

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Костромской государственной университет

БЕЛКИНСКИЕ ЧТЕНИЯ

*Материалы Всероссийской
научно-методической конференции*

(г. Кострома, 25–26 апреля 2023 г.)

Кострома
КГУ
2023

УДК 378
ББК 32.81р30я431+20р30я431
Б433

Печатается по решению редакционно-издательского совета КГУ

Редакционная коллегия:
И. Г. Дьяков (научный редактор),
Т. А. Коврижных

Рецензенты:
И. А. Мамаева, доктор педагогических наук, профессор кафедры физики
и автоматики, ФГБОУ ВО Костромская ГСХА;
С. Ю. Сахарова, директор ГБУ ДО «Планетарий»

Б433 **Белкинские чтения** : материалы Всероссийской научно-методической конференции (г. Кострома, 25–26 апреля 2023 г.) / науч. ред. и сост. И. Г. Дьяков. – Кострома : Костромской государственный университет, 2023. – 224 с.
ISBN 978-5-8285-1255-3

В издание вошли материалы Всероссийской научно-методической конференции, прошедшей в г. Костроме 25–26 апреля 2023 г. В представленных в сборнике работах, выполненных преподавателями высших учебных заведений, учителями-предметниками общеобразовательных учреждений, магистрантами, бакалаврами, рассмотрены вопросы преподавания физики, химии, математики и информационных дисциплин.

Для научных работников, преподавателей вузов, учителей общеобразовательных школ, студентов и аспирантов.

УДК 378
ББК 32.81р30я431+20р30я 431

16+
ISBN 978-5-8285-1255-3

© Дьяков И. Г., составление, 2023
© Костромской государственный университет, оформление, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

..... 7

Роговцева К. В., Бабенко А. С., Жбанов Е. А.
**ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ ДЛЯ
ОБУЧАЮЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ**..... 7

Волкова Д. Д., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е.
**НОВАЯ ФОРМА АТТЕСТАЦИИ УЧИТЕЛЕЙ И ИЗМЕНЕНИЯ В
ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ.**
..... 12

Звонова К. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.
**О ПРИМЕНЕНИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В
ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ**..... 15

Букина С. В., Ширяев К. Е., Волкова Д. Д.
**УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ
УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**..... 18

Бурикова Д. М., Коптева Е. Ю., Бабенко А. С.
**ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ С ПОМОЩЬЮ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ «ТИК-ТОКОВ»** 21

Чиждова Л. А., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.
ТЕОРИЯ ГРАФОВ: ВУЗ, ШКОЛА, ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ..... 25

Комиссарова К. Е., Бадоев В. А., Матыцина Т. Н.
НЕМНОГО О САМОДВОЙСТВЕННЫХ ФУНКЦИЯХ 28

Махина У. Н., Троскина А. Е., Торосян М. В.
ОБ ОДНОЙ ТИПОВОЙ 21 ЗАДАЧЕ ОГЭ И МЕТОДАХ ЕЕ РЕШЕНИЯ
..... 33

Махина У. Н., Троскина А. Е., Приезжева Е. П.
ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ»
..... 37

Приезжева Е. П., Бабенко А. С., Матыцина Т. Н.
**ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ
ГРАМОТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПРОВЕДЕНИЯ БИНАРНЫХ
УРОКОВ**..... 40

Семенова И. Д., Матыцина Т. Н., Марголина Н. Л.
ДЕЛИМОСТЬ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ЗА ШЕСТОЙ КЛАСС 45

Шабалина М. Ф., Михайлов И. Р., Бабенко А. С. ИЗУЧЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЕЙС-ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ	49
Ширяев К. Е., Марголина Н. Л., Букина С. В. О ЛИРИЧЕСКИХ ОТСТУПЛЕНИЯХ И ЕДИНИЧНОЙ СФЕРЕ В БЕСКОНЕЧНОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ	52
Торосян М. В., Баянова Е. Р., Приезжева Е. П. БИНАРНЫЙ УРОК ПО МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ ВЕБ-КВЕСТА НА ТЕМУ «ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ»	56
Торосян М. В., Махина У. Н., Ширяев К. Е. ОБ ОДНОЙ ТЕМАТИКЕ, СВЯЗАННОЙ С МАТЕМАТИЧЕСКИМ АНАЛИЗОМ.	60
Троскина А. Е., Волкова Д. Д., Букина С. В. ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОБЩЕМ ДЛЯ РЯДА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН.	64
Катержина С. Ф., Марголина Н. Л., Жбанов Е. А. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛАТФОРМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НА ПРИМЕРЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ.	69
Бадоев В. А., Матыцина Т. Н., Бабенко А. С. НЕСКОЛЬКО СЛОВ О КВАДРАТИЧНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ	72
Иванцова Я. И., Бабенко А. С., Бадоев В. А. НЕМНОГО О ФУНКЦИЯХ, СОХРАНЯЮЩИХ 0 ИЛИ 1.	75
Белихов А. Б., Красников Л. В. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В КУРСЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ»	81
Сухов А. К., Сиварёв В. Н. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХЭШ-ФУНКЦИИ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОБУЧАЮЩИХ КВЕСТОВ ОТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННЫХ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ УРОВНЯМИ	85
Волкова Д. Д., Решетникова В. А., Смирнова Ю. С. ОБ ОДНОМ ОБОСНОВАНИИ МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ	90
Галанцева М. Л., Жиров А. В., Мухачева Т. Л. МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ ЕСТЕСТВЕННО- НАУЧНОГО ЦИКЛА. I. МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ К СЕМИНАРАМ	93

Галанцева М. Л., Жиров А. В., Мухачева Т. Л. МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ЦИКЛА. II. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ.....	105
Белихов А. Б. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ В УСЛОВИЯХ СОКРАЩЕННОГО КУРСА ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ.....	112
Онегина М. Д. БИОЭТИКА КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ ПРАВСТВЕННОСТИ У СТУДЕНТОВ ВУЗА, ИЗУЧАЮЩИХ БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ.....	115
Марголина Н. Л., Дьяков И. Г., Феклистова В. М. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ШЕРОХОВАТОСТИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА КОРРОЗИИ СТАЛИ 20	121
<hr/>	
СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ	130
Щеголева Н. В., Матыцина Т. Н., Марголина Н. Л. ГРЕКО-КИТАЙСКАЯ ТЕОРЕМА ОБ ОСТАТКАХ.	130
Груздева А. М., Кулыгина А. В., Волкова Д. Д. О НЕКОТОРЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИИ.	134
Ширяев К. Е., Марголина Н. Л., Волкова Д. Д. О ТЕРМИНЕ БЕЗГРАНИЧНЫЙ И СВЯЗИ ЕГО С НЕОГРАНИЧЕННОСТЬЮ.	137
Крит Б. Л., Федотикова М. В., Медвецкова В. М. КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПЭО.	140
Фаррахов Р. Г., Аубакирова В. Р., Зайнуллина Л. И., Парфенов Е. В. ВЛИЯНИЕ ПЭО ПОКРЫТИЯ НА КОРРОЗИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТИ СПЛАВА Ti-Zr-Nb.	145
Аубакирова В. Р., Фаррахов Р. Г., Парфенов Е. В. ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ЭЛЕКТРОЛИЗЕРЕ НА СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ ПЛАЗМЕННО-ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО ОКСИДИРОВАНИЯ.	150
Шадрин С. Ю. РАСЧЕТ ПРОФИЛЯ ПАРОГАЗОВОЙ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ ЭЛЕКТРОЛИТНОГО НАГРЕВА.....	156

Гладий Ю. П. КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК.....	161
Тамбовский И. В., Дьяков И. Г., Мухачева Т. Л., Силкин С. А., Носова М. А., Маркина Л. М., Кусманов С. А. КОМБИНИРОВАНИЕ АНОДНЫХ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННЫХ АЗОТИРОВАНИЯ И ПОЛИРОВАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ АУСТЕНИТНОЙ НЕРЖАВЕЮЩЕЙ СТАЛИ.	165
Тамбовский И. В., Крит Б. Л., Суминов И. В., Мухачева Т. Л., Кусманов С. А., Гапонов В. А., Вдовиченко Р. А., Паленов И. Р., Морозов И. В. КОМБИНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННЫХ ЦЕМЕНТАЦИИ, ПОЛИРОВАНИЯ И МИКРОДУГОВОГО ОКСИДИРОВАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ТИТАНА BT1-0.....	174
Белов Р. Д., Сокова Е. В., Наумов И. М., Ильинская М. В., Тамбовский И. В., Мухачева Т. Л., Кусманов С. А. ОСОБЕННОСТИ АНОДНОГО ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОГО ПОЛИРОВАНИЯ ПОСЛЕ БОРОЦЕМЕНТАЦИИ ТЕХНИЧЕСКОГО ТИТАНА BT1-0.....	181
Комиссарова М. Р., Дьяков И. Г., Мухачева Т. Л. ВЛИЯНИЕ ПУТИ ТРЕНИЯ НА ТРИБОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПАРЫ ТРЕНИЯ ТИТАНОВЫЙ СПЛАВ BT6 И СПЛАВ ШХ15.....	188
Медведева Г. Е., Дьяков И. Г., Силкин С. А. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ФАЗОВЫЙ СОСТАВ И МИКРОТВЕРДОСТЬ БИНАРНОГО СПЛАВА ЖЕЛЕЗО – ВОЛЬФРАМ.	194
Коврижных Т. А., Дьяков И. Г. ВЫБОР УСЛОВИЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ СТРУКТУРЫ.	200
Емцева Л. В., Махмудова М. Х., Язмурадова Г. М., Дьяков И. Г. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ АНОДНОЙ ЭЛЕКТРОЛИТНО- ПЛАЗМЕННОЙ ЦЕМЕНТАЦИИ СТАЛИ 20 НА ФАЗОВЫЙ СОСТАВ И ТРИБОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УПРОЧНЕННОГО СЛОЯ. .	207
Мухачева Т. Л., Кусманов С. А., Смирнов Е. Т., Бобкова П. М. ПОВЫШЕНИЕ ИЗНОСОСТОЙКОСТИ ПАЛЬЦЕВ ИЗ СТАЛИ 45 ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ НИТРОЦЕМЕНТАЦИЕЙ.	216

АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ И ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНЫХ ДИСЦИПЛИН

УДК 378; 51

К. В. Роговцева¹, А. С. Бабенко², Е. А. Жбанов³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹*Ksurogovceva99@vk.com*, ²*alenbabenko@yandex.ru*, ³*egorzhanov7454@mail.ru*

ИНДИВИДУАЛЬНЫЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ МАРШРУТ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ 5–6 КЛАССОВ

В статье рассмотрен вопрос построения индивидуального образовательного маршрута обучающегося. Приведен пример такого маршрута и примерный ход одного из занятий.

Ключевые слова: индивидуальный маршрут, индивидуальный подход, математика.

K. V. Rogovtseva, A. S. Babenko, E. A. Zhanov

Kostroma State University

INDIVIDUAL EDUCATIONAL ROUTE FOR STUDENTS OF 5-6 GRADES

The article deals with the issue of building an individual educational route for a student. An example of such a route and an approximate course of one of the classes are given.

Keywords: individual route, individual approach, mathematics.

Математическое образование сегодня играет роль значительную. Успешная сдача единого государственного экзамена по математике входит в число необходимых условий при поступлении в вуз. Поэтому школьная математика – один из важнейших аспектов обучения – имеет крайне важное значение. Для учителей это означает кропотливую работу по применению различных методических разработок. Некоторые из них связаны с узкоспециальным материалом преподаваемой темы (см. [1, 7–10]), некоторые – с календарным графиком преподавания [5], а некоторые вообще с особенной формой проведения ([2–4, 6]). Как говорится, «выбирай на вкус».

Однако применение всех в большей или меньшей степени «продвинутых» методик по специальным разделам математики может быть успешным лишь при одном важном условии – наличии базового образования. А его-то часто и не хватает.

В настоящее время, особенно в основной школе, у обучающихся возникают трудности в освоении школьного курса математики. Причины этого могут быть различными. Одним из возможных выходов в сложившейся

ситуации может стать построение индивидуального маршрута образовательной работы для школьника с целью ликвидации пробелов в знаниях.

Предложим индивидуальный образовательный маршрут для обучающегося со следующими проблемами: незнание таблицы умножения; плохие навыки деления чисел; слабые знания работы с величинами, с нахождение площади и периметра также с уравнениями и заданиями со знаками «больше», «меньше» и «равно».

Цель маршрута: обучить таблице умножения; развить навыки деления чисел, закрепить пройденный материал из начальной школы (см. табл.).

Таблица

Индивидуальный образовательный маршрут

Дата	Тема занятия	Содержание занятия	Результат
	Умножение	Решение задач и примеров с умножением; совершенствование вычислительного навыка	Закрепили умение решать задания на умножение
	Деление	Решение заданий на деление; Выполнение деления числа с остатком и применение полученных знаний на практике	Закрепили умение решать задания на деление, в том числе и с остатком
	Решение уравнений и логических задач	Повторение правила решения уравнений и задач при помощи уравнения; решение логических задач	Закрепили умение решать уравнения и задачи при помощи уравнения
	Величины в нашей жизни	Работа с различными величинами такими как: длина, площадь. Применение их в нашей жизни. Повторение правила перевода величины из одной в другую	Научились переводить величины из одной в другую с помощью различных задание
	Величины в нашей жизни	Работа с различными величинами такими как: масса, время. Применение их в нашей жизни. Повторение правила перевода величины из одной в другую	Научились переводить величины из одной в другую с помощью различных задание
	Равенство или неравенство?	Работа со знаками «больше», «меньше», «равно». Сравнение натуральных чисел и запись результатов сравнения в виде неравенства, чтение и запись двойных неравенств	Научились сравнивать натуральные числа и записывать их в виде неравенства
	Решение задач на нахождении площади и периметра	Развитие логического мышления; умение находить площадь и периметр; Решение геометрических задач	Закрепили знания по нахождению площади и периметра
	Итоговая работа	Проверка сформированности знаний умений и навыков обучающегося; выявление уровня математической подготовки, полученных за вторую четверть	Проверили знания умения и навыки обучающегося

Более подробно остановимся на ходе одного из занятий данного индивидуального маршрута.

Тема: Величины в нашей жизни. Масса, время.

Цель: закрепить навыки вычисления массы, закрепить умение выражать одни единицы времени через другие.

Предметные образовательные результаты: понимать и правильно употреблять термины, связанные с натуральными числами; использовать краткие записи, схемы, таблицы, обозначения при решении задач; пользоваться основными единицами измерения: цены, массы, расстояния, времени, скорости; выражать одни единицы измерения через другие.

В начале занятия предлагается выполнить следующие задания, которые предназначены для того, чтобы вспомнить материал прошлых занятий:

$$8 \text{ дм} = \dots \text{ мм};$$

$$3 \cdot 7 = \dots;$$

$$55 : 11 = \dots$$

Затем ученик работает непосредственно с темой занятия, вспоминает, как выразить величины в одних единицах измерения через другие. Сначала рассматриваются задачи на вычисление массы. Перед началом выполнения заданий вспоминаем, как одна единица измерения переводится в другую, для облегчения выполнения и закрепления навыка решения задач на вычисление массы. Приведем примеры таких заданий.

Упражнение. Заполни пропуски (для отработки полученных знаний):

$$3000 \text{ г} = \dots \text{ кг};$$

$$600 \text{ кг} = \dots \text{ ц};$$

$$7000 \text{ кг} = \dots \text{ т};$$

$$5 \text{ т } 200 \text{ кг} = \dots \text{ кг};$$

$$840 \text{ ц} = \dots \text{ кг}.$$

Задача 1 (для закрепления полученных знаний). Взрослая овца весит 40 кг, а ягнёнок на 30 кг меньше. Сколько весит ягнёнок?

Дано:

Овца – 40 кг

Ягненок – на 30 кг меньше овцы

Найти:

Вес ягненка –?

Решение

$$40 - 30 = 10 \text{ (кг)}.$$

Ответ: 10 кг весит ягнёнок.

Задача 2. Маме необходимо купить 1 кг сливочного масла. В магазине масло имеется в пачках по 250 г. Сколько пачек купит мама?

Дано:

Пачка – 250 г

Купить – 1 кг масла

Найти:

Количество пачек – ?

Решение

$$1 \text{ кг} = 1000 \text{ г};$$

$$1000 \text{ г} : 250 \text{ г} = 4 \text{ пачки};$$

Ответ: 4 пачки.

Далее идет 2 задания на отработку вычислений времени. Также перед работой с этими заданиями вспоминаем, как перевести: часы в минуты, года в месяцы, минуты в секунду и т. д. 5 задание помогает ребенку закрепить материал по теме нахождения времени и вспомнить пословицы.

3. Вырази:

А. в сутках: 48 ч, 96 ч;

Б. в часах: 2 сут., 120 мин;

В. в месяцах: 3 года, 8 лет и 4 мес;

Г. в годах: 60 мес., 84 мес;

Д. в секундах: 5 мин, 16 мин;

Е. в минутах: 600 с, 5 ч.

4. Вырази:

2 ч = ... мин;

60 сек = ... мин;

65 мин = ... ч ... мин;

36 мес = ... года;

2 недели = ... сут;

1 год = ... мес.

5. Расшифруйте пословицы и поговорки:

100 лет живи, 100 лет учись (Век живи, век учись).

Обещанного 36 месяцев ждут (Обещанного три года ждут).

Делу время, а потехе 60 минут (Делу время, а потехе час).

7 дней 12 месяцев кормит (Неделя год кормит).

В конце занятия дается задача на сообразительность с применением единиц времени: «Если в 11 ч. ночи идёт дождь, то возможна ли через 48 ч солнечная погода?» (Нет, так как через 48 часов будет снова ночь), а также можно обобщить с учеником пройденный материал по этой теме и даже затронуть прошлые темы занятий и выдать домашнее задание.

Таким образом, у обучающегося появляется возможность ликвидировать пробелы в знаниях в своем темпе, в данной ситуации осуществляется индивидуальный подход в образовательном процессе. При этом построение индивидуальных образовательных маршрутов поможет учащемуся не отставать от остальных учеников и достигать предметных образовательных результатов соответствующей ступени обучения.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Агеева Е. С., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е. Несколько слов об особенностях преподавания теории вероятностей в школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 109–112.

2. Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Приезжева Е. П. Бинарный урок как средство реализации межпредметных связей курса математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных

дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 35–39.

3. *Бабенко А. С., Смирнова А. Н.* Применение образовательных квестов на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIII Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2019. С. 132–136.

4. *Бабенко А. С., Смирнова А. Н.* Разработка веб-квестов по геометрии как средство проверки сформированности компетенций студентов педагогических направлений подготовки // Актуальные проблемы преподавания математических и естественно-научных дисциплин в образовательных организациях высшего образования : сборник докладов очно-заочной научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2021. С. 82–88.

5. *Богданова Н. П., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.* Организация итогового и текущего повторения планиметрии в средней школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 43–47.

6. *Бутенина Д. В., Марголина Н. Л., Волкова Д. Д.* Интерактивный метод обучения стереометрии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 40–43.

7. *Волкова Д. Д., Марголина Н. Л., Сидоренко А. А.* Формирование начальных понятий по стереометрии в средней школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 103–106.

8. *Лаврентьева Т. А., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.* Использование исторического материала в школьном курсе математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 70–73.

9. *Матыцина Т. Н., Бабенко А. С., Бутенина Д. В.* Элементы теории графов в школьной математике // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 47–52.

10. *Матыцина Т. Н., Бабенко А. С., Еремеев Д. В.* Прогрессии в школьном курсе математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 53–56.

Д. Д. Волкова¹, Н. Л. Марголина², К. Е. Ширяев³
¹Ярославский государственный педагогический университет
^{2,3}Костромской государственный университет
¹dvoikova02@mail.ru, ²nmargolina@mail.ru, ³Shiryayev4@yandex.ru

НОВАЯ ФОРМА АТТЕСТАЦИИ УЧИТЕЛЕЙ И ИЗМЕНЕНИЯ В ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ НАПРАВЛЕНИЙ

В статье с новых методологических позиций анализируются процессы изменений в аттестации учителей и подготовки студентов педагогических направлений для успешного прохождения ими будущей аттестации.

Ключевые слова: аттестация учителей, ядро педагогического образования, компетенция современного учителя.

D. D. Volkova, N. L. Margolina, K. E. Shiryayev
Yaroslavl State Pedagogical University
Kostroma State University

A NEW FORM OF TEACHER CERTIFICATION AND CHANGES IN THE TRAINING OF STUDENTS OF PEDAGOGICAL DIRECTIONS

The article analyzes the processes of changes in the certification of teachers and the preparation of students of pedagogical directions for the successful completion of their future certification from new methodological positions.

Keywords: teacher certification, the core of pedagogical education, the competence of a modern teacher.

Министерство просвещения Российской Федерации с настоящего года планирует ввести принципиально новую систему оценки качества работы учителей. Целью изменений является унификация оцениваемых компетенций учителя, стимуляция повышения квалификации, обеспечения преемственности и системы наставничества в школах.

Школьное образование в последние годы столкнулось с целым рядом проблем. Корректировка программы ЕГЭ и последующее изменение школьных курсов, включение новых тематик, или расширение старых – все это поставило задачу оперативной реакции на это имеющих педагогические направления вузов. Так, в области математического образования, о подобного рода проблемах и попытках их решения можно прочитать в работах [1, 2]. При этом, конечно, школьное образование является фундаментом, на котором строится образование высшее (см. [3]). А если учесть недавний переход на дистанционное обучение и целый ряд возникших при этом проблем [4], то станет ясно, что подготовка квалифицированных учительских кадров является актуальнейшей проблемой.

Содержание аттестационных испытаний педагогов до 2021 года зависело от решения региональных органов управления образованием. Департаменты и Министерства образования каждого региона самостоятельно формулировали требования к учителю для присвоения ему той или иной квалификационной категории. Это приводило к различию не только содержания, но и уровня требований, предъявляемых к учителю. Таким образом, не мог быть обеспечен базовый принцип равенства возможностей для получения образования всеми обучающимися.

Новая форма аттестации учителей будет состоять из трех этапов: письменная работа, видеозапись урока и педагогический кейс. Планируется разработать механизм учета и личных достижений педагога. Письменная работа будет проходить в формате ЕГЭ и включать в себя задания как предметного, так и методического характера. К заданиям предметного характера относятся задачи школьного курса, как повышенного, так и высокого уровня сложности. Задачи по методике преподавания предмета проверяют навык оценивания работ учащихся по имеющимся критериям, способность выделять типичные ошибки и планировать мероприятия по их преодолению, умение спланировать учебный процесс при изучении темы или раздела учебного предмета. При анализе видеозаписи урока оцениваются педагогические способности учителя, умение планировать время и ход урока, реагировать на нестандартные ситуации. Педагогический кейс призван оценить умение педагога планировать решение педагогической проблемы, которая может возникнуть в работе учителя или классного руководителя.

Такие изменения в системе оценивания качества работы педагога неминуемо влекут и изменения в содержании и структуре подготовки студентов педагогических направлений подготовки. Следует заметить, что вуз, осуществляющий подготовку по педагогическим направлениям, сам отвечает за наполнение учебного плана, главное, чтобы этот учебный план соответствовал требованиям Федерального Государственного образовательного стандарта. В 2020 году 33 федеральных вуза педагогического и социально-педагогического профиля переданы в ведение Министерства просвещения РФ, остальные студенты педагогических направлений получают образование в высших учебных заведениях подведомственных Министерству образования и науки. Понятно, что такое разделение не способствует выработке единого подхода к образованию будущих педагогов. Для регионов, в которых не сохранились педагогические высшие учебные заведения, например в Костромской области, подготовка учителей на базе непрофильного вуза остается единственной и необходимой возможностью для обеспечения растущей с каждым годом потребности в кадрах.

