пер. с укр. Е.П. Нелина. – Х.: Мир детства, 2020. – 448 с.
- 2) Нелин Е.П., Долгова О.Е. Алгебра и начала анализа: Двухуровневый учеб. для 11 кл. общеобразоват. учеб. заведений / Пер. с укр. Е.П. Нелина. – Х.: Мир детства, 2020. – 416 с.
- 3) Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М.: Просвещение, 2019. – 431 с. : ил. – (МГУ - школе).
- 4) Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М.: Просвещение, 2019. – 464 с.: ил. – (МГУ - школе).
- 5) ЕГЭ 2025. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – М.: Издательство «Экзамен», 2025. – 70, [2] с. (Серия «ЕГЭ. ОФЦ. Практикум»).

### ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТА (дистанционный формат)

*Часть 1. Для заданий 1-12 запишите ответ в краткой форме. Нецелые числа в ответе представьте в виде конечной десятичной дроби без пробелов. Единицы измерений писать не нужно. Разделительный (десятичный) знак - запятая. Запятые, знаки отрицательных чисел пишутся без пробелов*

#### Задание № 1

В классе 26 учащихся, среди них два друга — Константин и Юрий. Учащихся случайным образом разбивают на 2 равные группы. Найдите вероятность того, что Константин и Юрий окажутся в одной группе.

Ответ: 0,48

#### Задание № 2

В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что, хотя бы один автомат исправен.

Ответ: 0,9975

#### Задание № 3

Найдите корни уравнения  $\left(\frac{1}{6}\right)^{10x-1} = 36$ . Если уравнение имеет более одного корня, укажите меньший из них.

Ответ: -0,1

#### Задание № 4

Найдите значение выражения  $\frac{3^{5,5} 2^{3,5}}{6^{4,5}}$

Ответ: 1,5

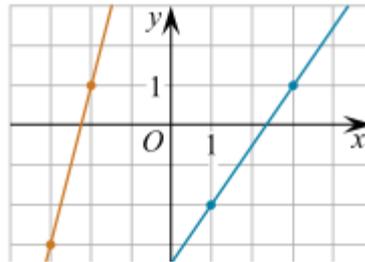
#### Задание № 5

Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20 000 рублей, через два года был продан за 15 842 рублей.

Ответ: 11

Задание № 6

На рисунке изображены графики двух линейных функций  $y = kx + b$ . Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



Ответ: -5

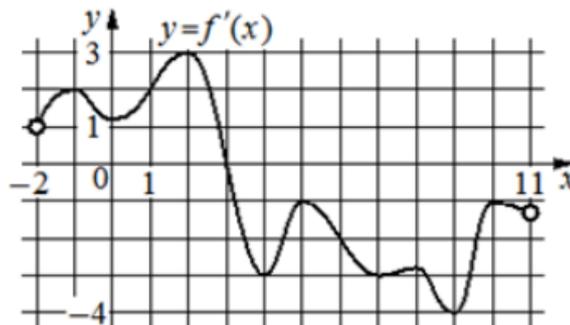
Задание № 7

Для сматывания кабеля на заводе используют лебедку, которая равноускоренно наматывает кабель на катушку. Угол, на который поворачивается катушка, изменяется со временем по закону  $\varphi = \omega t + \frac{\beta t^2}{2}$  где  $t$  — время в минутах,  $\omega = 20 \text{ }^{\circ}/\text{мин}$  — начальная угловая скорость вращения катушки, а  $\beta = 4 \text{ }^{\circ}/\text{мин}^2$  — угловое ускорение, с которым наматывается кабель. Рабочий должен проверить ход его намотки не позже того момента, когда угол намотки  $\varphi$  достигнет  $1200^{\circ}$ . Определите время после начала работы лебедки, не позже которого рабочий должен проверить ее работу. Ответ выразите в минутах.

Ответ: 20

Задание № 8

На рисунке изображен график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-2; 11)$ . Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции  $y = f(x)$  параллельная оси абсцисс или совпадает с ней.



Ответ: 3

Задание № 9

Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 3x^2 + 2$  на отрезке  $[1; 4]$ .

Ответ: -2

Задание № 10

Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 10. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

Ответ: 6

Задание № 11

В прямоугольном параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  известно, что  $AB=8$ ,  $BC=5$ ,  $AA_1=4$ . Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $C_1$ .

Ответ: 80

Задание № 12

Диагонали ромба  $ABCD$  равны 12 и 16. Найдите длину вектора  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ .

Ответ: 16

Часть 2. Ответ на задания второй части (номера 12-15) представляется в виде вложенного файла - фото или скан листа с решением (не машинописным!). При этом необходимо убедиться, что изображения решений читаемы (не размыты). Рекомендуем писать ручкой с черной пастой, карандашом не пользоваться. Читайте внимательно комментарии к заданиям.

Задание № 13

Решите неравенство:  $2 \log_9(4x^2 + 1) \geq \log_3(3x^2 + 4x + 1)$ .

Задание № 14

Решите уравнение:  $\sqrt{x + 1} + \sqrt{2x + 3} = 1$ .

Задание № 15

Банк под определенный процент принял некоторую сумму. Через год четверть накопленной суммы была снята со счета. Банк увеличил процент годовых на 40 процентных пунктов (то есть увеличил ставку  $a\%$  до  $(a + 40)\%$ ). К концу следующего года накопленная сумма в 1,44 раза превысила первоначальный вклад. Каков процент новых годовых?

Задание № 16

Отрезок, соединяющий середины  $M$  и  $N$  оснований  $BC$  и  $AD$  соответственно трапеции  $ABCD$ , разбивает её на две трапеции, в каждую из которых можно вписать окружность. Известно, что радиус этих окружностей равен 3, а меньшее основание  $BC$  исходной трапеции равно 8. Найдите радиус окружности, касающейся боковой стороны  $AB$ , основания  $AN$  трапеции  $ABMN$  и вписанной в неё окружности.

Задание № 17

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки  $A$  и  $B$ , а на окружности другого основания – точки  $B_1$  и  $C_1$ , причём  $BB_1$  – образующая цилиндра, а отрезок  $AC_1$  пересекает ось цилиндра. Найдите объёма цилиндра, если  $AB=6$ ,  $BB_1=12$ ,  $B_1C_1=8$ .