С 2021 года Министерство просвещения РФ ведет работу над так называемым ядром педагогического образования. По словам министра просвещения С. С. Кравцова целью ядра высшего педагогического образования является обеспечение единых подходов к содержанию

практической, методической и предметной подготовки педагога и условиям её реализации в любом вузе страны.

Педагогические вузы, в свою очередь, уже в 2021 году начали подготовку к грядущим изменениям. Так, например, в Ярославском государственном педагогическом университете, с 2021 года проходит общеуниверситетское февральское испытание – ежегодное образовательное событие. Оно заключается в том, что в течение февраля каждого года обучающиеся со второго курса пишут проверочные работы подобные единому государственному экзамену, каждый студент в соответствии со своим профилем обучения. Также на образовательной платформе Moodle разработаны задания для проверки профессиональных компетенций, другими словами, проверки знаний методики обучения предмету. Февральское испытание является не контрольным мероприятием, а образовательным событием, тесно связанным с новой дисциплиной «Качество образования: предмет в школе». Эта дисциплина появилась в 2021 году на всех факультетах для того, чтобы подготовить студентов к работе в школе. Результаты февральских испытаний никак не отражаются на успеваемости студентах, они нужны в первую очередь для того, чтобы адекватно оценивать уровень подготовленности к работе будущих учителей не только по освоению школьной программы по предмету, но и по прохождению главной итоговой оценочной процедуры по уровню среднего общего образования. По итогам испытания разрабатывается программа корректировки подготовки студентов по различным предметным областям. Будущие учителя должны продемонстрировать свои знания в предметной области, а студенты старших курсов и сформированности методических компетенций. Таким образом, программа подготовки педагогов не только может быть скорректирована, в зависимости от выявленных на февральских испытаниях проблем, но и обучающиеся получают опыт прохождения испытаний, которые ждут их при прохождении процедуры аттестации.

К сожалению, некоторые вузы, реализующие подготовку по педагогическим направлениям, но остающиеся в ведомстве Министерства науки и высшего образования пока не учли в своих учебных планах грядущие изменения. Хочется верить, что корректировка образовательных программ будет проведена оперативно, и выпускники педагогических направлений подготовки и в этих учебных заведениях получают необходимый им в будущей профессиональной деятельности опыт, сформировав в процессе обучения необходимые учителю-предметнику компетенции.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Задворнова А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.* О математике, искусстве и интуиции: задачи на предикаты в школьном курсе математики // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. 2022. № S2(37). С. 57–59.

2. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е. Комплексные числа в школьном курсе математики и в перспективной модели ЕГЭ // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 2. С. 60–68.

3. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е. Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

4. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н. Влияние дистанционной формы обучения на уровень подготовки участников единого государственного экзамена по математике профильного уровня // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 2. С. 143–148

УДК 378; 51

К. С. Звонова¹, Н. Л. Марголина², Т. Н. Матыцина³

^{1,2,3}Костромской государственной университет
¹zvonovaksenia600@gmail.com, ²kaf_algeo@ksu.edu.ru, ³t_matycina@ksu.edu.ru

О ПРИМЕНЕНИИ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ В ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

В статье описывается один из методов математической статистики, используемый в педагогических исследованиях. Описаны принципы применения первичных и вторичных методов обработки экспериментальных данных. Приводится определение уровня значимости.

Ключевые слова: статистическая обработка результатов эксперимента, педагогическое исследование, гипотеза, критерий.

K. S. Zvonova, N. L. Margolina, T. N. Matytsina
Kostroma State University

ON THE APPLICATION OF STATISTICAL METHODS IN PEDAGOGICAL RESEARCH

The article describes one of the methods of mathematical statistics used in pedagogical research. The principles of application of primary and secondary methods of experimental data processing are described. The definition of the significance level is given.

Keywords: statistical processing of experimental results, pedagogical research, hypothesis, criterion.

Из всех областей математики, используемых в других направлениях научной деятельности, самой популярной окажется математическая статистика. Пожалуй, кроме самой математики, никак не связанной с миром реальным, любое эмпирическое исследование, начиная с физики и заканчивая историей или языкознанием, требует статистической обработки. И от того, насколько грамотной будет эта обработка, зависит, в конечном счете, теоретическое обобщение проведенного эксперимента. Вот почему в последнее время преподаванию теории вероятностей и математической статистики уделяется большое внимание (см., напр., [1–3]).

В области педагогики часто проводятся различные исследования. В ходе эксперимента педагог собирает различные эмпирические данные по тому или иному вопросу, которые могут дать полную картину рассматриваемой проблемы. Педагогическое исследование становится наиболее значимым тогда, когда результаты качественной диагностики с помощью статистической обработки «трансформируются» в конкретные количественные показатели. Именно они могут предоставить полную картину результатов исследования и представляют собой независимые численные показатели, доступные для сравнения.

Под методами статистической обработки результатов эксперимента понимаются «математические приемы, формулы, способы количественных расчетов, с помощью которых данные, получаемые в ходе эксперимента, можно обобщать, приводить в систему, выявляя скрытые в них закономерности». С течением времени, некоторые методы теряют свою значимость, им на смену приходят современные подходы и приемы. Некоторые методы используются достаточно часто, другие намного реже. Но вместе с тем выделяют основные, базовые методы статистической обработки, которые необходимы для анализа практически любого исследования, в частности педагогического.

Методы математико-статистического анализа условно подразделяются на две группы: первичные и вторичные. К первичным относят методы, с помощью которых можно получить показатели, являющиеся итогом начальной статистической обработки результатов педагогической диагностики, непосредственно отражающие результаты производимых в эксперименте измерений. Вторичные методы статистической обработки позволяют, опираясь на первичные данные педагогического эксперимента, выявлять скрытые в них (данных) закономерности, путем расчетов и вычислений.

Первичные методы чаще всего представлены регистрацией, ранжированием и шкалированием данных. После чего эти данные обрабатываются: определяются среднее арифметическое, мода, медиана ряда, дисперсия и среднее квадратичное отклонение. Для полной картины представления данных используются наглядные методы, такие как гистограммы и диаграммы.

Для исследования характерно понятие распределения признака рассматриваемого явления, в педагогических исследованиях экспериментатор сталкивается с нормальным распределением признака, которое подразумевает, что показатели значения признака, близкие к средним значениям достаточно велики, а крайние показатели значений встречаются намного реже.

На втором этапе статистической обработки данных выдвигается гипотеза и выбирается критерий, по которому эту гипотезу необходимо проверить. По окончании данного этапа, гипотеза может быть принята или опровергнута, чтобы сделать такой вывод используется такой критерий, как уровень значимости. (См. [4]). Другими словами, уровень значимости – это вероятность ошибочного отклонения нулевой гипотезы в силу случайного влияния чего-либо в ходе проведения эксперимента. Чем меньше уровень значимости, тем точнее определены значения данных

Для педагогического исследования наиболее распространен уровень значимости равный 0,05, то есть с вероятностью 95 % исключается возможность ошибки. Если результаты исследования противоречат данным при выбранном уровне значимости, то гипотеза не принимается.

Таким образом, применение статистических методов обработки данных в педагогическом исследовании повышают его значимость и дает возможность обобщения результатов. (См. [5]). Разнообразие методов статистики и их эффективное применение повышает их роль в исследовании.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

2. *Демидова Ю. С., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е.* Комбинаторные задачи как средства реализации межпредметных связей в начальной школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 22–26.

3. *Агеева Е. С., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Несколько слов об особенностях преподавания теории вероятностей в школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 109–112.

4. *Афанасьев В. В., Сивов М. А.* Математическая статистика : учебное пособие / под науч. ред. д-ра ист. наук, проф. М. В. Новикова. Ярославль : Изд-во ЯГПУ, 2010. С. 76.

5. *Новиков Д. А.* Статистические методы в педагогических исследованиях (типовые случаи). М. : МЗ-Пресс, 2004.

УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

В статье анализируются причины частого отсутствия среди математических дисциплин различных направлений подготовки такого предмета, как уравнения математической физики. Отмечено, что наличие такого предмета в программе свидетельствует о некоторой целостности подготовки. Приведен пример постановки краевой задачи для уравнения Поккельса, описывающего плотность виброакустической энергии в механизмах и машинах.

Ключевые слова: уравнения математической физики, образовательный уровень, краевая задача, уравнение Поккельса.

S. V. Bukina, K. E. Shiryayev, D. D. Volkova

Kostroma State University

Yaroslavl State Pedagogical University

PARTIAL DERIVATIVE EQUATIONS AS AN INDICATOR OF THE LEVEL OF MATHEMATICAL EDUCATION

The article analyzes the reasons for the frequent absence among mathematical disciplines of various areas of preparation of such a subject as the equations of mathematical physics. It is noted that the presence of such a subject in the program indicates a certain integrity of the training. An example of setting a boundary value problem for the Pockels equation, which describes the density of vibroacoustic energy in mechanisms and machines, is given.

Keywords: equations of mathematical physics, educational level, boundary value problem, Pockels equation.

Уравнениям в частных производных (они же уравнения математической физики) не везет как дисциплине. Уже достаточно давно они оказались изъятыми из большинства образовательных программ, и сегодня эта тенденция сохраняется. И очень жаль, потому что уравнения математической физики являются итоговой, в некотором смысле завершающей (наряду с интегральными уравнениями, чаще входящими в курс функционального анализа) математической дисциплиной в области, связанной с исследованием непрерывных объектов. И тем не менее, большинство программ не содержит эту дисциплину.

Причины такой ситуации весьма различны. Первая (и, пожалуй, самая главная) – нехватка нагрузки. К сожалению, как это уже не раз отмечалось, происходит вынужденное сокращение дисциплин, в том числе и

математического цикла. Здесь сказать просто нечего, остается ждать «перемены ветра».

Вторая, не менее важная причина – низкий образовательный уровень современного студенчества. Порой, чтобы избежать сокращения штата, приходится набирать абитуриентов крайне низкого уровня, еле-еле дотягивающих до минимума. Но «от осинки не родятся апельсинки», и этот уровень тянется до последнего курса, когда выпускную работу такого студента «защищают», и кафедра с облегчением вздыхает, чтобы... в следующем году делать то же самое.

В некоторых случаях, уравнения в частных производных не удаляются из программы совсем, а объединяются с обыкновенными дифференциальными уравнениями в рамках единого курса. Весь такой курс, читаемый одним из авторов статьи, длился в свое время один семестр! Надо ли говорить, что семестра мало для донесения мало-мальски полноценной информации из теории обыкновенных дифференциальных уравнений, а если добавляются и уравнения математической физики, то они совершенно отдаляются куда-то на периферию.

Можно сказать, что изучить как следует уравнения математической физики (там, где ее нет в программе, т. е. в большинстве случаев) везет лишь тем, у кого научная деятельность так или иначе связана с этими уравнениями (см. [2, 3, 6, 7]). А ведь дисциплина математически интереснейшая, и, самое главное, востребованная.

Здесь приводится пример инженерной задачи, описываемой в рамках уравнений в частных производных.

Системное моделирование процессов возбуждения, распространения и излучения виброакустической энергии в машинах и механизмах [5] показывает, что наиболее рациональными путями снижения виброакустической активности машин являются уменьшение возбуждения в источнике, гашение на пути распространения структурного шума и звукоизоляция отдельных интенсивных излучателей [1].

Анализ влияния вибродемпфирования на величину потоков колебательной энергии в несущей конструкции ткацкой машины, выполненный в работе, позволил выявить зависимость полной энергии колебаний в связанных элементах конструкций от характеристик вибродемпфирования отдельных деталей и наметить пути снижения общего уровня излучаемого шума.

Можно показать, что распределение средней плотности энергии резонансных колебаний в определенном интервале частот по структуре машины описывается в общем виде уравнением Поккельса с переменными коэффициентами [4]:

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \left(c\alpha \frac{\partial w}{\partial x_i} \right) + \beta w = W,$$

где $w(x, y, z)$ – плотность энергии колебаний;

$\alpha(x, y, z)$ – коэффициент вибропередачи;
 $c(x, y, z)$ – скорость переноса колебательной энергии;
 $\beta(x, y, z)$ – коэффициент диссипации;

$$w = 0,5m \langle v^2 \rangle$$

m – масса единицы объема конструкции;

$\langle v^2 \rangle$ – среднеквадратичная колебательная скорость;

$W(x, y, z)$ – вибрационная энергия подводимая к системе.

Учитывая заданные граничные условия первого рода в местах заземления с фундаментом

$$w|_{r_1} = 0,$$

граничные условия второго рода на остальных границах

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x_i} \right|_{r_2} = 0, i = 1, 2, 3.$$

Как видно из постановки задачи, уравнение Поккельса описывает плотность энергии колебаний. В частном случае при нулевой β и постоянных α и c , уравнение превращается в хорошо изученное уравнение Пуассона для слоя трехмерного шара.

Суммируя все сказанное выше, хочется отметить, что именно наличие в математическом базовом образовании уравнений в частных производных является неким необходимым условием качественной подготовки не только у студентов физико-математического, но и инженерного, экономического и многих других направлений.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Вибрация и шум в текстильной и легкой промышленности : монография / Я. И. Коритыцкий, И. В. Корнев, Л. Ф. Лагунов [и др.]. М. : Лег. индустрия, 1974. 326 с.

2. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Метод Фурье решения уравнения диффузии как яркий пример взаимодействия различных математических дисциплин // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 107–113.

3. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Уравнения математической физики: пример синергии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 114–119.

4. *Иванов Н. И.* Инженерная акустика. Теория и практика борьбы с шумом : учебник. М. : Университетская книга : Логос, 2008. 424 с.

5. *Сабилов Ф. С., Козочкин М. П.* Математическое моделирование виброакустической активности машин // Вестник МФЮА. 2013. № 1. С. 137–144.

6. *Троскина А. Е., Дьяков И. Г., Ширяев К. Е.* Об одной некорректной задаче математической физики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIII Всероссийской научно-методической конференции / сост. А. В. Жиров. Кострома, 2019. С. 71–73.

7. *Троскина А. Е., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Об одном вопросе, связанном с преподаванием уравнений математической физики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XI Всероссийской научно-методической конференции / отв. ред. Шляхтина С. М. Кострома, 2017. С. 132–136.

УДК 378; 51

Д. М. Бурикова¹, Е. Ю. Коптева², А. С. Бабенко³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹daraburikova13@gmail.com, ²kopteva.liz35@gmail.com, ³alenbabenko@yandex.ru

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКИХ «ТИК-ТОКОВ»

В данной статье описывается один из способов формирования очень важных навыков по правильному чтению чисел на примере обыкновенных и десятичных дробей.

Ключевые слова: обыкновенные дроби, десятичные дроби, социальные сети, математический «тик-ток».

D. M. Burikova, E. Y. Kopteva, A. S. Babenko
Kostroma State University

FORMING A MATHEMATICAL CULTURE WITH THE HELP OF MATHEMATICAL "TIK-TOK"

This article describes one of the ways to form very important skills for the correct reading of numbers using the example of ordinary and decimal fractions.

Keywords: ordinary fractions, decimal fractions, social networks, mathematical "tik-tok".

В наше время, когда цифровые технологии и социальные сети стали неотъемлемой частью нашей жизни, в образовательном процессе все чаще стали использоваться различные онлайн-инструменты и интернет-сервисы

(см. [3, 6, 7]). В статье приведен пример применения социальных сетей с целью обучения правильного произношения дробей.

Вообще, низкий уровень математической культуры на фоне падения общекультурного уровня среди школьников не является новым фактом. Вероятно, не последнюю роль здесь играют и социальные сети, демонстрирующие далеко не ведущую роль культурного компонента, и дистанционное общение в виде обмена короткими сообщениями, просто культивирующее безграмотность. Тем не менее, напомним, что любой инструмент, в том числе информационный, может быть использован как во зло, так и во благо, хотя примеров последнего катастрофически мало.

Известно, что основы математической культуры закладываются в младшей и средней школе, а, возможно, даже и ранее [4, 5]. Поэтому больно бывает видеть косноязычие многих студентов, до сих пор «решающих интегралы» и «делающих производную». И неправильная речь является далеко не всеми последствиями несформированности культурно-математических навыков. Низкий уровень таких навыков замедляет понимание основных терминов, тем самым ухудшая базу, на которой основывается дальнейшее обучение математике. И все это при том, что математическая терминология сама по себе крайне важна (см. работы [1, 2, 8, 9]).

По данным опроса, 43 % учеников средней школы путаются в написании и произношении обыкновенных и десятичных дробей. Среди старшеклассников и студентов этот процент поменьше, но все равно пугающе велик. Многих учителей и преподавателей беспокоит этот факт, свидетельствующий о трудностях операций с дробями. Таким образом, несомненной представляется актуальность темы, посвященной математической культуре, в частности, формированию умения правильно произносить и читать обыкновенные и десятичные дроби.

Был придуман способ, как помочь просто и доступно сформировать данное умение у обучающихся, начиная с 5 класса. Необходимо сделать мат-«тик-ток», то есть математический канал в социальной сети ВКонтакте.

В качестве примера опишем несколько таких видео. Преамбула к такому видео сразу обозначает проблему.

«Хочешь научиться читать дроби правильно? Многие ученики путаются в произношении дробей. Учителя за головы хватаются, когда слышат неправильное прочтение дробей. Давайте поможем друг другу!»

В одном из первых видео звучит такой стишок:

«Каждый может за версту

Видеть дробную черту.

Над чертой – числитель, знайте,

Под чертою – знаменатель.

Дробь такую непременно

Надо звать обыкновенной».

С помощью незамысловатой песенки ученик научится отличать числитель от знаменателя и понимать, в чем отличие обыкновенной дроби от десятичной.

При отработке навыка чтения обыкновенных дробей можно запустить мини-челлендж «Правильно прочитай дробь». А в завершение рекомендуется напомнить «Уважаемые дети, учите правильное произношение дробей, как минимум, на экзаменах это пригодится!»

При создании видео про чтение десятичных дробей следует привести следующие примеры: 0,01;3,3829. А затем обратить внимание, что в них нет знаменателя и числителя, следовательно, читаются они по-другому. Рекомендуется здесь же привести примеры прочтения десятичных дробей.

Многие школьники не хотят это учить специально, но запоминают по принципу «все равно нет выбора» (надо ли говорить, что такие знания крайне ненадежны). Маленькие видео, апеллирующие к «клиповому сознанию» позволят запомнить основные моменты и сформировать навык чтения дробей.

Сейчас уже более одного миллиарда активных пользователей вКонтакте, многие уже знают как это работает и одобряют формат видео. Обратим внимание, что эта вообще развлекательная сеть становится развлекательно-поучительной. Заметим, что необходимым условием такого видео является его длительность не более одной минуты, но в то же время «картинка» должна быть эффектной и запоминающейся.

Конечно, если ограничиваться только указанным форматом при изучении математики, велик риск превратить процесс обучения в балаган, но в качестве подспорья, такая форма вполне может быть использована. Несомненно, такой формат обучения нравится большинству учеников и может дать возможность учителю сформировать требуемые навыки у обучающихся. Это современно, быстро и понятно.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Алимуратов А. Е., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Топологическое пространство как структура, допускающая предельный переход // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 128–132.

2. Алимуратов Р. Г., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Нормированные пространства: может ли круг быть квадратом // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 132–135.

3. Бабенко А. С., Смирнова А. О., Михайлов И. Р. О преимуществах и недостатках применения интерактивных презентаций на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и

естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 82–87.

4. *Бабенко А. С., Зайцева Д. Ю., Кузнецова В. С.* Основные принципы дошкольного обучения математике // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 19–23.

5. *Бабенко А. С., Катержина С. Ф., Соловей Н. М.* Применение игровых технологий на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 10–13.

6. *Бабенко А. С., Краснова Т. Д., Шабалина М. Ф.* Выполнение кейсовых заданий по математике обучающимися с использованием электронной рабочей тетради как средство организации дистанционного обучения // Актуальные проблемы преподавания математических и естественно-научных дисциплин в образовательных организациях высшего образования : сборник докладов очно-заочной научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 75–82.

7. *Зайцев Д. В.* Разработка и применение электронной рабочей тетради на уроках информатики и ИКТ по разделу «Электронные таблицы Excel» // Развитие информационно-образовательной среды в организациях среднего профессионального образования: теория и практика : материалы II Международной научно-практической конференции / ред. Сташкевич И. Р., Большаков В. В., Башарина О. В., Кокорюкина А. В. Челябинск, 2017. С. 186–188.

8. *Матыцина Т. Н., Троскина А. Е., Ширяев К. Е.* Несколько слов об опасностях привычной терминологии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XII Всероссийской научно-методической конференции / науч. ред. Белихов А. Б. Кострома, 2018. С. 22–25.

9. *Ширяев К. Е., Алимуратов Р. Г., Троскина А. Е.* Метрическое пространство, или как измерить расстояние от Москвы до Кейптауна // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 26–29.

ТЕОРИЯ ГРАФОВ: ВУЗ, ШКОЛА, ОЛИМПИАДНЫЕ ЗАДАЧИ

В статье рассказывается о месте теории графов в вузовской и школьной математике. Оказывается, с помощью этой теории можно решать задачи по школьной математике олимпиадного уровня. Приведено два примера задач с их решениями.

Ключевые слова: вузовская математика, теория графов, олимпиадные задачи.

L. A. Chizhova, T. N. Matytsina, K. E. Shiryayev

Kostroma State University

GRAPH THEORY: UNIVERSITY, SCHOOL, OLYMPIAD TASKS

The article describes the place of graph theory in university and school mathematics. It turns out that with the help of this theory, it is possible to solve problems in school mathematics of the Olympiad level. Two examples of problems with their solutions are given.

Keywords: university mathematics, graph theory, Olympiad problems.

Если говорить о проблемах преподавания математических дисциплин в вузе, то сразу приходят на ум такие дисциплины, как математический анализ, линейная алгебра или аналитическая геометрия, являющиеся основой для дальнейшего обучения для всех специальностей с базовой математикой. В самом деле, на этих «трех китах» базируется как целый ряд нематематических дисциплин, использующих математический аппарат, так и масса специальных математических курсов, читаемых, как правило, для старшекурсников [1, 2, 4].

Теория графов – далеко не самая популярная область вузовской математики. И, тем не менее, задачи, в решении которых применяется эта теория, интересны и сами по себе, и в применении к реальности. Более того, некоторые рассуждения этой теории настолько просты и изящны, что могут быть использованы и в школьном образовании [3].

Знаменитое письмо Леонарда Эйлера к итальянскому математику Мариони можно считать первой работой по теории графов. В нем содержится постановка и решение «задачи о семи кенигсбергских мостах». Не вдаваясь в подробности, заметим, что задача имела решение отрицательное – по всем семи мостам нельзя пройти только по одному разу (конечно, здесь учитывалась конфигурация города, замысловато разделявшаяся рекой, через которую и были переброшены мосты).

Решение Эйлера предполагает следующую конструкцию. Мостам соответствуют линии, называемые ребрами графа, а соединяемым мостами частям города – точки, или вершины. Эйлер доказал, что число вершин,

являющихся концами нечетного числа ребер, должно быть четно. Далее, доказано, что граф (система всех ребер и вершин) с двумя и более вершинами, являющихся концами нечетного числа ребер, невозможно начертить одним росчерком. Так как схема Кенигсберга оказалась графом с четырьмя такими вершинами, то пройти по всем мостам по одному разу (одним росчерком) оказалось невозможным.

Строгие определения и свойства графов изложены в [5].

В настоящей статье рассматривается применение теории графов при решении задач «олимпиадного» типа. Оказывается, некоторые задачи такого рода прекрасно описываются указанной теорией. Первый пример из весеннего опыта российской глубинки.

Пример 1.

В некоторой труднопроходимой местности расположено 15 деревень, от каждой из которых проложены дороги не менее, чем в семь других. Можно ли добраться из произвольной деревни в любую другую?

Решение. Рассмотрим две произвольные деревни (назовем их, например А и В). Предположим, что дороги между ними нет. Каждая из деревень А и В соединена дорогами не менее, чем с семью другими, причем нет такой деревни, которая была бы соединена с обеими рассматриваемыми (в противном случае существовала бы дорога из А в В). Учитывая это, нарисуем часть графа (рис. 1), соответствующую А и В.

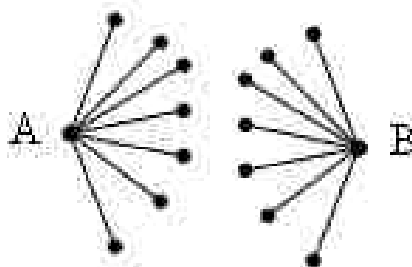


Рис. Пример графа

Очевидно, граф содержит не менее 16 различных вершин, что противоречит условию задачи. Таким образом, ответ на вопрос задачи утвердительный.

Хочется отметить, что при решении этой задачи граф используется как один из способов доказательства, причем предположение одной из возможностей (отсутствие сквозной дороги) является, по сути дела, предположением доказательства «от противного».

Второй пример, на этот раз из средневековья.

Пример 2.

Проводится рыцарский турнир, в котором принимают участие девять благородных рыцарей. Условия турнира – каждый должен биться с каждым по одному разу. Можно ли утверждать, что после любого числа поединков найдутся два рыцаря, принявших участие в одинаковом числе поединков. (Рыцари бьются тупым оружием, исключая смертельный исход поединка).

Решение. Формализуем задачу. Рыцарь – это вершина графа. Тогда ребром будет проведенный поединок между двумя рыцарями. Получившийся граф обладает девятью вершинами. Степенью вершины назовем число ребер, выходящих из этой вершины, т.е. число проведенных рыцарем поединков.

Докажем, что любой граф с девятью вершинами обладает хотя бы двумя вершинами одинаковой степени.

Степень произвольной вершины графа – целое число от нуля до восьми. Пусть существует граф, все вершины которого имеет разную степень. Тогда каждая вершина должна обладать своей степенью, отличной от степени другой вершины. Так как вершин всего девять, то должна быть и вершина со степенью ноль, и вершина со степенью восемь. Но так как вершина со степенью восемь связана со всеми остальными вершинами, то вершина со степенью ноль невозможна. Иными словами, среди степеней вершин ноль и восемь не могут встречаться одновременно. Но это и значит, что хотя бы две степени обязательно совпадут. И значит, всегда найдутся два рыцаря, принявших участие в одинаковом числе поединков.

В заключение приведем для заинтересовавшихся читателей нерешенное обобщение предыдущей задачи. Будет ли справедлив тот же результат (после любого числа поединков всегда найдутся два рыцаря, участвовавших в одинаковом числе поединков), если оружие не обязательно тупое. То есть сохранится ли результат, если число участников турнира может сокращаться после произвольного числа поединков?

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Несколько слов об опыте дистанционного обучения математическим дисциплинам // Осенние математические чтения в Адыгее : материалы IV Международной научной конференции / ред. коллегия Райгородский А. М., Савватеев А. В., Мамий Д. К., Сташ А. Х., Воронов В. А. ; Адыгейский государственный университет. Майкоп, 2021. С. 309–312.

2. *Белова И. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* О тематических акцентах при преподавании математики студентам технических специальностей // Актуальные технологии преподавания в высшей школе : материалы научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 10–12.

3. *Матыцина Т. Н., Бабенко А. С., Бутенина Д. В.* Элементы теории графов в школьной математике // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 47–52.

4. *Матыцина Т. Н., Розова В. А., Букина С. В.* Несколько примеров практических задач по дифференциальным уравнениям // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных

дисциплин : материалы XII Всероссийской научно-методической конференции / сост. Белихов А. Б. Кострома, 2018. С. 139–143.

5. Матыцина Т. Н. Дискретная математика. Основы теории графов : учебно-методическое пособие. Кострома : Костром. гос. ун-т им. Н. А. Некрасова, 2013.

УДК 378; 51

К. Е. Комиссарова¹, В. А. Бадоев², Т. Н. Матыцина³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹komissarex08@gmail.com, ²bbbvvaava@mail.ru, ³t_matycina@ksu.edu.ru

НЕМНОГО О САМОДВОЙСТВЕННЫХ ФУНКЦИЯХ

В статье рассмотрен вопрос изучения самодвойственных функций в курсе алгебры в вузе и приводятся примеры исследования систем на полноту.

Ключевые слова: системы булевых функций, самодвойственные функции, полные системы.

K. E. Komissarova, V. A. Badoev, T. N. Matytsina

Kostroma State University

A LITTLE ABOUT SELF-DUAL FUNCTIONS

The article considers the issue of studying self-dual functions in the course of algebra at the university and provides examples of the study of systems for completeness.

Keywords: systems of Boolean functions, self-dual functions, complete systems.

Понятие функции, пожалуй, является одним из самых популярных не только в математике, но и во многих ее приложениях. В самом деле, человеческое восприятие таково, что нам удобнее анализировать изменение некоторой величины с течением времени, тем самым фактически рассматривая временную функцию этой величины. Более серьезным исследованием будет рассмотрение связи изменения функции со скоростью этого изменения (дифференциальное уравнение), или каким-либо действием над самой величиной (уравнение функциональное). Иными словами, огромная часть как математических, так и использующих математический аппарат областей наук оперирует имеющими самый различный вид функциями (см. [3–7]).

В курсе математического анализа изучаются функции, определенные на множестве действительных чисел или на заданном промежутке, или на декартовом произведении нескольких множеств. Так или иначе область определения функции представляет собой множество. В курсе дискретной математики изучаются также функции, область определения которых –

дискретное множество. Простейшим (но нетривиальным) таким множеством является множество, состоящее из двух элементов, то есть рассматриваются булевы функции. Применяются булевы функции и в математической логике – естественная связь с логикой предикатов: единица соответствует значению «истина», ноль - «ложь». (О связанных с преподаванием математической логики проблемах см. [1, 2].)

Булевой функцией от n аргументов называется функция f из n -й степени множества $\{0, 1\}$ в множество $\{0, 1\}$.

Функция $f^*(x_1, \dots, x_n)$ называется двойственной к функции $f(x_1, \dots, x_n)$, если выполняется равенство:

$$f^*(x_1, \dots, x_n) = \bar{f}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n).$$

Булева функция $f(x_1, \dots, x_n)$ самодвойственна (принадлежит классу C), если она равна двойственной себе функции, то есть

$$f^*(x_1, \dots, x_n) = \bar{f}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n), f^*(x_1, \dots, x_n) = f^*(x_1, \dots, x_n) = \bar{f}(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_n).$$

Алгоритм распознавания самодвойственной функции, заданной таблицей истинности.

Очевидно, что для проверки самодвойственности булевой функции можно не получать двойственную ей функцию в явном виде, а лишь сравнивать значения исходной функции на противоположных наборах. Функция самодвойственна, если и только если на противоположных наборах принимает противоположные значения.

Пример 1. $f(x, y, z) = (\bar{x}_1 \oplus x_2) \vee (x_1 \oplus \bar{x}_3)$ не принадлежит классу C .

Доказательство

Можно доказать с помощью таблицы истинности (см. табл. 1).

Таблица 1

Таблица истинности

x_1	x_2	x_3	\bar{x}_1	$\bar{x}_1 \oplus x_2$	\bar{x}_3	$x_1 \oplus \bar{x}_3$	$\bar{x}_1 \oplus x_2 \vee (x_1 \oplus \bar{x}_3)$
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1	1

Из таблицы 1 можно увидеть, что на противоположных друг другу наборах значений аргументов функция не принимает противоположные значения.

Пример 2. $f(x, y, z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y})$ принадлежит классу C .

Доказательство

Можно доказать с помощью таблицы истинности (см. табл. 2).

Таблица 2

Таблица истинности

x	y	$x \wedge y$	\bar{y}	$x \wedge \bar{y}$	$(x \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y})$
0	0	0	1	0	0
0	1	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	1

Из таблицы 2 можно увидеть, что на противоположных друг другу наборах значений аргументов функция принимает противоположные значения.

Кроме того, самодвойственные функции играют особую роль при исследовании систем на полноту. Конечно, отметим, что при доказательстве полноты все функции важны. Если же система не является полной или недостаточно условий, или условия противоречивы, то возникает значение из-за какой функции это получается. Ниже приведем примеры систем, которые соответствуют перечисленным выше результатам, из-за самодвойственных или несамодвойственных функций

Пример 3. Исследовать систему $S = \{f_1, f_2\}$ на полноту:

- 1) $f_1 \in A \cap M \Rightarrow f_1 \in A$ и $f_1 \in M$;
- 2) $f_2 \in L \cap C \Rightarrow f_2 \in L$ и $f_2 \in C$;
- 3) $f_1 \vee f_2 \equiv 0$.

Решение

Воспользуемся Теоремой Поста (о полноте):

Для того чтобы система булевых функций была полна необходимо и достаточно, чтобы она содержала функцию, не сохраняющую 0, функцию, не сохраняющую 1, несамодвойственную функцию, немонотонную функцию, нелинейную функцию.

Из условия имеем, что

$$\tilde{0} f_1 \vee f_2 \equiv 0 \Rightarrow f_1(\tilde{0}) \vee f_2(\tilde{0}) \equiv 0 \Rightarrow f_2(\tilde{0}) \equiv 0 \Rightarrow f_2 \in C \Rightarrow f_2(\tilde{1}) \equiv 1;$$

значит $f_2 \in A \Rightarrow f_2 \in B$.

Из условия следует $f_1(\tilde{1}) \vee f_2(\tilde{1}) \equiv 0 \Rightarrow 1 \equiv 0$.

Противоречие условию.

Пример 4. Исследовать систему $S = \{f_1, f_2, f_3\}$ на полноту:

- 1) $f_1 = x \wedge y$;
- 2) $f_2 = 0$;

$$3) f_3 = x \leftrightarrow y.$$

Решение

Воспользуемся Теоремой Поста (о полноте).

1. $f_3 \notin A$;
2. $f_3 \notin B$;
3. $f_3 \notin C$, так как $0 = f_3(0, 1) \neq \bar{f}_3(1, 0) = 1$;
4. $f_3 \notin L$;
5. $f_3 \notin M$.

Система полная.

Пример 5. Исследовать систему $S = \{x \oplus y \oplus z; \bar{x}; xy \vee xz \vee yz\}$ на полноту.

1. $\bar{x} \notin A$;
2. $\bar{x} \notin B$;
3. $x \oplus y \oplus z \in C$;
 $\bar{x} \in C$, так как $\bar{x}^* = \neg \bar{x} = x$;
4. $xy \vee xz \vee yz \in C$;
5. $\bar{x} \notin M$.

Система неполная.

Пример 6. Исследовать систему $S = \{f_1, f_2\}$ на полноту:

- 1) $f_1 \in C \setminus M \Rightarrow f_1 \in C$ и $f_1 \notin M$;
- 2) $f_2 \notin B \cap M \Rightarrow f_2 \notin B$ или $f_2 \notin M$;

Решение

Воспользуемся Теоремой Поста (о полноте).

- 1.
- 2.
3. $f_1 \in C$
- 4.
5. $f_1 \notin M$.

Чтобы исследовать систему у нас недостаточно условий, поэтому мы составим две дополнительные системы.

$$f_1 = \{\bar{x}, \bar{x}y \vee \bar{x}z \vee yz, \dots\};$$

$$f_2 = \{x \oplus y, x \uparrow y, \bar{x}y \vee \bar{x}z \vee yz, \bar{x}, \overline{xy}, x \rightarrow y, 0, \bar{x}y, x\bar{y}, x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}, \dots\}.$$

$$S_1 = \{\bar{x}y \vee \bar{x}z \vee yz, x\bar{y}, x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z}, \dots\}$$

1. $x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z} \notin A$
2. $x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z} \notin B$
3. $x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{y}\bar{z} \in C$

$$\bar{x}y \vee \bar{x}z \vee yz \in C$$

4. $x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee yz \notin L$
5. $x\bar{y} \vee x\bar{z} \vee yz \notin M$

S_1 – неполная.

$$S_2 = \{\bar{x}, x \uparrow y\}$$

1. $x \uparrow y \notin A$;
2. $\bar{x} \notin B$;
3. $\bar{x} \notin C, x \uparrow y \notin C$.
4. $x \uparrow y \notin L$;
5. $\bar{x} \notin M$.

S_2 – полная.

Следовательно, условий недостаточно.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Задворнова А. С.* Изучение темы «Предикаты» обучающимися педагогических направлений подготовки // Современная педагогика и научные исследования в образовательной организации высшего образования : материалы Всероссийской научно-методической конференции / ред. коллегия Шутова А. Г., Кузнецова Н. С., Титова У. Ю. Кострома, 2022. С. 98–104.

2. *Бабенко А. С., Задворнова А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.* О математике, искусстве и интуиции: задачи на предикаты в школьном курсе математики // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. 2022. № S2(37). С. 57–59.

3. *Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е.* Метод Фурье решения уравнения диффузии как яркий пример взаимодействия различных математических дисциплин // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 107–113.

4. *Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е.* Уравнения математической физики: пример синергии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 114–119.

5. *Луночкин М. А., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е.* О формулах показателей неограниченных систем // Осенние математические чтения в Адыгее : материалы IV Международной научной конференции / ред. коллегия Райгородский А. М., Савватеев А. В., Мамий Д. К., Сташ А. Х., Воронов В. А. Майкоп, 2021. С. 178–179.

6. *Матыцина Т. Н., Розова В. А., Букина С. В.* Несколько примеров практических задач по дифференциальным уравнениям // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XII Всероссийской научно-методической конференции / сост. Белихов А. Б. Кострома, 2018. С. 139–143.

7. *Ширяев К. Е., Кузьмина Д. Д., Чижова Л. А.* Об одном примере из области дифференциального исчисления функции двух переменных // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-

научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 57–60.

УДК 378; 51

У. Н. Махина¹, А. Е. Троскина², М. В. Торосян³
^{1,2,3}Костромской государственной университет
^{1,2,3}kaf_algeo@ksu.edu.ru

ОБ ОДНОЙ ТИПОВОЙ 21 ЗАДАЧЕ ОГЭ И МЕТОДАХ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Статья посвящена экзаменационным мероприятиям. Отмечен снижение уровня подготовки, демонстрируемого, в том числе, решением 21-й задачи ОГЭ. Представлены некоторые типовые варианты этой задачи. Подробно разобрано решение задачи на движение, использующее временную ось.

Ключевые слова: экзаменационные мероприятия, ОГЭ, задачи на движение, временная ось.

U. N. Makhina, A. E. Troskina, M. V. Torosyan
Kostroma State University

ABOUT THE ONE TYPICAL TASK NUMBER 21 FROM THE OGE AND METHODS OF ITS SOLUTION

The article is devoted to examination events. There was a decrease in the level of training demonstrated, among other things, by the solution of the 21st task of the OGE. Some typical variants of this task are presented. The solution of the motion problem using the time axis is analyzed in detail.

Keywords: Examination activities, OGE, movement tasks, time axis.

Экзамен – это всегда стрессовая ситуация. Даже хорошо подготовленные к экзаменам студенты испытывают некоторое волнение, когда подходят к столу экзаменатора. А вдруг спросят то, чего не знаешь? Экзамен – это случай, что попадет, готов ли к тому, что спросят, не забудешь ли чего-то важного? Не волнуются только те, кто не знает ничего. И это студенты, закаленные регулярными сессиями раз в каждые полгода.

Чего уж говорить о школьниках, их родителях и особенно учителях. Многие из них подчас переживают даже сильнее своих учеников (и хочется сказать им за это большое спасибо)!

Именно поэтому процесс подготовки к школьным экзаменам так важен и значим и для выпускников (результаты экзаменов сильно влияют на выбор дальнейшей деятельности), и для их наставников. О влиянии результатов

ЕГЭ на вузовское образование, о проблемах, связанных с этим, можно прочитать в работах [1–3, 5].

В данной работе речь пойдет об одной методике решения 21-ого задания ОГЭ. К сожалению, в последнее время наметилась тенденция снижения общего уровня подготовки, что не могло не сказаться и на проценте успешно справившихся с этим заданием школьников, 21-ое задание ОГЭ дается учащимся с каждым годом всё хуже. В качестве одного из инструментов исправления сложившейся ситуации, авторами предлагается один из методов подготовки к решению 21-го задания.

Частый тип задач под этим номером – задачи на проценты. Очень хорошо теория по данному вопросу представлена в работе [4], где содержится весь необходимый материал для составления модели и последующего решения задач. Надо сказать о методической особенности цитируемой работы – при решении не вводится никаких новых переменных, а все строится на рассматриваемых формулах.

Не менее часто встречаются задачи на движение, на которых хотелось бы остановиться особо. Перед тем, как к ним приступать, совершенно необходимо тщательно отработать формулу $S = v \cdot T$.

Рассмотрим конкретный пример.

Задача.

Первый велосипедист выехал из посёлка по шоссе со скоростью 12 км/ч. Через час после него со скоростью 10 км/ч из того же посёлка в том же направлении выехал второй велосипедист, а ещё через час – третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через два часа после этого догнал первого.

Решение.

Рассмотрим схему задачи (рис.1).

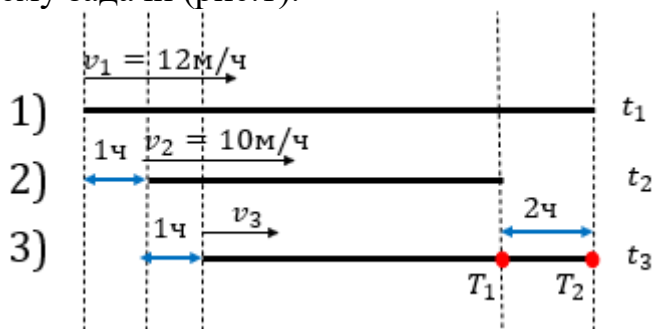


Рис.

Отталкиваясь от рассмотрения оси времени для всех участников движения, делаем акцент на том, что второй и третий велосипедист выезжали позже. Ключевыми для нас являются два момента времени T_1 и T_2 . Решение задачи сводится к тому, что рассматриваются поочерёдно первый и второй момент.

1. На схеме мы видим, что T_1 – это момент, когда третий догнал второго

$$T_1 = \frac{s}{v_{сбл}}$$

Путь, пройденный третьим и вторым одинаковый. Скорость сближения – разность их скоростей

$$v_{сбл} = v_3 - v_2.$$

Подставляем известные значения

$$v_{сбл} = v_3 - 10$$

Из известной разницы во времени 1 ч, находится путь второго за этот час: $10 \text{ км/ч} \cdot 1 \text{ ч} = 10 \text{ км}$.

Подставляя полученное значение в формулу, получим

$$T_1 = \frac{10}{v_3 - 10}.$$

2. Рассмотрим T_2 , когда третий догнал первого

$$T_2 = \frac{s}{v_{сбл}},$$

Пути они проделали одинаковые, и скорость сближения

$$v_{сбл} = v_3 - v_1 = v_3 - 12.$$

Разница во времени составит 2 ч, пройденный путь первого за это время: $12 \text{ км/ч} \cdot 2 \text{ ч} = 24 \text{ км}$.

Подставив в формулу, получим

$$T_2 = \frac{24}{v_3 - 12}$$

Заметим, что $T_1 < T_2$.

И разница между этими моментами 2 ч, и, таким образом,

$$T_2 - T_1 = 2,$$

Откуда

$$\frac{24}{v_3 - 12} - \frac{10}{v_3 - 10} = 20.$$

Из полученного уравнения уже нетрудно найти окончательный ответ $v_3 = 20$.

Ответ: 20 км/ч.

Представленные рассуждения фактически базируются на единственной формуле (расстояние есть скорость, умноженная на время). В то же время рассмотрение временной оси позволяет «увидеть» наглядно все происходящее и отыскать правильные соотношения, необходимые для получения ответа.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е.* Комплексные числа в школьном курсе математики и в перспективной модели ЕГЭ // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 2. С. 60–68.

2. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е.* Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

3. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Обучение учителей математики в условиях введения профессионального стандарта // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2020. Т. 26, № 4. С. 154–160.

4. *Коваленко М. Ю.* Технология решения математических задач на проценты // Вестник Костромского государственного университета им. Н. А. Некрасова. 2005. Т. 11, № 9. С. 108–112.

5. *Махина У. Н., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е.* Элементарные свойства непрерывных функций и нахождение асимптот // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 102–106.

ЭЛЕКТИВНЫЙ КУРС «ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ»

Статья посвящена теме преемственности математического образования в школе и вузе. Особую роль в этом взаимодействии играют элективные курсы. В статье приведен примерный план и содержание такого курса, посвященного элементарным свойствам функций.

Ключевые слова: преемственность школьного и вузовского курса математики, функции, четность-нечетность, монотонность, ограниченность.

U. N. Makhina, A. E. Troskina, E. P. Priezzheva
Kostroma State University

ELECTIVE COURSE "ELEMENTARY PROPERTIES OF FUNCTIONS"

The article is devoted to the topic of continuity of mathematical education in school and university. Elective courses play a special role in this interaction. The article provides an approximate plan and content of such a course devoted to elementary properties of functions.

Keywords: continuity of the school and university course of mathematics, functions, parity-odd, monotony, limitation.

Влиянию школьного математического образования на обучение в вузе посвящена не одна работа (напр., [1–4]). Бесспорным является факт – чем лучше первокурсник знает школьную математику, тем больше у него шансов «не заблудиться» в хитросплетениях математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений и других вузовских математических дисциплин. Не последняя роль в формировании «школьного математического фундамента» играют и повышающие кругозор школьника, оттачивающие элементарные навыки элективные курсы (см., [5, 6]).

В данной статье рассмотрен один из таких курсов, посвященный одному из основных понятий современной математики – функциональной зависимости. Подобный курс позволит углубить и систематизировать сведения учащихся по исследованию путей задания функций, их свойств и графиков, а также откроет перед школьниками выходящие за рамки школьного компонента новые факты об обратных функциях и их свойствах.

Представление о функциональной зависимости, являясь одним из основных в математике, пронизывает все ее приложения; оно, как ни одно другое, приучает принимать величины в их постоянной изменчивости, в

обоюдной связи. Эту тему можно рассматривать как краеугольный камень многих методов решения проблем. Представление функциональных зависимостей обеспечивает эффективное средство описания сложных систем с конечным объемом информации. Функциональная зависимость – это термин, который используется в различных областях математики, от алгебры и аналитического исчисления до вероятности и статистики. Это понятие относится и к таким, как линейность или стабильность. По сути, функциональная зависимость помогает нам понять отношения между наборами данных.

Анализ действия функций и построение их графиков являются важным разделом школьного направления. Иногда график представляется единственно возможным образом задания функции. Простое обладание техникой построения графиков часто помогает выбирать непростые решения задачи. Помимо того, способность изображать графики функций представляет огромный интерес для самих учащихся.

Курс предусматривает дифференцированное обучение, как по порядку применения вопросов разной степени сложности, так и на основе отличной степени самостоятельности в изучении или новом материале. Подход, который использует этот курс, позволяет студентам изучать информацию в своем собственном темпе. Следовательно, программа может применяться для различных групп учащихся с совершенно различным уровнем предварительной подготовки.

На изучение всего курса отводится 17 часов, по окончании предусмотрено зачетное мероприятие на 1 час.

Курс ориентирован на профильную подготовку учащихся по математике. Он расширяет основной курс по математике, является предметно-ориентированным, дает учащимся перспективу познакомиться с занимательными вопросами и задачами математики, подразумеваясь одновременно не только демонстрационным, но и информативным курсом.

Целью курса являются расширение и систематизация сведений учащихся, связанных с понятием функции, графика функции, и использованием этих понятий в жизни и на практике.

Освоившие курс учащиеся должны знать:

- определение функции как алгебраической модели, характеризующей многообразие действительных взаимосвязей;

- понятие базовых свойств функции;

Учащиеся должны уметь:

- идентифицировать значение функции по значению аргумента при разных методах задания функции;

- находить значение аргумента по значению функции, заданной графиком или таблицей;

- выстраивать графики освоенных функций, осуществлять преобразования графиков;

– характеризовать по графику и в тривиальных случаях по формуле поведение и свойства функций, находить по графику функции максимальное и минимальное значения;

– решать уравнения, системы уравнений, применяя свойства функций и их графиков;

– исследовать в тривиальных случаях функции на монотонность, находить максимальные и минимальные значения функций;

– строить графики многочленов и тривиальных рациональных функций с применением программы графопостроитель;

– применить для приближённого решения уравнений и систем уравнений графический подход.

Примерный тематический план курса «Элементарные свойства функций».

Тема 1. Подготовительный этап (1 ч).

Тема 2. Историко-генетический подход к понятию «функция» (1 ч).

Тема 3. Способы задания функции (1 ч).

Тема 4. Четные и нечетные функции (2 ч).

Тема 5. Монотонность функции (2 ч.).

Тема 6. Ограниченные и неограниченные функции (2 ч).

Тема 7. Исследование функции элементарными способами (2 ч).

Тема 8. Построение графиков функции (2 ч).

Тема 9. Функционально-графический метод решения уравнений (2 ч).

Тема 10. Функция: сложно, просто, интересно (2 ч).

Контрольное мероприятие (1 ч).

Всего 18 часов.

Вопросы, исследуемые в курсе, выходят за границы общеобязательного наполнения. Вместе с тем, они неразрывно прилегают к базовому курсу. Поэтому конкретный элективный курс будет благоприятствовать усовершенствованию и развитию значимых математических знаний и умений, предусмотренных школьной программой, активизации образовательной деятельности учащихся, поможет проанализировать свои возможности по математике и более осмысленно подобрать потенциальную профессию.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е.* Комплексные числа в школьном курсе математики и в перспективной модели ЕГЭ // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 2. С. 60–68.

2. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е.* Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного

университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

3. Демидова Ю. С., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. Комбинаторные задачи как средства реализации межпредметных связей в начальной школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 22–26.

4. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. О значимости элективных курсов: теория пределов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 78–81.

5. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. Преподавание математического анализа в школе и вузе: четные и нечетные функции // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 82–85.

6. Махина У. Н., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. Элементарные свойства непрерывных функций и нахождение асимптот // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 102–106.

УДК 378; 51

Е. П. Приезжева¹, А. С. Бабенко², Т. Н. Матыцина³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹ekaterinapriezjeva@gmail.com, ²alenbabenko@yandex.ru, ³t_matycina@ksu.edu.ru

ФОРМИРОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ГРАМОТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ ПРОВЕДЕНИЯ БИНАРНЫХ УРОКОВ

В статье рассматриваются вопросы формирования межпредметных связей в форме бинарных уроков. Затрагиваются проблемы формирования функциональной грамотности, приводится пример бинарного урока по математике и русскому языку по теме «Модуль», который позволяет сформировать у обучающихся математическую функциональную грамотность.

Ключевые слова: математическая грамотность, функциональная грамотность, модуль, бинарный урок, междисциплинарные отношения.

FORMATION OF MATHEMATICAL FUNCTIONAL LITERACY THROUGH BINARY LESSONS

The article deals with the formation of interdisciplinary connections in the form of binary lessons. The problems of the formation of functional literacy are touched upon, an example of a binary lesson in mathematics and the Russian language on the topic "Module" is given, which allows students to develop mathematical functional literacy.

Keywords: *mathematical literacy, functional literacy, module, binary lesson, interdisciplinary relations.*

С развитием общества возрастают и требования к подрастающему поколению. Современному человеку недостаточно просто иметь знания, необходимо уметь синтезировать их и применять на практике в различных ситуациях, относящихся как к учебной, так и повседневной жизни. А потому формирование функциональной грамотности является одной из важнейших задач современного образования.

Функциональная грамотность – это умение человека использовать приобретаемые знания для решения широкого диапазона задач, относящихся к различным сферам деятельности. Всего можно выделить шесть основных содержательных составляющих функциональной грамотности: математическая грамотность, читательская грамотность, естественно-научная грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции и креативное мышление. Математическая грамотность предполагает способность обучающихся применять математические знания при решении разнообразных практических задач, способность рассуждать логически.

Стоит отметить, что большинство школьных учебников содержит в основном однотипные задачи, которым могут отличаться друг от друга разве что уровнем сложности, в то время как практико-ориентированные задачи встречаются куда реже. Тем не менее, можно заметить, что они стали появляться всё в большем количестве в ОГЭ, ЕГЭ и ВПР.

Ряд трудностей, которые могут возникать при решении подобных задач, обусловлен недостаточно сформированными умениями: работать с информацией, представленной в различных формах (диаграммы, схемы, рисунки, чертежи); переводить нестандартное условие задачи в типичное; перебирать возможные варианты решения, искать оптимальное; работать с нетрадиционным заданием.

Таким образом, для развития функциональной математической грамотности, необходимо время от времени включать в список нестандартные задачи для решения и разбирать их с учащимися.

Одним из наиболее ярких этапов формирования функциональной математической грамотности является изучение стереометрии в школе. (О некоторых методиках обучения стереометрии в школе и вузе см., напр.,

[4, 6, 8].) Обучающимся необходимо не только умение использовать формулы, но и представлять саму задачу, строить ее модель в уме и потом переносить на бумагу. Именно здесь важно объяснить, что не всегда можно с первого раза правильно изобразить фигуру, важно не бояться экспериментировать с различными ракурсами, чтобы определить, какой из чертежей более всего подходит. Данные знания вносят огромный вклад в дальнейшее изучение математики в вузе, так как у обучающихся, которые успешно научились решать такие задания в школе, хорошо развито пространственное мышление, что поможет им решать более сложные задачи по геометрии в курсе вузовской математики.

Развитие в школе такого навыка, как понимание математического текста, значительно облегчает изучение математики как в школе, так и в вузе. Определение того, что необходимо найти, и того, что задано условием – важнейшие этапы решения любой задачи. Отсутствие умения читать текст вычленять из него важную информацию и отбрасывать ту, что дана для создания ситуации, часто служит причиной неверного решения задачи, так как учащийся может дать ответ совершенно на другой вопрос, который не был задан в задаче. Обучающиеся, которые умеют работать с математическим текстом, смогут решать более сложные задачи, допуская меньше ошибок.

Умение работать с различными таблицами и схемами, несомненно, очень важно для любого человека, изучающего математику в вузе. Так, например, работу с таблицами Брадиса можно назвать важной составляющей обучения математике. У обучающихся не будет боязни различного вида схем и таблиц, если еще в школе они работали с ними. Одним из наглядных примеров, который школьники долгое время могут использовать, является тригонометрический круг. Есть и табличные варианты данного материала, но именно работа с окружностью помогает быстрее решать тригонометрические уравнения и неравенства, изучение которых начинается в школе и продолжается в курсе вузовской математики.

Одной из возможностей формирования математической функциональной грамотности является проведение бинарных уроков (о примерах бинарных уроков см. в работах [1, 2]). Вообще же бинарные уроки – одна из форм реализации межпредметных связей [3, 5, 7], делающих образование более целостным, и, следовательно, автоматически повышающих как общий уровень, так и уровни знания и понимания отдельных дисциплин не только школьного, но и вузовского образования.

Бинарный урок на закрепление изученного материала не требует особой подготовки теоретического материала, так как он уже был изучен. Его повторение можно включить в этап актуализации базовых знаний. Практическая же часть такого урока более разнообразна, так как все оставшееся время приходится именно на закрепление полученных знаний, путем решения различных заданий.

На таком уроке самым важным является то, что бы внимание уделялось обоим предметам и подборка задач включала в себя как задания из математики, так и из интегрируемого предмета. Таким образом, учащиеся смогут увидеть схожие черты при решении разных задач, что поможет им осознать взаимосвязь изучаемых дисциплин.

На этапе актуализации базовых знаний выполняются следующие задания:

1. Вставьте пропущенные слова, чтобы получилось определение:

– Модулем числа называют _____, изображающей это число на координатной прямой; (расстоянием от начала отсчета до точки).

– Модуль числа принимает только _____ значения; (неотрицательные).

– Модуль _____ числа равен этому числу, модуль отрицательного числа равен числу, _____; (неотрицательного, противоположного данному).

– Модули _____ чисел равны (противоположных).

2. Выполнить устно:

А) Найдите модуль чисел: 38; -2,3; 0,75;

Б) Назовите числа, противоположные: 7; -8; -1,5; 4,2; -9,458;

В) Назовите все целые числа, которые одновременно являются решениями неравенств: $-4 < x < 6$ и $-7 < x < 3$.

Затем учащиеся отвечают на вопросы:

1. Что такое числительное? Что оно может обозначать?

2. Назовите разряды числительных?

3. В зависимости от способа образования как делятся числительные?

На этапе закрепления изученного материала выполняются следующие задания:

1. Выполнить действие:

$$\left| -\frac{5}{9} \right| \cdot \left| \frac{3}{5} \right|$$

А) произведение модулей минус пяти девятых и трех пятых равно _____;

Б) произведение модулей минус пяти девятых и три пятых равно _____;

В) произведение модулей минуса пять девятых о трех пятых равно _____.

Важно обратить внимание и задать такие вопросы: Что мы делаем, если под модулем у нас отрицательное число? Что мы делаем с модулем положительного числа?

2. Вычислить: $|7,2| \cdot |-0,6|$

А) -12;

Б) 12;

В) 1,2.

3. Найдите значение выражения: $|a| - |b| : |a + 0,04|$, если $a = -0,14$; $b = 0,1$.

4. Запишите задачу, заменив все цифры прописью и решите ее.

Московское метро (к 1959 г.) было построено в 5 очередей. Длина первой очереди метро $|7,9 - 19,5|$ км, второй – $|8,64 + 6,26|$ км, длина третьей на 1,1 км меньше длины второй очереди, длина четвертой очереди на $|-6,9| + |2,7|$ км больше третьей очереди, а длина пятой очереди на 11,5 км меньше четвертой. Чему равна длина Московского метро к началу 1959 г.?

В конце ученики отвечают на следующие вопросы:

1. С какими существительными не могут сочетаться собирательные числительные? Приведите пример.

А) с существительными мужского рода;

Б) с существительными в форме только множественного числа;

В) с существительными женского рода (верно);

Г) с существительными, обозначающими детенышей животных.

2. Какие числительные склоняются так же, как и прилагательные?

А) дробные;

Б) собирательные;

В) порядковые (верно);

Г) целые.

3. Числительные 40, 90, 100 в косвенных падежах имеют окончание(я)?

А) – о;

Б) – а;

В) как у прилагательных;

Г) – у.

Таким образом, заложенные основы функциональной математической грамотности учителями в школе, значительно могут облегчить дальнейшее изучение данной дисциплины в высшем учебном заведении.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Приезжева Е. П.* Бинарный урок как средство реализации межпредметных связей курса математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 35–39.

2. *Бабенко А. С., Приезжева Е. П.* Бинарный урок как средство формирования профессиональных компетенций студента // Современная педагогика и научные исследования в образовательной организации высшего образования : сборник докладов Всероссийской научно-методической конференции / ред. коллегия Шутова А. Г., Кузнецова Н. С., Титова У. Ю. Кострома, 2022. С. 104–109.

3. *Бабенко А. С., Харитоновна Е. А., Кузнецова В. С.* Цели и задачи формирования межпредметных связей // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 14–18.

4. Бутенина Д. В., Марголина Н. Л., Волкова Д. Д. Интерактивный метод обучения стереометрии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 40–43.

5. Волкова Д. Д., Колтакова И. А., Матыцина Т. Н. История межпредметных связей: о некоторых задачах с использованием производной // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 94–98.

6. Волкова Д. Д., Марголина Н. Л., Сидоренко А. А. Формирование начальных понятий по стереометрии в средней школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 103–106.

7. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Метод Фурье решения уравнения диффузии как яркий пример взаимодействия различных математических дисциплин // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 107–113.

8. Жаров С. В., Марголина Н. Л., Медведева Л. Б. Компетентностный подход при изучении раздела поверхностей второго порядка как геометрического места точек в пространстве // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 1. С. 168–173.

УДК 378; 51

И. Д. Семенова¹, Т. Н. Матыцина², Н. Л. Марголина³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹kaf_algeo@ksu.edu.ru, ²t_matycina@ksu.edu.ru, ³nmargolina@mail.ru

ДЕЛИМОСТЬ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ ЗА ШЕСТОЙ КЛАСС

Статья посвящена одному из базовых навыков, формируемому в школьном курсе математики, а именно признакам делимости. Проведен сравнительный анализ двух наиболее популярных учебников математики за шестой класс в свете сравнения глубины преподавания признаков делимости. Отмечена важность данной темы и для олимпиадного движения. Приведены примеры задач олимпиадного уровня и их решений.

Ключевые слова: *школьная база вузовского образования, теория делимости, признаки делимости, олимпиадные задачи.*

DIVISIBILITY IN THE SIXTH GRADE MATH COURSE

The article is devoted to one of the basic skills formed in the school mathematics course, namely the signs of divisibility. A comparative analysis of the two most popular textbooks of mathematics for the sixth grade in the light of comparing the depth of teaching divisibility features is carried out. The importance of this topic for the Olympiad movement was also noted. Examples of Olympiad-level tasks and their solutions are given.

Keywords: *the school base of university education, the theory of divisibility, signs of divisibility, Olympiad tasks.*

Сегодня, когда речь заходит о математическом образовании, кажется, уже никто не сомневается в существенной необходимости для вузовской математики прочной школьной базы. Многочисленные проекты, призванные повысить качество преподавания математики, касаются не только вузовских программ, но и, в первую очередь, программ школьных [2, 5]. В самом деле, основные математические навыки закладываются именно в школе, а то и ранее. (См., напр., [1, 3, 4, 6].) Настоящая статья посвящена навыку, связанному с теорией делимости. Эта тема затрагивается в школьном курсе математики, начиная с 5–6 классов, и продолжаясь в курсе алгебры 8-х и 9-х классов.

Рассмотрим и сравним наиболее популярные в учебных заведениях учебники математики. Объектом такого сравнения выбраны два различных учебника – А. Г. Мерзляка и Н. Я. Виленкина.

Изучение делимости в учебнике А. Г. Мерзляка начинается с темы «Делители и кратные». В ней автор знакомит учащихся с понятиями «делитель» и «делимость». Далее в учебнике представлены основные признаки делимости, а именно: на 2, на 3, на 5, на 9 и на 10. Рассмотрев признаки делимости А. Г. Мерзляк переходит ко введению понятий «простое число» и «составное число», данные понятия необходимы для дальнейшего изучения делимости, а именно для введения НОД и НОК. Стоит отметить, что НОД и НОК необходимы учащимся не столько для непосредственного решения задач на делимость, сколько для введения операций с дробями (сложение, вычитание, умножение, деление). Соответственно наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное завершают тему «Делимость» в учебнике по математике Ф. Г. Мерзляка для 6 класса.

Рассматриваемая нами тема в учебнике Н. Я. Виленкина раскрывается аналогично учебнику А. Г. Мерзляка, однако, Н. Я. Виленкин включает в учебник и исторические справки по изучаемым темам. Так, например, в учебнике представлена небольшая статья о решетке Эратосфена.

По итогам освоения образовательной программы по предмету «Математика» учащиеся 5–6 классов должны знать:

- делители и кратные числа, разложение на множители;
- простые и составные числа;

- признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10;
- деление с остатком;
- делители и кратные;
- наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное;
- делимость суммы и произведения.

Резюмируя, хочется отметить, что наиболее полная информация представлена в учебнике Н. Я. Виленкина. Таким образом, более подходящий для углублённого изучения делимости материал представлен именно в этом учебнике. Пособие А. Г. Мерзляка позволяет учащимся ознакомиться с делимостью с точки зрения применения полученных знаний для работы с дробями и непосредственно решения ученических задач базового уровня сложности.

Заметим, что задачи на делимость просто идеально подходят для различных конкурсов и олимпиад. Ниже приводятся примеры трех подобного рода задач с решениями.

Пример 1. Света задумала натуральное трёхзначное число, все цифры которого различны, при чём третья цифра является суммой первых двух. Также известно, что это число делится на 2 и на 3. Какое это число?

Решение. Так как число делится на 2, то должно быть чётным, то есть оканчиваться на 0, 2, 4, 6, 8.

Так как последняя цифра – сумма двух первых, то на 0 число оканчиваться не может. Остаются варианты 2, 4, 6, 8.

Так как число делится на 3, то сумма его цифр должна делиться на 3. Проверим выполнение этого условия для оставшихся вариантов:

$$2 + 2 = 4 \text{ – не подходит;}$$

$$4 + 4 = 8 \text{ – не подходит;}$$

$$6 + 6 = 12 \text{ – подходит;}$$

$$8 + 8 = 16 \text{ – не подходит.}$$

Таким образом выяснили, что искомое число должно оканчиваться на 6. Найдём первые две цифры этого числа. Для этого нам необходимо представить 6 в виде суммы двух различных цифр.

Ответ: 156, 516, 246, 426.

Пример 2. Жители острова Невезения делят сутки на несколько часов, час на несколько минут, а минуту на несколько секунд. В сутках у них 77 минут, а в часе 91 секунда. Сколько секунд в сутках у жителей острова Невезения?

Решение. Так как в сутках 77 минут можем узнать сколько часов в сутках. Для этого разложим 77 на простые множители: $77=7 \cdot 11$. Таким образом, в сутках либо 7, либо 11 часов. Заметим, что в часе 91 секунда и разложим число 91 на простые множители: $91=13 \cdot 7$, так как 7 – общий множитель и для количества минут в сутках и для количества секунд в часе, то сделаем вывод, что в сутках 11 часов. Исходя из этого посчитаем сколько секунд в сутках у жителей острова Невезения: $91 \cdot 11 = 1001$ секунда.

Ответ: 1001 секунда.

Пример 3. Чтобы разблокировать телефон, нужно ввести код, состоящий из 5 цифр, среди которых есть двойки, тройки и пятёрки. Известно, что двоек и троек поровну, а число кода кратно 15. Найдите один из возможных кодов.

Решение. Так как код кратен 15, то он делится на 5 и на 3. То есть последняя цифра кода – пятёрка (по признаку делимости на 5), а сумма цифр кода должна делиться на 3 (по признаку делимости на 3).

Так как двоек и троек поровну, то получим 2 варианта наборов цифр, из которых можно составить код. 22335 и 23555. Проверим сумму цифр в каждом из вариантов: $2 + 2 + 3 + 3 + 5 = 15$, следовательно, первый набор подходит; $2 + 5 + 3 + 5 + 5 = 20$, а второй – нет.

Из цифр первого набора составим коды, при том таким образом, чтобы последняя цифра была 5.

Ответ: 33225, 32325, 22335, 23235, 23325, 32235.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Катержина С. Ф., Соловей Н. М.* Применение игровых технологий на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 10–13.

2. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Незамаева В. В.* Направления государственной программы «Доступная среда», влияющие на качество математического образования для обучающихся с нарушением зрения // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 29–34.

3. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

4. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Несколько слов об опыте дистанционного обучения математическим дисциплинам // Осенние математические чтения в Адыгее : материалы IV Международной научной конференции / ред. коллегия Райгородский А. М., Савватеев А. В., Мамий Д. К., Сташ А. Х., Воронов В. А. ; Адыгейский государственный университет. Майкоп, 2021. С. 309–312.

5. *Бабенко А. С., Собашко Ю. А., Кузнецова В. С.* Структура национального проекта «Образование» // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 24–28.

6. *Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е.* Преподавание математического анализа в школе и вузе: четные и нечетные функции //

Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 82–85.

УДК 378; 51

М. Ф. Шабалина¹, И. Р. Михайлов², А. С. Бабенко³
^{1,2,3}Костромской государственной университет
¹shabalina.masha2015@gmail.com, ²Mihailov.iwan2014@gmail.com,
³alenbabenko@yandex.ru

ИЗУЧЕНИЕ ПРОИЗВОДНЫХ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КЕЙС-ТЕХНОЛОГИИ ОБУЧЕНИЯ И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

В данной статье описывается способ совместного применения кейс-метода и цифровых технологий обучения на уроках математики. В качестве примера разобрано занятие по теме «Производная сложной функции», которое можно применять в старших классах, колледжах или в вузе. Показано взаимодействие данных методик, а также их преимущества, которые способствуют формированию предметных и метапредметных универсальных учебных действий, профессиональных компетенций, а также активизации деятельности учащихся.

Ключевые слова: производная, кейсовое задание, цифровые технологии, информационно-коммуникационные технологии.

M. F. Shabalina, I. R. Mikhailov, A. S. Babenko
Kostroma State University

STUDYING DERIVATIVES OF A COMPLEX FUNCTION USING CASE LEARNING TECHNOLOGY AND DIGITAL TECHNOLOGIES

This article describes a way to combine the case method and digital learning technologies in mathematics lessons. As an example, a lesson on the topic “The derivative of a complex function” was analyzed, which can be used in high school, colleges or universities. The interaction of these methods is shown, as well as their advantages, which contribute to the formation of subject and meta-subject universal educational activities, professional competencies, as well as the activation of students' activities.

Keywords: derivative, case study, digital technologies, information and communication technologies.

В наше время, когда мир стремительно развивается и бежит к повсеместной глобализации и компьютеризации, очень важно, чтобы деятельность работника образовательной сферы не отставала. Ведь

современный школьник по большей части сейчас является потребителем и способен принимать только ту информацию, которую ему «разжевали» и «принесли на блюдечке». Но современные образовательные стандарты, в том числе и обновленный ФГОС, диктуют нам совершенно другие требования, в которых ученик должен быть активным участником образовательного процесса. Вследствие чего встает острый вопрос: как добиться желаемого результата и какие ресурсы могут в этом помочь.

Углубившись в изучение данной темы, мы приняли решение, что основными средствами достижения активности и заинтересованности учащихся смогут стать технологии интерактивного обучения и кейс-технологии (case-study).

Кейсовая образовательная технология (case-study) – это обучение действием: усвоение знаний и формирование умений есть результат активной самостоятельной деятельности учащихся по разрешению противоречий, в результате чего и происходит творческое овладение профессиональными знаниями, навыками, умениями и развитие мыслительных способностей [8].

Цифровые образовательные технологии – это инновационный способ организации учебного процесса, основанный на использовании электронных систем, обеспечивающих наглядность [4].

Данные технологии прекрасно взаимодействуют между собой, дополняя друг друга. Обе они могут включать в себя синтез проблемного обучения, информационно-коммуникативные технологии и методы проектов. Исходя из этого, можем сказать, что данные технологии можно использовать на всех этапах урока и во внеурочной деятельности.

Ключевая особенность кейс-метода заключается в том, что обучающиеся погружаются в проблемную ситуацию, где активизируется самостоятельная деятельность для решения поставленных задач и нахождения путей решения.

Принцип интерактивного обучения способствует наглядности изучаемого материала, что помогает привлечению и удержанию внимания. Особенно это актуально при освоении сложных дисциплин и тем, связанных с преподаванием математического анализа (причем как в школе, так и в вузе). Именно поэтому твердые базовые школьные навыки по этой дисциплине столь важны и при дальнейшем обучении. (О проблемах преподавания элементов математического анализа в школе и вузе см. [3, 5–7]).

Приведем пример занятия по теме «Производная сложной функции» с использованием описанных выше технологий. На начальном этапе для погружения в тематику занятия ученикам необходимо с помощью сайта «skysmart» изучить текст, проанализировать его и ответить на ряд вопросов (<https://skysmart.ru/articles/mathematic/tablica-proizvodnyh-funkcij>) (см. подробнее в работах [1, 2, 9]). Далее учащимся выдаются карточки с формулами простых и сложных производных, которые им необходимо распределить на группы.

После для того, чтобы завершить занятие, ученикам необходимо с помощью знаний, которые они получили, вскрыть сейф и назвать кодовое слово. Данное упражнение, выполненное с использованием конструктора интерактивных заданий «Wordwall». Данный тип работы не только помогает формировать различные универсальные учебные действия, но и закрепляет изученный материал, заставляя учеников погружаться в него.

Кейс-метод является интерактивным, он ориентирован на сотрудничество и деловое партнерство учителя и ученика. Во время проведения урока учитель является сторонним наблюдателем, который следит за дисциплиной и отвечает на вопросы, а учащиеся – активными участниками образовательного процесса, которые, выполняя поставленные перед ними задачи, исследуют и осваивают новые знания.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Краснова Т. Д., Шабалина М. Ф.* Выполнение кейсовых заданий по математике обучающимися с использованием электронной рабочей тетради как средство организации дистанционного обучения // Актуальные проблемы преподавания математических и естественно-научных дисциплин в образовательных организациях высшего образования : сборник докладов очно-заочной научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 75–82.

2. *Бабенко А. С., Смирнова А. О., Михайлов И. Р.* О преимуществах и недостатках применения интерактивных презентаций на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 82–87.

3. *Волкова Д. Д., Колтакова И. А., Матыцина Т. Н.* История межпредметных связей: о некоторых задачах с использованием производной // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 94–98.

4. *Зайцев Д. В.* Разработка и применение электронной рабочей тетради на уроках информатики и ИКТ по разделу «Электронные таблицы Excel» // Развитие информационно-образовательной среды в организациях среднего профессионального образования: теория и практика : материалы II Международной научно-практической конференции / ред. Сташкевич И. Р., Большаков В. В., Башарина О. В., Кокорюкина А. В. Челябинск, 2017. С. 186–188.

5. *Матыцина Т. Н., Кузьмина Д. Д., Чижова Л. А.* Применение метода математической индукции в математическом анализе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 61–65.

6. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. О значимости элективных курсов: теория пределов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 78–81.

7. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. Преподавание математического анализа в школе и вузе: четные и нечетные функции // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 82–85.

8. Смирнова Е. С. Использование кейс-технологии на уроках математики и информатики с целью формирования метапредметных образовательных результатов обучающихся // Вестник Костромского государственного университет имени Н. А. Некрасова. Серия: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. Социокинетика. 2019. № 2. С. 152–157.

9. Шабалина М. Ф. Применение электронных рабочих тетрадей на уроках математики как средство активизации деятельности учащихся // Ступени роста – 2021: материалы 73-й межрегиональной научно-практической конференции молодых ученых / сост. и отв. ред. Исакова Л. А. Кострома, 2021. С. 247–248.

УДК 378; 51

К. Е. Ширяев¹, Н. Л. Марголина², С. В. Букина³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹Shiryayev4@yandex.ru, ²nmargolina@mail.ru, ³tmmbukina@yandex.ru

О ЛИРИЧЕСКИХ ОТСТУПЛЕНИЯХ И ЕДИНИЧНОЙ СФЕРЕ В БЕСКОНЕЧНОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Статья рассматривает вопрос о том, как удержать внимание аудитории во время изложения математического материала. Приведен «парадокс» в бесконечномерном пространстве, связанный с понятием сферы и предела.

Ключевые слова: бесконечномерное пространство, сфера, ряд Фурье, функциональный анализ.

K. E. Shiryayev, N. L. Margolina, S. V. Bukina

Kostroma State University

ABOUT LYRICAL DIGRESSIONS AND A SINGLE SPHERE IN AN INFINITE-DIMENSIONAL SPACE

The article considers the question of how to keep the audience's attention during the presentation of mathematical material. A "paradox" in infinite-dimensional space related to the concept of a sphere and a limit is given.

Keywords: *infinite-dimensional space, sphere, Fourier series, functional analysis.*

Обучение математике современных студентов – дело довольно неблагоприятное. Редко математику удается сделать свою лекцию завораживающей для слушателя. Кажется, сама сухость и строгость даваемой информации делает занятие по математике пресным и скучноватым. Особенно это характерно для «серьезных» математических дисциплин, таких, как функциональный анализ или уравнения математической физики. Разумеется, каждый лектор пытается «оживить» дремлющее внимание аудитории. Можно рассказать забавные истории из жизни великих математиков, или ненадолго углубиться в этимологию математических терминов. Все это даст аудитории передышку, возможно, позволит сосредоточиться.

Концентрации внимания аудитории будет способствовать и доказательство каких-либо интересных математических фактов. Замечено, что лекции по математически красивой тематике усваиваются лучше, чем технически обычные доказательства. Так, возвратные интегралы, студентами вычисляются успешнее, чем интегралы, берущиеся по частям один раз. Кажется, учитывая, что возвратные интегралы нужно интегрировать по частям дважды, должно бы было быть наоборот, но, оказывается, красота метода, когда «за что боролись, на то и напоролись», покоряет даже тех студентов, которые воспринимают интегрирование как изощренную пытку.

Оживить внимание аудитории можно, и используя арифметическую ошибку (случайную или намеренную), доведя ее с помощью математической аксиоматики до логического абсурда. Так, например, если при сложении двойки и тройки получается шесть, можно поиронизировать на тему, что если единица равна нулю, то и три равно нулю, и тогда два плюс три равно двум, и, значит пять равно двум, в финале сделав вывод о том, что все равно, какую оценку ставить на экзамене – «двойку» или «пятерку». Такого рода рассуждения позволяют аудитории расслабиться, и охотно приветствуются студентами, особенно «двоечниками» (хотя они-то, как правило, на занятиях особо и не напрягаются, даже если на них присутствуют).

Конечно, применение подобного рода «рассуждений» сродни трюкачеству, однако существует целый ряд математических фактов, которые могут не только заинтересовать аудиторию не как повод для отдыха от рутинного материала, но и вдохновить парадоксальностью выводов. А если при этом еще применяется материал лекции, то такие «лирические отступления» вдвойне полезны. Когда заходит разговор о множествах, очень полезно задать вопрос, является ли множество всех множеств множеством, и заодно привести парадокс Бернулли (иначе парадокс брадобрея).

Когда рассматриваются функциональные пространства и структуры на них (метрика, норма, скалярное произведение), бесконечномерность такого

рода пространств некоторыми упускается из виду. В результате происходит непонимание того факта, что ряд Фурье – просто аналог разложения вектора по базису, а коэффициенты Фурье – аналог обычных координат. А ведь ряды Фурье – основа одноименного метода решения уравнений математической физики (см., например, [1, 2]). И базой для этой дисциплины является опять-таки функциональный анализ. О способах простого объяснения некоторых определений функционального анализа и теории функций можно прочитать, например, в [3–7].

Но вернемся к парадоксам. Бесконечномерное пространство часто воспринимается как предел конечномерного при стремлении к бесконечности размерности, то есть числа базисных векторов. Вместе с тем, многие свойства конечномерного и бесконечномерного пространств существенно различны. В качестве иллюстрации сомнительных рассуждений, внешне очень похожих на верные, приведем такой пример.

Известно, что если взять последовательность точек, лежащих на окружности и имеющих предел, то и предел будет лежать на окружности. Тот же результат справедлив и для сферы, для трехмерной сферы, и для сфер любой большей размерности. Однако такой результат в бесконечномерном пространстве удивительно преобразится.

Определение. Сферой радиуса 1 с центром в нуле в конечномерном пространстве размерности n называется множество таких точек M с координатами (x_1, x_2, \dots, x_n) , для которых выполняется равенство

$$\sum_{k=1}^n x_k^2 = 1.$$

Аналогично, в бесконечномерном пространстве сферой радиуса 1 называется множество таких точек M с координатами $(x_1, x_2, \dots, x_n, \dots)$, для которых выполняется равенство

$$\sum_{k=1}^{+\infty} x_k^2 = 1.$$

Рассмотрим теперь такую последовательность точек бесконечномерного пространства M_j у которых на j -ом месте единица, а остальные координаты – нули. Очевидно, такие точки будут точками бесконечномерной сферы. Пределом же таких точек окажется точка $M_\infty = \lim_{j \rightarrow +\infty} M_j$, координаты которой все являются нулями. Таким образом, последовательность точек сферы сходится к... ее центру. Непривычность доказанного факта вполне сможет заинтересовать «продвинутых» студентов, не вредя при этом всем остальным.

Конечно, полученный «парадокс» – просто неверное доказательство. Не будем лишать заинтересовавшегося читателя удовольствия самому найти

ошибку в приведенных выше рассуждениях. Скажем только, что студент, обнаруживший неточность, заслуживает как минимум внимания в качестве толкового и понимающего слушателя.

Подобного рода «парадоксы», конечно, требуют и от лектора знаний, заведомо больших, нежели заученные и читаемые «по бумажке» математические теоремы. Но ведь именно профессионал и способен не только обучить студента некоторым стандартным действиям, но и наполнить эти действия собственным смыслом, отличным от «так надо» или «так принято». И не последнюю роль в этом играют именно профессионально-математические знания, способные привлечь внимание аудитории.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Метод Фурье решения уравнения диффузии как яркий пример взаимодействия различных математических дисциплин // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 107–113.

2. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Уравнения математической физики: пример синергии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 114–119.

3. Алимуратов А. Е., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Топологическое пространство как структура, допускающая предельный переход // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 128–132.

4. Ширяев К. Е., Алимуратов Р. Г., Троскина А. Е. Метрическое пространство, или как измерить расстояние от Москвы до Кейптауна // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 26–29.

5. Алимуратов Р. Г., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Нормированные пространства: может ли круг быть квадратом // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 132–135.

6. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Сопряженные пространства. пространство обобщенных функций // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета, 2022. № S2(37). С. 54–56.

7. Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. О евклидовых пространствах, или какой базис считать хорошим //

УДК 378; 51

М. В. Торосян¹, Е. Р. Баянова², Е. П. Приезжева³
^{1,2,3}Костромской государственной университет
^{1,2,3}kaf_algeo@ksu.edu.ru

БИНАРНЫЙ УРОК ПО МАТЕМАТИКЕ И ФИЗИКЕ С ПРИМЕНЕНИЕМ ТЕХНОЛОГИИ ВЕБ-КВЕСТА НА ТЕМУ «ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ»

В статье рассмотрено понятие бинарного урока как форма реализации межпредметных связей между математикой и физикой. Приведены примеры задач по математике и физике, в которых прослеживается тесная взаимосвязь предметов. Разработан веб-квест для решения подобных задач.

Ключевые слова: бинарный урок, межпредметные связи, веб-квест.

M. V. Torosyan, E. R. Bayanova, E. P. Priezzheva
Kostroma State University

BINARY LESSON IN MATHEMATICS AND PHYSICS USING WEB QUEST TECHNOLOGY ON THE TOPIC "LINEAR FUNCTION"

The article examines the influence of the school course on mathematical education at the university. An example of a problem from the theory of improper integrals is given, which can be solved with significant use of the periodicity properties of the function.

Key words: binary lesson, interdisciplinary communication, web quest.

Бинарный урок – нетрадиционный вид урока, а его особенностью является то, что занятие ведут два педагога-предметника. Бинарные уроки являются одной из форм реализации межпредметных связей и интеграции предметов. О бинарных уроках и других вопросах, связанных с неклассическим проведением уроков можно прочитать, например, в [1–5].

В процессе подготовки бинарного урока можно выделить 5 этапов:

1 этап – формирование команды учителей. 2 этап – планирование урока. 3 этап – определение состава и структуры урока. 4 этап – самостоятельное творчество педагогов. 5 этап – систематизация подготовленного материала.

Организуя и проводя бинарный урок по теме «Линейная функция» учителя математики и физики могут начать актуализацию базовых знаний со следующих вопросов:

- 1) Сформулируйте определение функции, линейной функции.
- 2) Что является графиком линейной функции?

3) Каким образом можно задать линейную функцию?

Далее будут задания, которые может использовать учитель математики.

Задание 1. Из ряда формул выберите те, которые задают линейную функцию:

a) $y^2 - 6x - 10$

б) $y = -x$

в) $y = x^2 + 4$

г) $y = x(x + 12)$

д) $y = 8$

e) $y = \frac{2}{3}x$

Задание 2. Постройте графики функций, заданных формулами:

a) $y = 3 + 0,5x$

б) $y = -2x$

в) $y = 4$

Задание 3. Какие из построенных графиков на рис. 1 являются графиками линейной функции, сколько точек достаточно для того, чтобы построить график линейной функции и почему?

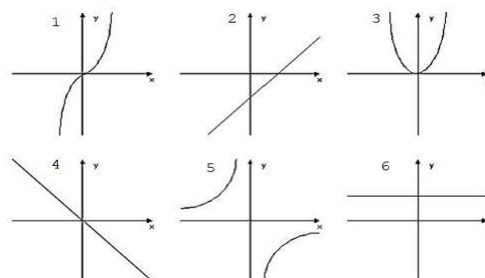


Рис. 1. Графики функций

Задание 4. Постройте график функции

$$y = \begin{cases} 2x - 2, & x < 3 \\ -3x + 13, & 3 \leq x \leq 4 \\ 1,5x - 7, & x > 4 \end{cases}$$

Определите, при каких значениях n прямая $y = n$ имеет с графиком ровно три общие точки.

Перейдем к решению физических задач, в которых мы непосредственно найдем применение знаний о линейной функции.

Задание 1. Используя рис. 2, ответьте на вопросы:

Является ли функция $m(V)$ линейной?

Какой объем занимают лед и вода, если они имеют одинаковую массу, равную 500 г?

Сделайте вывод о зависимости $m(V)$? Одинаковы ли эти зависимости для разных веществ?

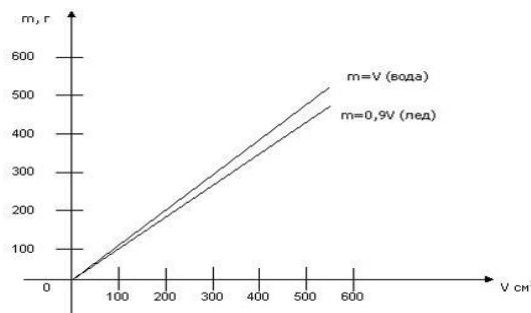


Рис. 2. График зависимости массы m воды и льда от V

Задание 2. Движения двух велосипедистов заданы уравнениями: $x_1 = 5t$, $x_2 = 150 - 10t$. Постройте графики зависимости $x(t)$. Найдите время и место встречи.

Задание 3. Графики движения двух тел представлены на рис. 3. Напишите уравнения движения $x = x(t)$. Что означают точки пересечения графиков с осями координат?

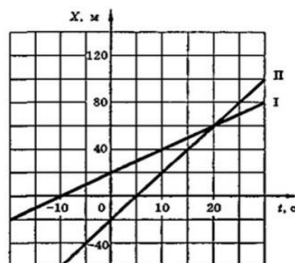


Рис. 3. Графики движения двух тел

Задание 4. На рис. 4 представлены графики зависимости координаты двух тел от времени. Графики каких зависимостей показаны? Какой вид имеют графики зависимости скорости и пути, пройденного телом, от времени?

На этапе закрепления темы может быть проведен веб-квест, для самостоятельного решения подобных заданий. В ходе исследования, мы разработали такой квест на площадке Joyteka. Квест включает в себя пять заданий по теме «Линейная функция».

В начале игры ученику необходимо заполнить информацию о себе, далее следует легенда и само «расследование» (рис. 5).

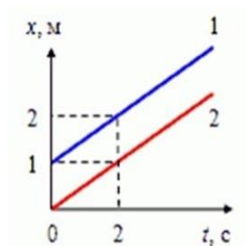


Рис. 4. Графики зависимости координаты двух тел от времени

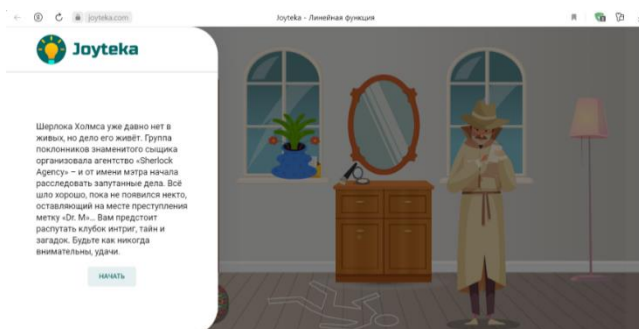


Рис. 5. Легенда

При взаимодействии с предметами учащиеся находят «улики» – задачи, решая которые они могут выбраться из комнаты (рис. 6).

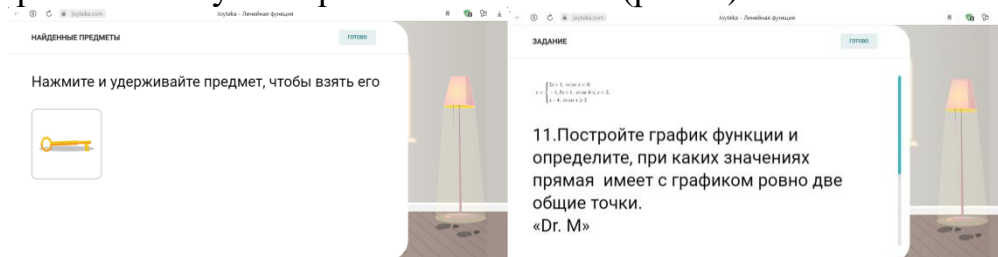


Рис. 6. Прохождение квеста

Этот пример является лишь одним из немногих, которые можно привести. Существует большое количество площадок для создания подобных игр, и любой педагог с их помощью может внести что-то новое в свою деятельность.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Катержина С. Ф., Соловей Н. М.* Применение игровых технологий на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 10–13.

2. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.* Влияние дистанционной формы обучения на уровень подготовки участников единого государственного экзамена по математике профильного уровня // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2021. Т. 27, № 2. С. 143–148.

3. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Краснова Т. Д.* Использование платформы trello для организации работы над групповыми проектами //

Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 113–118.

4. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Приезжева Е. П.* Бинарный урок как средство реализации межпредметных связей курса математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 35–39.

5. *Бабенко А. С., Приезжева Е. П.* Бинарный урок как средство формирования профессиональных компетенций студента // Современная педагогика и научные исследования в образовательной организации высшего образования : материалы Всероссийской научно-методической конференции / ред. коллегия Шутова А. Г., Кузнецова Н. С., Титова У. Ю. Кострома, 2022. С. 104–109.

УДК 378; 51

М. В. Торосян¹, У. Н. Махина², К. Е. Ширяев³

^{1,2,3}Костромской государственной университет
^{1,2}kaf_algeo@ksu.edu.ru, ³Shiryayev4@yandex.ru

ОБ ОДНОЙ ТЕМАТИКЕ, СВЯЗАННОЙ С МАТЕМАТИЧЕСКИМ АНАЛИЗОМ

В работе утверждается, что среди вузовских математических дисциплин наибольшие сложности вызывает математический анализ. Отсутствие школьной подготовки негативно влияет на понимание этой дисциплины в вузе. В качестве одного из средств решения этой проблемы предложен план элективного курса для школьников по теории пределов.

Ключевые слова: математический анализ, планирование элективного курса, теория пределов.

M. V. Torosyan, U. N. Makhina, K. E. Shiryayev
Kostroma State University

ABOUT A TOPIC RELATED TO MATHEMATICAL ANALYSIS

The paper states that among the university mathematical disciplines, mathematical analysis causes the greatest difficulties. The lack of school preparation negatively affects the understanding of this discipline at the university. As one of the means of solving this problem, an elective course plan for schoolchildren on the theory of limits is proposed.

Keywords: mathematical analysis, elective course planning, theory of limits.

Среди вузовских математических дисциплин математический анализ, несомненно, занимает особое место. Новизна применяемого языка,

непохожего на язык школьного анализа, огромное количество непростой терминологии, да и сам объем дисциплины делают ее одной из самых сложных для первокурсников. А при нынешнем отношении к математическим дисциплинам, вызванном возможностью изъятия нагрузки у математиков для выпускающих кафедр, времени не хватает даже на проработку нового материала. И это при том, что и со школьными навыками у студентов далеко не все в порядке. (Проблемам преподавания математического анализа в вузе и школе посвящены, например, работы [1–7]).

При изучении математического анализа в вузе много времени теряется на разного рода элементарные действия, которые в результате освоения школьной программы должны быть если и не доведены до разумного автоматизма, то хотя бы не вызывать затруднений у первокурсников. Тем не менее, можно привести примеры десятков навыков, начиная от перевода дробных степеней в корни и наоборот, и заканчивая простыми преобразованиями или делением дроби на дробь, владение которыми у вчерашних школьников, мягко говоря, не идеальное.

Вероятно, причина кроется в нацеленности школьного курса математики исключительно на сдачу ЕГЭ и слабой корректировке программы ЕГЭ с продолжением обучения в вузе. При этом, конечно, не стоит упрекать в этом учителей математики, которые и так совершают титаническую работу с далеко не титанической зарплатой.

Одним из способов подготовки школьников к успешному освоению будущей вузовской программы по математическому анализу является обучение на элективных курсах. Об этом подробно говорится в работах [8–10].

В данной статье мы приведем примерное планирование элективного курса по теории пределов. Элективный курс по выбору на тему «Предел» предназначен для учащихся 10–11 классов, которые имеют повышенный интерес к математике и желают расширить свои знания в данной области. Этот курс направлен на углубление знаний обучающихся по теме «Предел», на демонстрацию учащимся применения математического аппарата в повседневной жизни человека.

Разделы «Предел последовательности» и «Предел функции» содержит обширный материал, который учителя не всегда в полном объеме включают в курс математики на этапе основной школы или дают его достаточно обзорно. Однако, учебный материал раздела «Предел» устанавливает связь между понятиями производной и интеграла. Если этот материал не включается учителем в программу в 9–11 классов, то рекомендуется изучить в 11 классе.

Цель: способствовать интеллектуальному развитию учащихся, формированию качеств мышления, характерных для математической деятельности и необходимых человеку для жизни в современном обществе

Задачи:

– научиться разбираться в теории и уметь использовать знания на практике;

– научиться вычислять пределы последовательностей и пределы функций;

– различать типы неопределенностей и способы их раскрытия;

– уметь применять математические преобразования для элементарного нахождения предела.

Формы обучения: индивидуальная, фронтальная, парная и групповая.

Методы обучения: наглядные, словесные, практические.

Место элективного курса в учебном плане.

Элективный курс по теории пределов рассчитан для учащихся старших классов на 8 часов (1 час в неделю в течение одной учебной четверти).

Данный элективный курс предполагает компактное и четкое теоретическое изучение материала, решения типовых задач, самостоятельную работу. Анализ содержания раздела «Предел» позволили выделить группы задач, которые и составили основу изучаемого курса.

Объем заданий задает уровень индивидуальной образовательной траектории для наиболее подготовленных учащихся. В силу этого не предполагается выполнения каждым учащимся всех заданий. Обязательными для всех учащихся являются лишь 3–4 ключевых задания, в которых отрабатываются обязательные результаты обучения по ФГОС.

Курс является открытым, в него можно добавлять новые фрагменты, развивать тематику или заменять какие-либо сюжеты другими. Программа мобильна, т. е. дает возможность уменьшить количество задач по данной теме при установлении степени достижения результатов.

Основание для отбора содержания образования.

Запланированный данной программой для усвоения учащимися объем знаний необходим для осмысления ими таких понятий, как предел последовательности, предел функции, типы неопределенностей и др.

В силу практической значимости данный курс вызывает интерес, является средством обучения и средством развития интеллектуальных качеств личности учащихся. Для учащихся, которые пока не проявляют заметной склонности к математике, эти занятия могут стать толчком в развитии интереса к предмету и вызвать желание узнать больше.

Примерное учебно-тематическое планирование элективного курса.

Тема 1. Числовая последовательность. Предел числовой последовательности. (2 часа).

Тема 2. Предел функции в точке. (2 часа).

Тема 3. Первый замечательный предел. (2 часа).

Тема 4. Второй замечательный предел. (2 часа).

Тема 5. Типы неопределенностей и способы их раскрытия. (2 часа).

Итого (2 часа).

Требования к результатам освоения элективного курса (планируемые результаты).

Предметные результаты обучения нацелены на решение образовательных задач:

- иметь представление о числовой последовательности;
- иметь представление о способах задания числовой последовательности;
- понимать смысл понятия предел числовой последовательности;
- понимать смысл понятия предел функции в точке;
- иметь представление о типах неопределенностей и знать способы их раскрытия;
- уметь грамотно применять математические преобразования для упрощения выражения, находящегося под знаком предела;
- умело переводить теоретические основы в практическую направленность.

Успешное освоение учениками данного элективного курса будет способствовать их всестороннему развитию и математической грамотности. Обучающиеся получают возможность приобрести компетентности, которые позволят им стать успешными при дальнейшем изучении математики на следующих этапах обучения.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Марголина Н. Л., Морозова А. П., Сеидова Л. М. К.* О различных аспектах применения неравенства Коши – Буняковского // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 86–89.

2. *Волкова Д. Д., Марголина Н. Л., Смирнов Е. И.* О задаче вычисления средних значений теоремы Лагранжа // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 99–102.

3. *Ширяев К. Е., Кузьмина Д. Д., Чижова Л. А.* Об одном примере из области дифференциального исчисления функции двух переменных // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 57–60.

4. *Ширяев К. Е., Иванцова Я. И., Щеголева Н. В.* Об одном аспекте преподавания теории рядов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Т. Л. Мухачева. Кострома, 2022. С. 48–51.

5. *Махина У. Н., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е.* Элементарные свойства непрерывных функций и нахождение асимптот // Актуальные

проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 102–106.

6. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. Преподавание математического анализа в школе и вузе: четные и нечетные функции // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 82–85.

7. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е. Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

8. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. О значимости элективных курсов: теория пределов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 78–81.

9. Матыцина Т. Н., Иванцова Я. И., Щеголева Н. В. Еще раз о вычислении пределов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 44–47.

10. Ширяев К. Е., Марголина Н. Л., Торосян М. В. Об одной задаче теории пределов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 124–128.

УДК 378; 51

А. Е. Троскина¹, Д. Д. Волкова², С. В. Букина³

^{1,3}Костромской государственной университет

²Ярославский государственный педагогический университет

¹kaf_algeo@ksu.edu.ru, ²dvoikova02@mail.ru, ³tmmbukina@yandex.ru

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ НЕОДНОРОДНЫХ УРАВНЕНИЙ, ОБЩЕМ ДЛЯ РЯДА МАТЕМАТИЧЕСКИХ ДИСЦИПЛИН

В статье рассматривается методологическая линия решения математических задач «неоднородное через однородное». Отмечено присутствие этой линии в линейной алгебре и курсе обыкновенных дифференциальных уравнений. Рассматриваются особенности указанной методики при решении задач математической физики, в частности, приведен пример решения неоднородного уравнения теплопроводности.

Ключевые слова: метод вариации постоянных, уравнение теплопроводности, метод Фурье, ортогональная система, полученная при решении однородного уравнения.

ABOUT ONE METHOD OF SOLVING INHOMOGENEOUS EQUATIONS COMMON TO A NUMBER OF MATHEMATICAL DISCIPLINES

The article discusses the methodological line of solving mathematical problems "heterogeneous through homogeneous". The presence of this line in linear algebra and the course of ordinary differential equations is noted. The features of this technique in solving problems of mathematical physics are considered, in particular, an example of solving an inhomogeneous heat equation is given.

Keywords: *the method of variation of constants, the equation of thermal conductivity, the Fourier method, an orthogonal system obtained by solving a homogeneous equation.*

Методика решения линейных неоднородных уравнений, как правило, базируется на интерпретациях решений соответствующих однородных. За примерами далеко ходить не надо. Системы алгебраических уравнений, линейных дифференциальных неоднородных ярко подтверждают этот тезис. Заметим, что именно в курсе линейной алгебры формируется четкое понимание терминов «однородный-неоднородный» и отрабатывается формула общего решения линейной неоднородной алгебраической системы. (Правды ради стоит заметить, что само понятие линейности подчас усваивается студентами не очень четко, см. [1, 2]). Метод вариации постоянных в курсе дифференциальных уравнений закрепляют и по-новому интерпретируют уже сформированные знания. Вообще, дисциплина «Дифференциальные уравнения» может восприниматься как связующая между математическим анализом, линейной алгеброй, физикой и механикой. Вопросам, связанным с различными аспектами исследования и преподавания дифференциальных уравнений, посвящены, например, работы [3–8].

Не менее яркие примеры можно привести и из такой области математики, как уравнения математической физики. Впрочем, акценты применения аналогов здесь несколько иные. В качестве примера рассмотрим одномерное неоднородное уравнение теплопроводности с однородными (нулевыми) граничными, но произвольным начальным условиями. Если задача ставится для неоднородного уравнения теплопроводности

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + f(x,t) \\ X(0,t) = X(l,t) = 0 \\ X(x,0) = \varphi(x) \end{array} \right. ,$$

то по аналогии с решением однородной задачи (см. [9]) решение ищется в виде

$$U(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k T_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l}.$$

Для рассматриваемого решения однородные граничные условия выполняются автоматически.

Здесь $T_k(t)$ – некоторые функции, которые могут быть найдены следующим образом. Разложим $f(x, t)$ в ряд Фурье по $\sin \frac{k\pi x}{l}$, то есть

$$f(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right),$$

$$f_k(t) = \frac{2}{l} \int_0^l f(x, t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) dx.$$

Тогда неоднородное уравнение будет иметь следующий вид

$$\left(\sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) \right)_t = a^2 \left(\sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) \right)_{xx} + \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right)$$

или

$$\sum_{k=1}^{\infty} T'_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) = \sum_{k=1}^{\infty} a^2 T_k(t) \left(-\frac{k^2 \pi^2}{l^2} \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) \right) + \sum_{k=1}^{\infty} f_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right).$$

Приравняв слагаемые при одинаковых k , получим

$$T'_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) = a^2 T_k(t) \left(-\frac{k^2 \pi^2}{l^2} \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right) \right) + f_k(t) \sin \left(\frac{k\pi x}{l} \right)$$

или

$$T'_k(t) = -\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} T_k(t) + f_k(t).$$

Решение соответствующего однородного уравнения записывается как

$$T_k(t)_{\text{одн}} = C_k e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t}.$$

Частное неоднородное $T_{k \text{ ч.н}}$ ищется методом неопределенных коэффициентов (если это возможно) или методом вариации постоянных.

$$T_{k \text{ ч.н}} = C_k(t) e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t}.$$

Подставляя $T_{k \text{ ч.н}}$ в соответствующее уравнение, получим

$$C'_k e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} - \frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} C_k(t) e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} = -\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} C_k(t) e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} + f_k(t),$$

$$C'_k(t) e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} = f_k(t),$$

$$C'_k(t) = f_k(t) e^{\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t},$$

$$C_k(t) = \int_0^t f_k(s) e^{\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} s} ds,$$

$$T_{k \text{ ч.н}} = e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} \int_0^t f_k(s) e^{\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} s} ds = \int_0^t f_k(s) e^{\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} (s-t)} ds,$$

$$T_k = C_k e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} + \int_0^t f_k(s) e^{\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} (s-t)} ds,$$

$$U(x, 0) = \varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k \sin \frac{k\pi x}{l}$$

так как

$$U(x, 0) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l} \text{ (при } t=0) = \sum_{k=1}^{\infty} T_k(0) \sin \frac{k\pi x}{l} = \varphi(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \varphi_k \sin \frac{k\pi x}{l},$$

то $T_k(t)$ будет удовлетворять начальным условиям.

$$T_k(0) = \varphi_k,$$

так как

$$\int_0^0 f(s) ds = 0,$$

$$T_k(0) = C_k = \varphi_k.$$

Таким образом

$$U(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left(\varphi_k e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} t} + \int_0^t f_k(s) e^{-\frac{a^2 k^2 \pi^2}{l^2} (s-t)} ds \right) \sin \frac{k\pi x}{l}.$$

Таким образом, данный пример решается методом Фурье (метод уравнений математической физики), однако разложение в ряд Фурье идет по ортогональной системе функций, полученных при решении соответствующего однородного уравнения. При этом используется метод вариации постоянных решения получаемых при разложении в ряд соответствующих обыкновенных дифференциальных уравнений. Но ключевым моментом для решения является все же знание ортогональной системы однородного уравнения, то есть нить «неоднородное через однородное» прослеживается и при решении уравнений математической физики.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Матыцина Т. Н., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Несколько слов об опасностях привычной терминологии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XII Всероссийской научно-методической конференции / науч. ред. Белихов А. Б. Кострома, 2018. С. 22–25.

2. Бабенко А. С., Смирнова Е. С., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. О линейных функциях и связанных с ними противоречиях // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2018. Т. 24, № 2. С. 145–149.

3. Капаева Е. В., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. Нерешенные задачи о некоторых видах условной устойчивости // Дифференциальные уравнения. 2018. № 6. С. 856.

4. Луночкин М. А., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. О формулах показателей неограниченных систем // Осенние математические чтения в Адыгее: материалы IV Международной научной конференции / ред. коллегия Райгородский А. М., Савватеев А. В., Мамий Д. К., Шаш А. Х., Воронов В. А.; Адыгейский государственный университет. Майкоп, 2021. С. 178–179.

5. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Уравнения математической физики: пример синергии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 114–119.

6. Матыцина Т. Н., Розова В. А., Букина С. В. Несколько примеров практических задач по дифференциальным уравнениям // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных

дисциплин : материалы XII Всероссийской научно-методической конференции / науч. ред. Белихов А. Б. Кострома, 2018. С. 139–143.

7. Розова В. А., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е. Некоторые показатели Ляпунова // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIII Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2019. С. 174–176.

8. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Костромская научная школа по качественной теории дифференциальных уравнений: проблемы бытовые и математические // Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования : сборник тезисов докладов Международной научной конференции / отв. ред. Дворяткина С. Н. Елец, 2022. С. 237–242.

9. Волкова Д. Д., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Метод Фурье решения уравнения диффузии как яркий пример взаимодействия различных математических дисциплин // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 107–113.

УДК 378; 51

С. Ф. Катержина¹, Н. Л. Марголина², Е. А. Жбанов³

^{1,2,3}Костромской государственной университет
¹svetakaterzhina@mail.ru, ²nmargolina@mail.ru, ³egorzhanov7454@mail.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПЛАТФОРМ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НА ПРИМЕРЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИНТЕГРАЛОВ

В статье рассмотрены некоторые калькуляторы для нахождения значения интегралов при решении прикладных задач. Приведены пример нахождения объема тела вращения посредством приложения и сайта.

Ключевые слова: интеграл, сайт, калькулятор, приложение.

S. F. Katerzhina, N. L. Margolina, E. A. Zhanov
Kostroma State University

USING PLATFORMS FOR SOLVING APPLIED PROBLEMS ON THE EXAMPLE OF CALCULATION OF INTEGRALS

The article considers calculators for the practical solution of integrals. Examples of solutions of the integral, solved with the help of developing applications and a website, are given.

Keywords: integral, site, calculator, application.

Современный мир невозможно себе представить без цифровых технологий. Нравится это кому или не нравится, но неуклонно проникают

эти технологии и в образовании. Крайними по этому поводу являются мнения о полном запрете всех цифровых гаджетов, что, конечно, нереально, и о полном переходе «на цифру», что, в конечном счете, просто ликвидирует образование. Оптимальный путь, как всегда, лежит где-то посередине, в разумном использовании таких технологий. (Об опыте такого применения и связанными с этим проблемами можно прочитать, например, в [1–4]).

Обучение студентов IT и инженерных направлений подготовки различным разделам математики имеет ряд особенностей, которые следует учитывать преподавателю. С одной стороны, у слушателей должны быть сформированы навыки проведения основных математических операций, таких, например, как дифференцирование, интегрирование, нахождение определителей и т.д. С другой, студентам требуется глубокое понимание сути и прикладных аспектов изучаемых понятий. По мнению многих преподавателей, ведущих специальные дисциплины, курс высшей математики должен включать знакомство с основными платформами, позволяющими автоматически производить требуемые операции.

При решении прикладных задач будущие инженеры часто сталкиваются с проблемой нахождения неопределенного и вычисления значения определенного интегралов. Вычисление интеграла вручную довольно трудоемко и требует затрат времени. Ниже рассмотрим некоторые платформы, позволяющие облегчить процесс решения задачи посредством вычисления интегралов.

Довольно популярным калькулятором с возможностью решения интегралов является Photomath. Это мобильное приложение с понятным и дружелюбным интерфейсом. Это очень универсальный калькулятор, и помимо интегралов он может вычислять пределы, производные, строить графики и т.п. Главной особенностью этого калькулятора является функция сканирования с использованием камеры телефона. Таким образом, нет нужды вводить задание вручную. Кроме мобильных приложений большой популярностью пользуется ряд онлайн-калькуляторов. Например, Wolframalpha (<https://www.wolframalpha.com/>) – сайт-калькулятор, который также может находить интегралы. Как и у Photomath, его возможности не ограничены вычислением интегралов. Интерфейс, в целом, понятный, но сайт на английском языке, поэтому могут возникнуть трудности с его освоением. Как уже было сказано, это сайт, поэтому с ним лучше работать на компьютере, достаточно иметь доступ к интернету. Следующий сайт, с возможностью интегрирования – Mathsemestr (<https://math.semestr.ru/>). Его интерфейс не такой удобный, как у Wolframalpha, но сайт на русском языке, поэтому может быть более понятен пользователям. Так как интерфейс сайта Mathsemestr не очень удобный, то на телефоне им пользоваться сложнее, чем на компьютере. Наиболее привлекательным сайтом оказался MathWay (<https://www.mathway.com/ru/Calculus>), у него очень понятный и дружелюбный интерфейс, с ним удобно работать и на компьютере, и на телефоне.

В качестве примера использования возможностей сайта MathWay рассмотрим вычисление объема тела вращения вокруг оси OX арки циклоиды [5]:

$$\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}, 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Для нахождения объема тела вращения вокруг оси абсцисс воспользуемся формулой $V_x = \pi \int_a^b y^2 dx$.

Задача сводится к вычислению значения определенного интеграла

$$\pi \int_0^{2\pi} (a(1 - \cos t))^2 \cdot a(1 - \cos t) dt.$$

На рис. 1 и рис. 2 приведены примеры нахождения значения этого интеграла с помощью описанных калькуляторов.

Таким образом, на вычисление значения интеграла с помощью приложения и сайта ушло несколько секунд. Рассмотренные выше платформы значительно облегчают решение прикладных задач, давая возможность изучить и ход интегрирования. Обучение использованию калькуляторов и сайтов в курсе высшей математики дает возможность преподавателю сосредоточиться на формировании понятийного аппарата обучающихся и повысить требования к пониманию сути изучаемого материала.

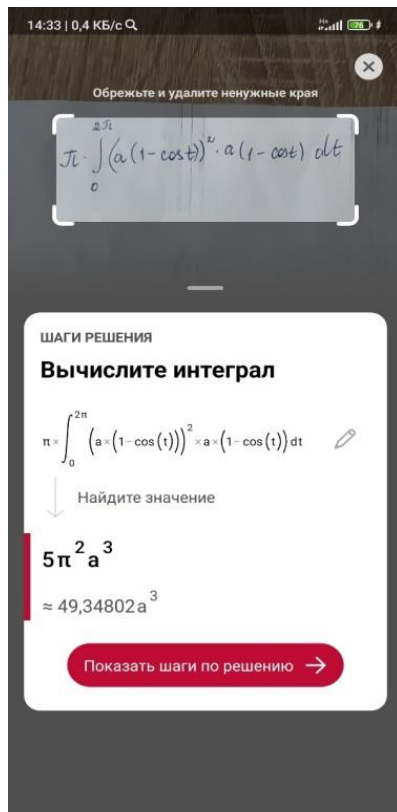


Рис. 1. Решение интеграла с помощью PhotoMath

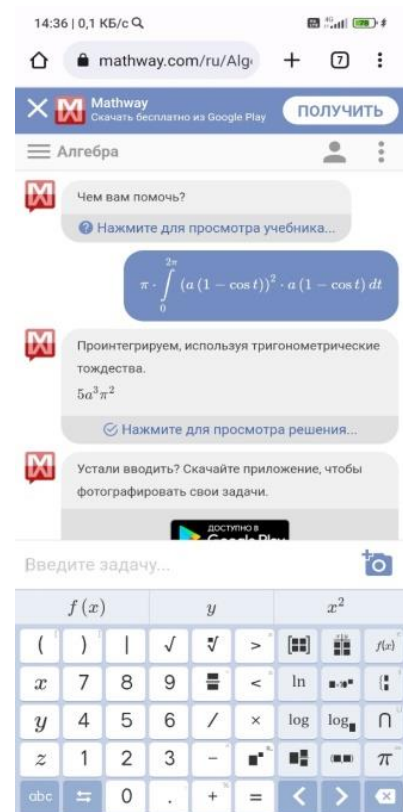


Рис. 2. Решение интеграла с помощью MathWay

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Винокурова Е. Д., Пиеничников М. С.* Из опыта применения интернет-сервиса Learningapps.org на уроках математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 119–124.

2. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Краснова Т. Д.* Использование платформы Trello для организации работы над групповыми проектами // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 113–118.

3. *Бабенко А. С., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Несколько слов об опыте дистанционного обучения математическим дисциплинам // Осенние математические чтения в Адыгее : материалы IV Международной научной конференции / ред. коллегия Райгородский А. М., Савватеев А. В., Мамий Д. К., Сташ А. Х., Воронов В. А. Майкоп, 2021. С. 309–312.

4. *Баянова Е. Р., Бабенко А. С.* Применение веб-квестов при изучении темы «Комплексные числа» // Современная педагогика и научные исследования в образовательной организации высшего образования : материалы Всероссийской научно-методической конференции / ред. коллегия Шутова А. Г., Кузнецова Н. С., Титова У. Ю. Кострома, 2022. С. 92–98.

5. Сборник задач по высшей математике. 1 курс / Лунгу К. Н., Письменный Д. Т., Федин С. Н., Шевченко Ю. А. 7-е изд. М. : АЙРИС ПРЕСС, 2008. 576 с.

УДК 378; 51

В. А. Бадоев¹, Т. Н. Матыцина², А. С. Бабенко³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹bbbvvvaa@mail.ru, ²t_matycina@ksu.edu.ru, ³alenbabenko@yandex.ru

НЕСКОЛЬКО СЛОВ О КВАДРАТИЧНОМ РАСПРЕДЕЛЕНИИ

Статья посвящена вопросу о важности теории вероятностей и математической статистике в современном образовании. В качестве примера рассмотрена теоретическая задача о квадратично распределенной случайной величине, ее характеристиках и свойствах. Приведенное «правило двух сигм» может быть использовано при решении задач, связанных с квадратично распределенной выборкой.

Ключевые слова: теория вероятностей и математическая статистика, критерий Пирсона, квадратичное распределение, «правило двух сигм».

A FEW WORDS ABOUT QUADRATIC DISTRIBUTION

The article is devoted to the question of the importance of probability theory and mathematical statistics in modern education. As an example, the theoretical problem of a quadratically distributed random variable, its characteristics and properties is considered. The above "two sigma rule" can be used in solving problems related to a squarely distributed sample.

Keywords: *probability theory and mathematical statistics, Pearson's criterion, quadratic distribution, "two sigma rule".*

В современном динамичном мире особенное значение приобретает умение грамотно прогнозировать ситуацию, умение предсказать разного рода, в том числе и случайные, изменения во влиянии различных факторов.

Стоит ли удивляться, что в последние годы в школьную программу по математике вводится все больше и больше элементов теории вероятностей и математической статистики (об этом см., напр., [1, 2]). В вузе эти дисциплины также не обижены вниманием, о чем можно судить по следующему факту. В большинстве образовательных программ они выделены в отдельные курсы, тогда как, например, дифференциальные уравнения, входят в курс высшей математики (о целесообразности такого объединения см. [3]).

Как бы то ни было, вероятность и статистика крайне нужны в современном инженерном, IT, экономическом и даже гуманитарном образовании. При этом часто на практике можно столкнуться с задачей чисто теоретического плана (см., напр., [4, 5]). Пример такой задачи и приводится в данной статье.

При решении задачи исследования одного случайного сигнала вид визуально напоминал нормально распределённую случайную величину. С помощью критерия Пирсона была отвергнута гипотеза о нормальном распределении рассматриваемой случайной величины. Пришлось искать другой закон распределения случайной величины, внешне похожий на нормальный закон. В результате был подобран квадратичный закон распределения случайной величины, имеющий вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{6}{(a-b)^2}(x^2 - x(a+b) + ab), x \in [a;b] \\ 0, x \notin [a;b] \end{cases}, \quad (1)$$

Функция распределения имеет вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a \\ \frac{6}{(a-b)^2} \left(\frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2}(a+b) + abx + \frac{a}{6} - \frac{a^2b}{2} \right), & a \leq x \leq b, \\ 1, & x > b \end{cases} \quad (2)$$

Утверждение 1. Числовые характеристики случайной величины, заданной законом (1) или (2) имеют вид:

$$M(X) = \frac{a+b}{2}, \quad D(X) = \frac{(b-a)^2}{20}, \quad \sigma(X) = \frac{b-a}{2\sqrt{5}}.$$

Утверждение 2. Для параметров a и b квадратично распределённой случайной величины X справедливы соотношения: $a = M(X) - \sqrt{5}\sigma(X)$, $b = M(X) + \sqrt{5}\sigma(X)$, (3)

Следствие. Формулы (3) позволяют найти оценки параметров a и b :

$$\begin{cases} a = \bar{X} - 5S \\ b = \bar{X} + 5S' \end{cases}$$

где \bar{X} – оценка среднего значения, а S – оценка среднеквадратического отклонения из выборки.

Утверждение 3. Вероятность попадания значения квадратичной случайной величины X в отрезок $[a + \alpha; b - \alpha]$ равна

$$\frac{(b-a-2\alpha)}{(b-a)^3} ((b-a)^2 + 2\alpha(b-a) - 2\alpha^2), \text{ где } 0 \leq \alpha \leq \frac{a+b}{2}.$$

Следствие 1. Вероятность попадания значения квадратичной случайной величины X в отрезок $[a + \alpha; b - \alpha]$ равна $\frac{(d-2\alpha)}{d^3} (d^2 + 2\alpha d - 2\alpha^2)$, где $0 \leq \alpha \leq \frac{a+b}{2}$, d – длина отрезка $[a; b]$.

Следствие 2. Для квадратично распределённой случайной величины X справедливо следующее: $P(M(X) - 2\sigma(X) \leq X \leq M(X) + 2\sigma(X)) = \frac{11}{5\sqrt{5}}$.

Следствие 3: $P(M(X) - 2\sigma(X) \leq X \leq M(X) + 2\sigma(X)) \approx 0,98387$.

Замечание. Следствие 3 может быть полезно при выборе гипотезы о распределении. Если визуальное гистограмма распределения похожа на

нормальное распределение и из данных опыта получается примерно следующее: $P(\bar{X} - 2S \leq X \leq \bar{X} + 2S) \approx 0,98$, то гипотеза о нормальном распределении будет отклонена и есть смысл выдвинуть гипотезу о квадратично распределённой случайной величине, где \bar{X} - оценка среднего значения, а S - оценка среднеквадратического отклонения из выборки.

Следствие 4. Для квадратично распределённой случайной величины X имеет место “правило двух σ ”: $P(|X - M(X)| \leq 2\sigma(X)) = \frac{11}{5\sqrt{5}} \approx 0,98387$.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Агеева Е. С., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Несколько слов об особенностях преподавания теории вероятностей в школе // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 109–112.

2. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

3. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Дифференциальные уравнения, теория вероятности, топология и математическая логика: возможность объединения в курсе высшей математики // Актуальные технологии преподавания в высшей школе: материалы научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2019. С. 11–13.

4. *Вентцель Е. С.* Теория вероятностей: учебник для вузов. 10-е изд., стер. М.: Академия, 2005.

5. *Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И.* и др. Вся высшая математика. Т. 5: учебник. Изд. стер. М.: Изд-во ЛКИ, 2016. 296 с.

УДК 378; 51

Я. И. Иванцова¹, А. С. Бабенко², В. А. Бадоев³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹yan04ka05@yandex.ru, ²alենbabenko@yandex.ru, ³bbbvvaaa@mail.ru

НЕМНОГО О ФУНКЦИЯХ, СОХРАНЯЮЩИХ 0 ИЛИ 1

В статье рассмотрены вопросы, касающиеся изучения функций, сохраняющих константы, в курсе алгебры в вузе и приводятся примеры исследования систем на полноту.

Ключевые слова: системы булевых функций, функции класса A , функции класса B .

A LITTLE ABOUT FUNCTIONS STORING 0 OR 1

The article deals with issues related to the study of functions that preserve constants in the course of algebra at the university and provides examples of the study of systems for completeness.

Keywords: *systems of Boolean functions, class A functions, class B functions.*

Вузовский курс математики включает в себя целый ряд различных областей, подчас очень специфичных. Иногда они присутствуют в программе как специальные дисциплины, иногда являются частью дисциплины под названием «высшая математика», иногда входят в состав других дисциплин. До сих пор остается открытым вопрос, как и каким образом формировать и называть эти дисциплины. Каждое из противоположных мнений по этому поводу имеет свои резоны. Не вызывает сомнения одно – дисциплины эти должны читать специалисты-математики, а уж как называть дисциплину – вопрос хоть и важный, но скорее методический, чем программно-принципиальный. (Проблеме сочетания различных дисциплинах в рамках одного курса посвящены, например, работы [3–6].)

Одной из дисциплин, редко встречающихся обособленно, является, несомненно, математическая логика. Чаще элементы матлогики включают в курс алгебры, иногда даже теории вероятностей или математического анализа. Вообще, о некоторых тонкостях преподавания математической логики можно прочитать в [1, 2].

При прохождении вузовского курса алгебры особое внимание уделяется освоению элементов математической логики, столь важной для электроники, теории кодирования и криптографии, различных областей информатики и систем искусственного интеллекта. При изучении данной области математики необходимо обратить внимание на алгебру Буля и студенты должны усвоить, какие классы булевых функций существуют, как определить принадлежность функции определенному классу.

Пример 1. Функция $f(x, y) \equiv x \wedge (x \rightarrow y)$ принадлежит классу A .

Доказательство

$$x \wedge (x \rightarrow y) \equiv x \wedge (\bar{x} \vee y) \equiv 0 \wedge (1 \vee 0) \equiv 0 \wedge 1 \equiv 0.$$

Из доказательства можно заменить, что 0 сохраняется в операции.

Пример 2. Функция $f(x, y) \equiv x \wedge (x \rightarrow y)$ принадлежит классу B

Доказательство

$$x \wedge (x \rightarrow y) \equiv x \wedge (\bar{x} \vee y) \equiv 1 \wedge (0 \vee 1) \equiv 1 \wedge 1 \equiv 1.$$

Из доказательства можно заменить, что 1 сохраняется в операции.

Кроме того, функции, сохраняющие константы, играют особую роль при исследовании систем на полноту.

Пример 3. Исследовать систему $S = \{f_1, f_2\}$ на полноту:

- 1) $f_1 \in A \cap B \Rightarrow f_1 \in A$ и $f_1 \in B$;
- 2) $f_2 \notin C \cap L \Rightarrow f_2 \notin C$ или $f_2 \notin L$;
- 3) $f_1 \rightarrow f_2 \equiv 1 \Rightarrow f_1 \equiv 0$ или $f_2 \equiv 0$.

Решение

Воспользуемся Теоремой Поста (о полноте): для того чтобы система булевых функций была полна необходимо и достаточно, чтобы она содержала функцию, не сохраняющую 0, функцию, не сохраняющую 1, несамодвойственную функцию, немонотонную функцию, нелинейную функцию.

$f \in A \Rightarrow f_1(0) \equiv 0$, так как функция f_1 принадлежит классу, сохраняющему 0, значит на нулевом наборе она всегда будет равна 0.

Из условия имеем, что $f_1 \rightarrow f_2 \equiv 1$. А значит, $\neg f_1(0) \vee f_2(0) \equiv 1$; $1 \vee f_2(0) \equiv 1 \Rightarrow f_2(0) \equiv 0$.

$f_1 \in B \Rightarrow f_1(1) \equiv 1$, так как функция f_2 принадлежит классу, сохраняющему 1, значит на единичном наборе она всегда будет сохранять 1.

$$\neg f_1(1) \vee f_2(1) \equiv 1;$$

$$0 \vee f_2(1) \equiv 1 \Rightarrow f_2(1) \equiv 1 \Rightarrow f_2 \in B.$$

$S \subseteq B \Rightarrow$ система неполная.

Пример 4. Исследовать систему $S = \{f_1, f_2\}$ на полноту:

- 1) $f \in A \cap B \Rightarrow f_1 \in A$ и $f_1 \in B$;
- 2) $f_2 \in M \setminus B \Rightarrow f_2 \in M$ и $f_2 \notin B \Rightarrow f_2 \equiv 0$;
- 3) $f_1 \rightarrow f_2 \equiv 1$.

Решение

Воспользуемся теоремой Поста (о полноте).

Из условия имеем, что $f_1 \rightarrow f_2 \equiv 1 \Rightarrow \bar{f}_1 \vee f_2 \equiv 1$. А значит $\bar{f}_1 \equiv 1$, следовательно, $f_1 \equiv 0$.

Из условия имеем, что $f_1 \in A$ и $f_1 \equiv B$, но $f_1 \equiv 0 \Rightarrow f_1 \notin B$.

Противоречие условию.

Пример 5. Исследовать систему $S = (A \setminus C) \cup (L \setminus M) = \{f_1, f_2\}$ на полноту.

Решение

Воспользуемся теоремой Поста (о полноте).

Чтобы составить таблицу истинности для каждой функции у нас недостаточно условий, поэтому мы составим две дополнительные системы.

$$f_1 = \{x \wedge y, x \vee y, x \rightarrow y, x \oplus y \dots\};$$

$$f_2 = \{x \oplus y, x \leftrightarrow y, \bar{x}, \dots\}.$$

$$S_1 = \{x \wedge y, \bar{x}\}; x$$

Составим таблицу истинности для каждой функции (см. табл. 1).

Таблица 1

Таблица истинности для системы S_1

x	y	$x \wedge y$	\bar{x}
0	0	0	1
1	0	0	0
0	1	0	1
1	1	1	0

Функции, несохраняющие 0: \bar{x} ; функции, несохраняющие 1: \bar{x} ; немонотонные функции: \bar{x}

$$\bar{x}(0,0) \equiv 1 > 0 \equiv \bar{x}(1,1).$$

Из таблицы 1 можно увидеть: несамодвойственная функция: $x \wedge y$.

$x \wedge y(0,1) \equiv x \wedge y(1,0) \equiv 0$ (на противоположных наборах принимает равные значения).

Проверим линейность: функция $x \wedge y \equiv xy \oplus x \oplus y$ нелинейна.

Получили таблицу Поста (см. табл. 2).

Таблица 2

Таблица Поста для системы S_1

	$x \wedge y$	\bar{x}
A		-
B		-
L	-	
M		-
C	-	

Из таблицы 2 видно, что набор функций образует полную систему.

$$S_2 = \{x \wedge y, x \oplus y\}.$$

Составим таблицу истинности для каждой функции (см. табл. 3).

Таблица истинности для функций системы S_2

x	y	$x \wedge y$	$x \oplus y$
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0

Функции, несохраняющие 0: таких нет. Функции, несохраняющие 1: $x \oplus y$.

Из таблицы 3 можно увидеть: Немонотонные функции: $x \oplus y$.

$$x \oplus y (0, 0) \equiv 0 \equiv 0 \equiv x \oplus y(1, 1).$$

Несамодвойственные функции: $x \oplus y$.

$x \oplus y (0, 0) \equiv x \oplus y (1, 1) \equiv 0$ (на противоположных наборах принимают одинаковые значения).

Проверим линейность: функция $f_1 \equiv x \wedge y \equiv xy \oplus x \oplus y$ нелинейна.

Получили таблицу Поста (см. табл. 4).

Таблица Поста для системы S_2

	$x \wedge y$	$x \oplus y$
A		
B		-
L	-	
M		-
C		-

Из таблицы 4 видно, что система S_2 содержится в классе A, следовательно, S_2 неполная система.

Таким образом, недостаточно условий для решения данной задачи.

Пример 6. Исследовать систему $S = \{x \wedge y, x \vee y, x \rightarrow y, x \oplus y\}$ на полноту.

Решение

Воспользуемся теоремой Поста (о полноте).

Проверим, каким классам принадлежал (не принадлежат) заданные функции:

$$f_1 = x \wedge y, f_2 = x \vee y, f_3 = x \rightarrow y, f_4 = x \oplus y.$$

Составим таблицы истинности для каждой функции (см. табл. 5).

Таблица истинности для функций

x	y	$x \wedge y$	$x \vee y$	$x \rightarrow y$	$x \oplus y$
1	0	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0
0	0	0	0	1	0

Из таблицы 5 можно увидеть:

Функции, несохраняющие 0: f_3 .

Функции, несохраняющие 1: f_4 .

Немонотонные функции: f_4 .

$$f_4(0, 0) \equiv 0 \equiv 0 \equiv f_4(1, 1).$$

Несамодвойственные функции: f_1, f_2 .

$$f_1(0, 1) \equiv f_1(1, 0) \equiv 0;$$

$f_2(1, 0) \equiv f_2(0, 1) \equiv 1$ (на противоположных наборах принимают одинаковые значения).

Проверим линейность: функция $f_1 \equiv x \wedge y \equiv xy \oplus x \oplus y$ нелинейна.

Получили таблицу Поста (см. табл. 6).

Таблица Поста

	f_1	f_2	f_3	f_4
A			-	
B				-
L	-			
M				-
C	-	-		

Из таблицы 6 видно, что набор функций образует полную систему.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Бабенко А. С., Задворнова А. С. Изучение темы «Предикаты» обучающимися педагогических направлений подготовки // Современная педагогика и научные исследования в образовательной организации высшего образования : материалы Всероссийской научно-методической конференции / ред. коллегия Шутова А. Г., Кузнецова Н. С., Титова У. Ю. Кострома, 2022. С. 98–104.

2. Бабенко А. С., Задворнова А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н. О математике, искусстве и интуиции: задачи на предикаты в школьном курсе

математики // Вестник Набережночелнинского государственного педагогического университета. 2022. № S2(37). С. 57–59.

3. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Дифференциальные уравнения, теория вероятности, топология и математическая логика: возможность объединения в курсе высшей математики // Актуальные технологии преподавания в высшей школе : материалы научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2019. С. 11–13.

4. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Некоторые рекомендации к руководству самостоятельной работой студентов по алгебре и геометрии // Актуальные технологии преподавания в высшей школе : материалы научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2019. С. 130–132.

5. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Организация самостоятельной работы студентов при изучении дисциплины «Геометрия» // Актуальные технологии преподавания в высшей школе : материалы научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2019. С. 133–135.

6. *Белова И. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* О тематических акцентах при преподавании математики студентам технических специальностей // Актуальные технологии преподавания в высшей школе : материалы научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2021. С. 10–12.

УДК 378.147.88; 537.313

А. Б. Белихов¹, В. Л. Красников²

¹Филиал МИРЭА в г. Фрязино МО.

²Костромской государственной университет.

¹abb@ksu.edu.ru, ²krasnikov.viktor@list.ru

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ В КУРСЕ «МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЦЕПЕЙ»

Рассмотрено использование пакетов OpenOffice и Microsoft Office для решения систем линейных уравнений. В данных пакетах для этой цели используются метод обратной матрицы и формулы Крамера.

Ключевые слова: система линейных уравнений, метод обратной матрицы, формулы Крамера, функция массива, электронная таблица.

A. B. Belikhov, V. L. Krasnikov
MIREA – Russian Technological University
Kostroma State University

USING OF ELECTRONIC TABLES FOR SOLVING OF SYSTEMS OF SIMULTANEOUS LINEAR EQUATIONS IN THE COURSE OF METHODS OF ELECTRIC CIRCUITS CALCULATION

Using of OpenOffice and Microsoft Office packets for solving of systems of simultaneous linear equations is analyzed. In this packets inverse matrix method and Cramer formulas are used for this aim.

Keywords: *system of simultaneous linear equations, inverse matrix method, Cramer formulas, array function, electronic table.*

Пусть дана система n линейных уравнений с n неизвестными x_1, x_2, \dots, x_n . Она может быть записана в матричном виде:

$$AX = B. \quad (1)$$

где A – матрица коэффициентов при неизвестных размера $n \times n$, X – вектор-столбец неизвестных, B – вектор-столбец правых частей уравнений. Если в системе (1) $\det(A) = d \neq 0$, т.е. матрица A имеет обратную A^{-1} , то система (1) имеет, и притом единственное, решение

$$X = A^{-1}B. \quad (2)$$

Формула (2) используется при решении систем линейных уравнений в программах Calc и Excel (метод обратной матрицы). Программа Calc это электронная таблица, которая входит в состав свободного кроссплатформенного пакета OpenOffice. Для решения систем линейных уравнений по формуле (2) в программе Calc используются две функции массива: функция MINVERSE вычисляет обратную матрицу, а функция MMULT вычисляет произведение матриц. В программе Excel для этой цели используются две функции массива: функция МОБР вычисляет обратную матрицу, а функция МУМНОЖ – произведение матриц [1]. Для решения системы (1) с помощью электронных таблиц Calc и Excel можно использовать также формулы Крамера:

$$x_i = d_i / d, \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (3)$$

где d_i – определитель матрицы, полученной из матрицы A заменой i -го столбца на вектор-столбец B . Для вычисления определителя квадратной матрицы в программе Calc используется функция массива MDETERM, а в программе Excel – функция МОПРЕД. Следует отметить, что в программе Calc все функции массива находятся в отдельной категории «Массив». Это одно из отличий программы Calc от Excel. В программе Excel функции массива МОБР, МУМНОЖ и МОПРЕД относятся к категории «Математические». Другое отличие состоит в том, что функции массива в

программе Calc организованы проще, чем в Excel. Так, в программе Calc, в отличие от Excel, выходной диапазон для функции массива определяется автоматически. Для этого достаточно указать его левый верхний угол. Кроме того, для завершения ввода функции массива в программе Calc необходимо лишь нажать кнопку «ОК» или клавишу <Enter>.

Для иллюстрации вышесказанного рассмотрим систему:

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 5, \\ 2x_1 + 5x_2 + x_3 &= -3, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 11. \end{aligned} \tag{4}$$

Решение системы (4) имеет вид: $x_1=2$, $x_2=-2$, $x_3=3$.

На рисунках 1 и 2 представлен результат решения системы (4), полученный в программе Excel двумя описанными способами.

3	2	1		5
2	5	1		-3
2	1	3		11
0,538	-0,19	-0,12		2
-0,15	0,269	-0,04		-2
-0,31	0,038	0,423		3

Рис. 1. Результат решения системы уравнений (4), полученный в программе Excel методом обратной матрицы

3	2	1		5
2	5	1		-3
2	1	3		11
d=	26			
5	2	1		
-3	5	1		
11	1	3		
d ₁ =	52			
3	5	1		
2	-3	1		
2	11	3		
d ₂ =	-52			
3	2	5		
2	5	-3		
2	1	11		
d ₃ =	78			
			x ₁ =	2
			x ₂ =	-2
			x ₃ =	3

Рис. 2. Результат решения системы уравнений (4), полученный в программе Excel с помощью формул Крамера

В рассмотренном примере решение системы выразилось целыми числами. Если же точное решение системы выражается в виде простых дробей, то для вывода результата следует использовать формат ячейки ДРОБНЫЙ.

Для примера рассмотрим систему уравнений:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 &= 1, \\ 2x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 3, \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 1. \end{aligned} \tag{5}$$

Решение системы (5) имеет вид: $x_1=7/36$, $x_2=-19/18$, $x_3=-17/18$. На рисунке 3 представлен результат точного решения системы (5) полученный в программе Excel.

2	3	-4		1	
2	2	-5		3	
4	-2	2		1	
0,167	-0,06	0,194		7/36	
0,667	-0,56	-0,06		-1 1/18	
0,333	-0,44	0,056		- 17/18	

Рис. 3. Результат точного решения системы уравнений (5) полученный в программе Excel методом обратной матрицы

Расчёт сложной разветвлённой электрической цепи с использованием правил Кирхгофа или методом контурных токов сводится к решению системы n линейных уравнений с n неизвестными [2, 3]. Материал данного доклада используется при проведении занятий по курсу «Методы расчёта электрических цепей» в Российском технологическом университете МИРЭА (филиал в г. Фрязино Московской области).

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Бубнов В. А., Толстова Г. С., Клемешова О. Е. Линейная алгебра: компьютерный практикум. М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2010. 168 с.
2. Калашиников С. Г. Электричество. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. 624 с.
3. Иванов И. И., Соловьёв Г. И., Равдоник В. С. Электротехника : учебник. СПб. : Лань, 2006. 496 с.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХЭШ-ФУНКЦИИ ДЛЯ ЗАЩИТЫ ОБУЧАЮЩИХ КВЕСТОВ ОТ НЕСАНКЦИОНИРОВАННЫХ ПЕРЕХОДОВ МЕЖДУ УРОВНЯМИ

В статье предложен механизм использования хэш-функций для защиты обучающих квестов от несанкционированных переходов между уровнями. Введённый пользователем ответ преобразуется в хэш, добавляется в конец адреса сайта и вставляется в GET-запрос на этот же сайт. Описан процесс создания веб-приложения, в основе которого лежит механизм рутирования, использующий хеш-функции.

Ключевые слова: хэш-функция, хэширование, квест, веб-квест, шифрование, рутирование, пайтон, фласк.

A. K. Sukhov, V. N. Sivarev

Kostroma State University

APPLYING HASH FUNCTIONS TO SECURE EDUCATIONAL QUESTS FROM UNAUTHORISED PASSAGES BETWEEN LEVELS

The article suggests a mechanism for using hash functions to protect training quests from unauthorized transitions between levels. The response entered by the user is converted into a hash, added to the end of the site address and inserted into a GET-request to the same site. The process of creating a web application based on a routing mechanism using hash functions is described.

Keywords: hash functions, hashing, quest, web quest, encryption, routing, python, flask.

Хэш-функция, или криптографическая хэш-функция – алгоритм, преобразования набора данных произвольной длины в сообщение фиксированной длины. Такое преобразование производится путём последовательных математических вычислений. Входные данные для хэш-функции, являются сообщением, выходной результат функции называется хэшем, или значением.

Хэш-функции, благодаря своей универсальности и простоте в использовании, лежат в основе многих технологий, либо используются как дополнительное средство для решений каких-либо задач.

1. Blockchain (Технологии блокчейн) – информация содержится в так называемых контейнерах, которые проходят шифрование через хэш-функцию. И каждый последующий контейнер содержит в себе результат шифрования. Это необходимо для избегания потерь, несанкционированного исправления данных.

2. Криптовалюта – все денежные транзакции и документооборот представляют собой контейнеры из блокчейна.

3. Информационная безопасность – обширное применение хэш-функции нашли как раз в информационной безопасности. Так как такой алгоритм достаточно надёжно шифрует данные, его используют в шифровании паролей. Хранить пароли в базе данных в чистом виде – плохое решение: доступ к базе данных (БД) может получить не только хакер, но и сотрудник компании, которой принадлежит данная БД и использовать информацию в корыстных целях. Для безопасного хранения паролей их шифруют и хранят в зашифрованном виде. Когда человек вводит пароль для аутентификации – он прогоняется через тот же алгоритм и сравнивается со значением из базы данных.

4. Системы контроля версий

Система контроля версий git использует в своей логике хэширование. Идея заключается в хэшировании файлов и кода для отслеживания в каких местах произошло изменение. На верхнем уровне реализации это выглядит так. Первоначально хэшируется файл и значение хэш-суммы сохраняется, затем при подтверждении изменений сравнивается хэш конкретного файла с его старым хэшем, если хэши не совпадают, значит, конкретно в проверяемом файле были изменения.

Так как хэш-функции широко используются в информационной безопасности, они должны соответствовать конкретным требованиям, то есть, иметь набор свойств, чтобы быть в состоянии противостоять криптографическим атакам.

Всего таких свойств три pre-image resistance, second pre-image resistance, collision resistance.

Разберём каждое свойство по отдельности.

1. Pre-image resistance

Это свойство также называется сопротивлением прообразу. Суть его следующая:

Имея заданное значение h должно быть сложно найти такое значение m , такое, что $h = \text{hash}(m)$.

Хэш-функция должна быть устойчивой к подбору, также известному, как брутфорс. То есть, если имеется конечный результат хэш-функции вида *098f6bcd4621d373cade4e832627b4f6*, подбор сообщения, генерирующего такой результат, должен быть либо невозможным, либо занимать огромное количество времени.

2. Second pre-image resistance

Это свойство также называется сопротивлением второму прообразу. Суть его следующая:

Имея заданное сообщение m_1 , должно быть сложно подобрать сообщение m_2 такое, что $\text{hash}(m_1) = \text{hash}(m_2)$ при $m_1 \neq m_2$. То есть, хэш-функция будет устойчива к ситуации, когда злоумышленник может

подобрать такое сообщение, которое позволит получить такой же хэш, как и у другого сообщения, чтобы обойти защиту.

Например:

Имеется пароль: 1234, хэш которого после прохода через некоторую хэш-функцию, которая представляет собой следующую строку: `098f6bcd4621d373cade4e832627b4f6`, злоумышленник вводит пароль 5678, получая идентичный хэш. Если такой ситуации быть не может, или вероятность такой ситуации крайне мала, считается, что хэш-функция устойчива от взлома второго прообраза.

3. Collision Resistance

Это свойство также называется сопротивлением к коллизиям, или сопротивлением к столкновениям. Суть его следующая:

Должно быть сложно подобрать два разных сообщения m_1 и m_2 таких, что $\text{hash}(m_1) = \text{hash}(m_2)$.

Здесь вводится понятие коллизия – это совпадение хэшей для двух разных сообщений. В то время как в предыдущем случае хэш одного сообщения уже был известен, здесь идёт подбор сообщений, имеющих одинаковый хэш. Так как количество хэшей вне зависимости от алгоритма хэширования конечно, а количество сообщений неограниченно, коллизии будут в любом случае, и хэш-функция считается тем устойчивее к коллизиям, чем ниже вероятность возникновения этих коллизий. Исходя из этого, можно понять, что функция, обладающая стойкостью к таким столкновениям, будет также устойчивой к подбору второго прообраза.

В данной статье предложен механизм использования хэширования в качестве проверяющего элемента и, одновременно, средства безопасной проверки ответа, реализованного на клиентской части приложения (frontend) веб-квеста.

Современные браузеры предоставляют любому пользователю средства инспектирования и отладки интерфейса, путём просмотра кода страницы (на html и javascript). Даже если скрыть возможность открытия браузерной консоли, невозможно запретить скачивание страницы. Из этого следует, что пользователь может скачать страницу как файл и просмотреть его исходный код.

Суть предложенного механизма заключается в том, что даже если пользователь сумеет найти способ получить доступ к исходному коду страницы, он не сможет получить доступ к правильным ответам в квесте, либо каких-то подсказок, как обойти защиту.

Чтобы понять, как работает механизм, необходимо рассмотреть устройство вэб-квеста в техническом плане. Он выглядит следующим образом: каждый этап квеста является отдельной вэб-страницей со своим уникальным адресом. На самой странице находятся описание, вопрос, подсказка (при необходимости) и поле для ввода ответа. Для перехода на следующий этап квеста испытуемый должен ввести правильный ответ в поле для ввода. Если ответ неверен – пользователь попадает на страницу, в

которой написано, что он ошибся. Для продолжения нужно вернуться на предыдущую страницу и попробовать ввести ответ снова.

В переход между страницами внедряется механизм проверки ответа и безопасности. Устроен он следующим образом: введённый пользователем ответ преобразуется в хэш, добавляется в конец адреса сайта и вставляется в GET-запрос на этот же сайт.

Если полученный такой конкатенацией адрес ведёт на следующий этап, пользователь на него попадает и продолжает проходить квест. В случае ошибки, пользователь направляется на страницу, которая на сайте отсутствует, следовательно, генерируется ошибка 404 HTTP_NOT_FOUND, но выводится не сообщение об ошибке, а предложение попробовать снова.

Таким образом, реализован механизм, такой, что даже если пользователь узнает, как работает защита, он не сможет обойти её, не прибегая к средствам, которые невыгодно использовать для решения такой проблемы, таких, как брутфорс (bruteforce).

Рассмотрим реализацию механизма защиты квеста. Квест представляет собой веб-приложение, написанное на языке Python, с использованием фреймворка Flask.

Иерархия приложения выглядит следующим образом:

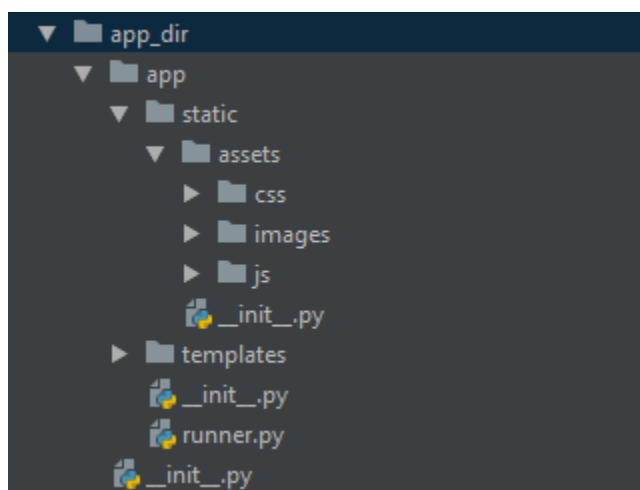


Рис. 1. Иерархия приложения

1. Папка `static` содержит стили, изображения и javascript-код с обработчиком ответов.

2. Папка `templates` содержит html шаблоны страниц – этапов квеста.

3. Модуль `runner.py` содержит в себе экземпляр класса приложения и настройки рутирования: функции-обработчики, которые рендерят страницы согласно указанному адресу. Этот указанный адрес получается следующим образом: берётся правильный ответ и хэшируется выбранным алгоритмом. Для реализации был выбран алгоритм md5.

В результате формируется следующий файл приложения `runner.py`.


```

1     from flask import Flask, render_template
2
3     app = Flask(__name__)
4
5
6     @app.route("/")
7     def index():
8         return render_template("index.html")
9
10
11    @app.route("/quest")
12    def first_task():
13        return render_template("Quest1.html")
14
15
16    @app.route("/68156cdd8345f86f684df8347e0e1c62")
17    def second_task():
18        return render_template("Quest2.html")
19

```

Рис. 2. Файл приложения *runner.py*

В данном файле из модуля flask импортируются класс Flask и функция `render_template`, далее инициализируется экземпляр класса Flask.

После инициализации добавляются функции, которые рендерят нужные страницы, при этом, под каждую страницу создаётся отдельная функция.

В декоратор `app.route()` аргументом передаётся адрес конкретной страницы, например, функция `index` рендерит начальную страницу сайта, поэтому в декоратор передаётся строка `"/"`.

Таким же образом формируется страница с первым заданием, а все страницы, которые являются следующими этапами, будут содержать в своём адресе хэш правильного ответа с предыдущего этапа.

Разобраны хэш-функции, создан функционирующий веб-квест для обучения студентов и школьников с возможностью защитить правильные ответы от утечки.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Flask (A Python Microframework) Armin Ronacher. URL: <http://flask.pocoo.org/>. Режим доступа: свободный (дата обращения: 15.02.2023).

2. Амелин Р. В. Информационная безопасность. Конспект лекций. Лаборатория преподавателя. URL: <http://rv-lab.ru/> (дата обращения: 15.02.2023).

Д. Д. Волкова¹, В. А. Решетникова², Ю. С. Смирнова³

¹Ярославский государственный педагогический университет

^{2,3}Костромской государственный университет

¹dvoikova02@mail.ru, ^{2,3}kaf_algeo@ksu.edu.ru

ОБ ОДНОМ ОБОСНОВАНИИ МЕТОДА ИССЛЕДОВАНИЯ ФУНКЦИЙ

Рассматриваемая статья затрагивает вопрос о теоретических основах исследования функций и построения графиков методами дифференциального исчисления. В частности, непонимание условий применения теоремы Коши о промежуточных значениях непрерывной на интервале функции может привести к ошибкам. В статье приведены формулировка и доказательство утверждения, необходимого для обоснования метода определения знака на интервале.

Ключевые слова: исследование функции методами дифференциального исчисления, теорема Коши о промежуточных значениях непрерывной на интервале функции, нули функции.

D. D. Volkova, V. A. Reshetnikova, Y. S. Smirnova

Yaroslavl State Pedagogical University

Kostroma State University

ABOUT ONE JUSTIFICATION OF THE METHOD OF RESEARCH OF FUNCTIONS

The article in question touches upon the question of the theoretical foundations of the study of functions and the construction of graphs by methods of differential calculus. In particular, misunderstanding of the conditions for applying Cauchy's theorem on intermediate values of a continuous function on an interval can lead to errors. The article presents the formulation and proof of the statement necessary to substantiate the method of determining the sign on the interval.

Keywords: investigation of a function by methods of differential calculus, Cauchy's theorem on intermediate values of a continuous function on an interval, zeros of a function.

Многие темы математического анализа, рассматриваемые в курсе школьной математики, переходят и в курс вузовский. Плюсы такой преемственности несомненны – первокурсники на вообще-то новой и непривычной дисциплине (а вузовский анализ очень существенно отличается от анализа школьного) видят что-то знакомое и хорошо изученное, и от шока первых лекций (этот формализм Коши совершенно невозможно понять) переходят к рабочему отношению в рамках курса. (О преемственности школьных математических дисциплин и вузовской математики можно прочитать, например, в работах [1–5]).

К сожалению, есть и некоторые минусы. Многие математические факты школьникам доказываются или не на вузовском уровне строгости, или

не доказываются вообще. При этом не исключаются и досадные неточности, с которыми приходится бороться уже вузовским лекторам, а ликвидировать усвоенные пробелы и ошибки гораздо сложнее, чем новые. Хрестоматийным примером служит некорректное употребление термина «линейные» в отношении функций вида $y = ax + b$ (об этом смотри работы [6, 7]), причем отмечено несомненное негативное влияние этого на дальнейшее понимание всего, что связано с дифференциалом.

Настоящая работа посвящена некоторым пробелам в обосновании метода исследования функции и построения графиков с помощью дифференциального исчисления. Заметим, что этот метод применяется в школе (исследование на монотонность и экстремумы с помощью производной), и дополняется в вузе применением к исследованию выпуклости вверх-вниз с помощью второй производной. Поэтому вчерашние школьники довольно уверенно вычисляют производную, приравнивают ее к нулю, находя критические точки первого порядка (маленькая ремарка – необходимо найти все критические точки), и по знаку производной определяют характер поведения функции на интервале. Причем определение знака производной возможно как методом интервалов, так и (чаще всего применяемым) просто подстановкой в производную произвольной «удобной» точки из интервала.

Если же заходит разговор об обосновании того факта, что производная на интервале принимает значения того же знака, что и в произвольной точке, то, как правило, это признается верным «по умолчанию». Причем заметим, что ни в одном из наиболее популярных школьных учебников по началам анализа (Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд «Алгебра и математический анализ. 10 класс»; С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников «Алгебра 10 класс»; А. Г. Мордкович «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс»; А. Г. Мерзляк, Д. А. Номировский, В. Б. Полонский, М. С. Якир «Алгебра 10 класс») нет обоснования определения знака производной на интервале по знаку в произвольной точке интервала. Напротив, используются и доказываются теоремы о том, что если производная в любой точке интервала имеет определенный знак, то на этом интервале функция окажется монотонной. Ни в какой мере не претендуя на критику указанных авторов, замечу, что определение знака функции (в данном контексте производной) относится к свойствам непрерывных функций, но и в соответствующих разделах обоснований нет. Что же касается школьных реалий, то, конечно, при нынешней нехватке времени не до таких тонкостей.

Стоит, вероятно, привести строгую формулировку с доказательством указанного обоснования.

Определение. Нулем функции назовем ту точку, значение функции в которой равно нулю.

Утверждение. Для непрерывной на интервале между двумя соседними нулями функции знак в любой точке совпадает со знаком в произвольной.

Доказательство утверждения основано на теореме Коши о промежуточных значениях непрерывной функции. (Используемая формулировка и название теоремы из [8, с. 99]).

Пусть в двух любых точках интервала (a, b) между двумя соседними нулями непрерывная на этом интервале функция принимает значения разных знаков. Тогда, по теореме Коши, обязательно должна существовать внутренняя точка интервала (a, b) , в которой значение функции равно нулю. Но в этом случае a и b не будут соседними нулями, так как между ними «вклинится» еще один нуль функции на этом интервале.

Если же значение функции в какой-либо точке просто равно нулю, то это опять-таки противоречит условию о соседних нулях. Полученное противоречие доказывает, что значения функции между соседними нулями непрерывной функции обязаны быть одного знака.

Утверждение доказано.

Непонимание внутреннего механизма доказательства данного факта и «механическое» использование при исследовании функций правила определения знака на промежутке по знаку в одной точке часто приводит к ошибкам. Дело в том, что при бездумном применении алгоритма часто забывается важное условие непрерывности, и, как следствие, точки разрыва самой функции или ее производной не выделяются, что приводит к неверным определениям интервалов знакопостоянства производной и неверному построению графика.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Волкова Д. Д., Колтакова И. А., Матыцина Т. Н. История межпредметных связей: о некоторых задачах с использованием производной // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 94–98.

2. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е. Комплексные числа в школьном курсе математики и в перспективной модели ЕГЭ // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 2. С. 60–68.

3. Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е. Обучение учителей математики в условиях введения профессионального стандарта // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2020. Т. 26, № 4. С. 154–160.

4. Степанова К. А., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. Существование преимущественности изучения математического анализа в школьном и вузовском курсах // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 30–33.

5. *Бабенко А. С., Кузнецова В. С., Ширяев К. Е.* Школа и вуз: периодические функции и сходимость несобственных интегралов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 10–13.

6. *Махина У. Н., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е.* Элементарные свойства непрерывных функций и нахождение асимптот // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 102–106.

7. *Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е.* Преподавание математического анализа в школе и вузе: четные и нечетные функции // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 82–85.

8. *Кудрявцев Л. Д.* Математический анализ : учебник для вузов. Т. 1. М. : Высшая школа, 1973.

УДК 378.147.34; 378.147.88

М. Л. Галанцева¹, А. В. Жиров², Т. Л. Мухачева³

^{1,2,3}Костромской государственной университет
¹*mgalanceva@yandex.ru*, ²*avzhirov@rambler.ru*, ³*mukhachevatl@mail.ru*

**МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
ПО ДИСЦИПЛИНАМ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ЦИКЛА.
I. МЕТОДИКА ПОДГОТОВКИ К СЕМИНАРАМ**

В статье обсуждается методика поэтапного изучения теоретического материала разного уровня сложности по физике и геофизике в рамках самостоятельной работы студентов. Приведены примеры заданий для тренировки и самоконтроля.

Ключевые слова: *элементы знания, структура теории, логическое мышление, самоконтроль.*

M. L. Galanceva, A. V. Zhirov, T. L. Mukhacheva
Kostroma State University

**METHODOLOGICAL SUPPORT INDEPENDENT WORK OF
STUDENTS BY DISCIPLINES OF THE NATURAL SCIENCE CYCLE.
I. PREPARATION METHODOLOGY FOR SEMINARS**

The article discusses the method of step-by-step study of theoretical material of different levels of complexity in physics and geophysics within the framework of independent work.

Keywords: *elements of knowledge, structure of theory, logical thinking, self-control.*

В эпоху интенсивного внедрения информационных технологий во все сферы жизни и образования, когда на наших глазах исчезают одни профессии и появляются другие, система профессиональных знаний и навыков, полученных в университете, должна стать тем фундаментом, который обеспечит возможность трансформации знаний специалистов в соответствии с новыми социальными запросами времени в какой бы сфере производства, образования, культуры они не работали. Поэтому на всех этапах обучения в университете при подготовке бакалавров по направлению «физика», когда система профессиональных знаний только еще формируется в целостное динамичное образование, остается актуальной проблема поиска активных методов обучения и эффективных методов руководства самостоятельной работой студентов, освоения ими технологии самообразования. Это обусловлено следующими причинами:

1. По оценке методистов-предметников содержание учебного материала на лекциях усваивается лишь на 20 %, дальнейшее углубленное изучение любой дисциплины требует активного участия самих студентов.

2. Учебники и лекции по общему курсу физики разных авторов отличаются глубиной, логикой и методикой изложения, различным соотношением экспериментального и теоретического материала. Основное внимание авторов учебников, как правило, сконцентрировано на содержательном аспекте изучаемой дисциплины, а методические рекомендации по ее изучению в большинстве случаев отсутствуют, не конкретизируются также формы и средства достижения основных целей обучения.

3. Содержание физики как учебной дисциплины всегда отстает от достижений физики как науки, следовательно, изучать новое в физике современным студентам в своей будущей профессиональной деятельности придется самостоятельно.

4. Весь объемный материал физики как науки изучить за период обучения невозможно, поэтому необходимо вооружить студентов методологией и технологией познания.

5. Большинство студентов не способно организовать самостоятельно целенаправленную работу по дисциплине. Отсутствие методических рекомендаций по изучению предмета увеличивает его страх и растерянность перед объемом и сложностью теоретического материала, делает его домашнюю самостоятельную работу (ДСР) эпизодической, нерегулярной, а знания бессистемными, мозаичными (кое-что кое о чем!). Это обстоятельство особенно усугубляется при дистанционном обучении.

В течение многих лет на кафедре общей и теоретической физики Костромского государственного университета проводилась работа по поиску оптимальных методов организации систематической самостоятельной

работы студента, направленной на развитие творческого потенциала его личности, стремящейся к самореализации. Результаты этой работы обобщены в учебно-методических пособиях по нескольким дисциплинам физического блока: Оптике [1], Квантовой оптике и атомной физике [2], Геофизике [3, 4]. В современном образовательном стандарте (ФГОС 3++) и в учебном плане на ДСР студента по этим дисциплинам отводится до 50 % общего количества аудиторных учебных часов.

- Разделы «Оптика» и «Атомная физика» являются базовыми частями модуля «Общая физика» профессионального цикла подготовки бакалавров по направлению 03.03.02 «Физика» и изучаются в пятом и шестом семестрах соответственно. Дисциплина «Геофизика» входит в вариативную часть профессионального цикла подготовки бакалавров и изучается в седьмом семестре. Среди всех естественных наук, изучающих нашу планету (геология, геохимия, экология, география, минералогия, сейсмология, метеорология, океанология, биология), геофизика играет *интегрирующую* роль, так как:

- у всех естественных наук *общий объект исследования* – Земля и три ее оболочки: твердая, водная и газовая;

- современные знания о возрасте, геологическом строении Земли и ее полей получены с помощью различных *физических методов исследования*;

- все естественные науки используют приборы (лазеры, микроскопы, спектрографы), в основе работы которых лежат *физические законы*;

- геофизике, как междисциплинарной науке, принадлежит ведущая роль в формировании у студентов *научного мировоззрения* на основе синтеза знаний смежных наук о природе.

Основной целью изучения дисциплин «Общая физика» и «Геофизика» при подготовке бакалавров является формирование в сознании студента *физической и более общей современной естественнонаучной картин мира* (ЕНКМ). ЕНКМ – это система наглядных представлений, фундаментальных принципов, идей, моделей, законов и теорий, формируемая на основе интеграции научных знаний о явлениях и процессах, происходящих в макро и микромире.

В физике существуют два метода исследования: *экспериментальный и теоретический*. Научные знания, накопленные за последние четыреста лет целенаправленных исследований великими экспериментаторами и великими теоретиками позволили сформулировать методологический путь познания: *«от живого созерцания к абстрактному мышлению, от него обратно к практике»*.

На рисунке 1 схематически представлена структура фундаментальной физической теории. На этой схеме этапу *живого созерцания* соответствуют блоки 1 и 2, они отвечают на вопросы *что?* и *как происходит?*; этапу *абстрактного мышления* – блоки 3–5 и 6, они отвечают на вопрос *почему это происходит?*; этапу *практического применения* – блоки 7–9, которые отвечают на вопросы *зачем?* и *для чего?* Рисунок 2 содержит структурные

элементы физического знания, которые наполняют содержанием и смыслом все девять блоков структуры физической теории. Обе схемы взаимосвязаны, они позволяют формировать *систему знаний* учащихся по различным темам и разделам физики на разных уровнях обобщения: либо на уровне *понятий и законов* (в средних учебных заведениях) – блоки 1, 2 на рис. 1, либо на более высоком уровне *физических теорий и физической картины мира* (в вузе) – блоки 3–6 на рис. 1.

С древнейших времен и до наших дней процесс обучения опирается на принцип Сократа: *ученик приходит к истине, отвечая на вопросы учителя*. Задача учителя состоит в том, чтобы построить такую систему из вопросов и тренировочных заданий, которая, как навигатор, позволит наметить индивидуальную *поэтапную образовательную траекторию движения* каждого студента *по этим ступеням знаний*. Движение от одного этапа усвоения материала к другому должно быть последовательно восходящим без пробелов, на все возникшие вопросы учащийся должен своевременно найти ответ или получить его на консультации у преподавателя.

Разработанные учебно-методические пособия для ДСР включают:

- вопросы для подготовки к семинарам, регламентирующие объем и содержание обсуждаемых на занятиях и изучаемых самостоятельно тем;
- ссылки на литературные источники с указанием глав, параграфов;
- методику поэтапного изучения материала (вопросы и задания), изложенного в лекции на различных уровнях обобщения;
- тренировочные расчетные задания на оценку параметров физических процессов, изучаемых в курсах: а) оптики и атомной физики, б) геофизики (то есть процессов, происходящих внутри Земли, ее атмосфере, гидросфере и в различных полях).
- вопросы, задания и физические диктанты для самоконтроля;
- примеры решения типовых задач с подробным описанием этапов решения (анализ физической ситуации, выбор модели явления, логическое пояснение математических преобразований и анализ полученного результата) и задач повышенной трудности;
- номера задач для индивидуальной ДСР;
- контрольные тесты;
- вопросы для подготовки к экзамену [1, с. 88; 2, с. 78; 4, с. 91].

Предложенная в учебно-методических пособиях технология организации ДСР при изучении физики и геофизики опирается на дидактические принципы: научности, доступности, поэтапного продвижения от простого к сложному, систематичности и последовательности, сознательности и активности, учета индивидуальных особенностей студентов.

Приведем примеры разработанной методики поэтапного изучения материала в процессе ДСР студентов.

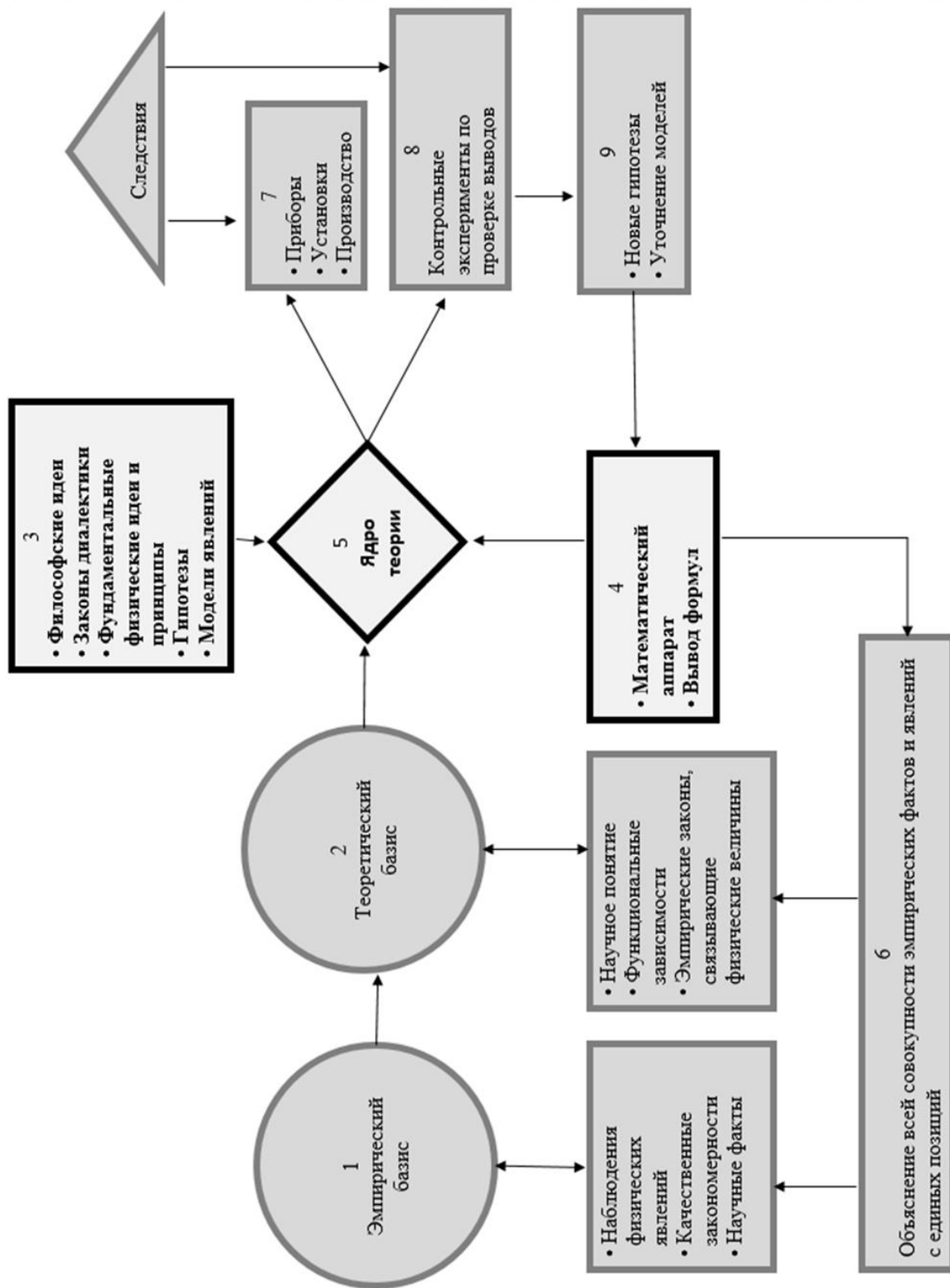


Рис. 1. Структура физической теории

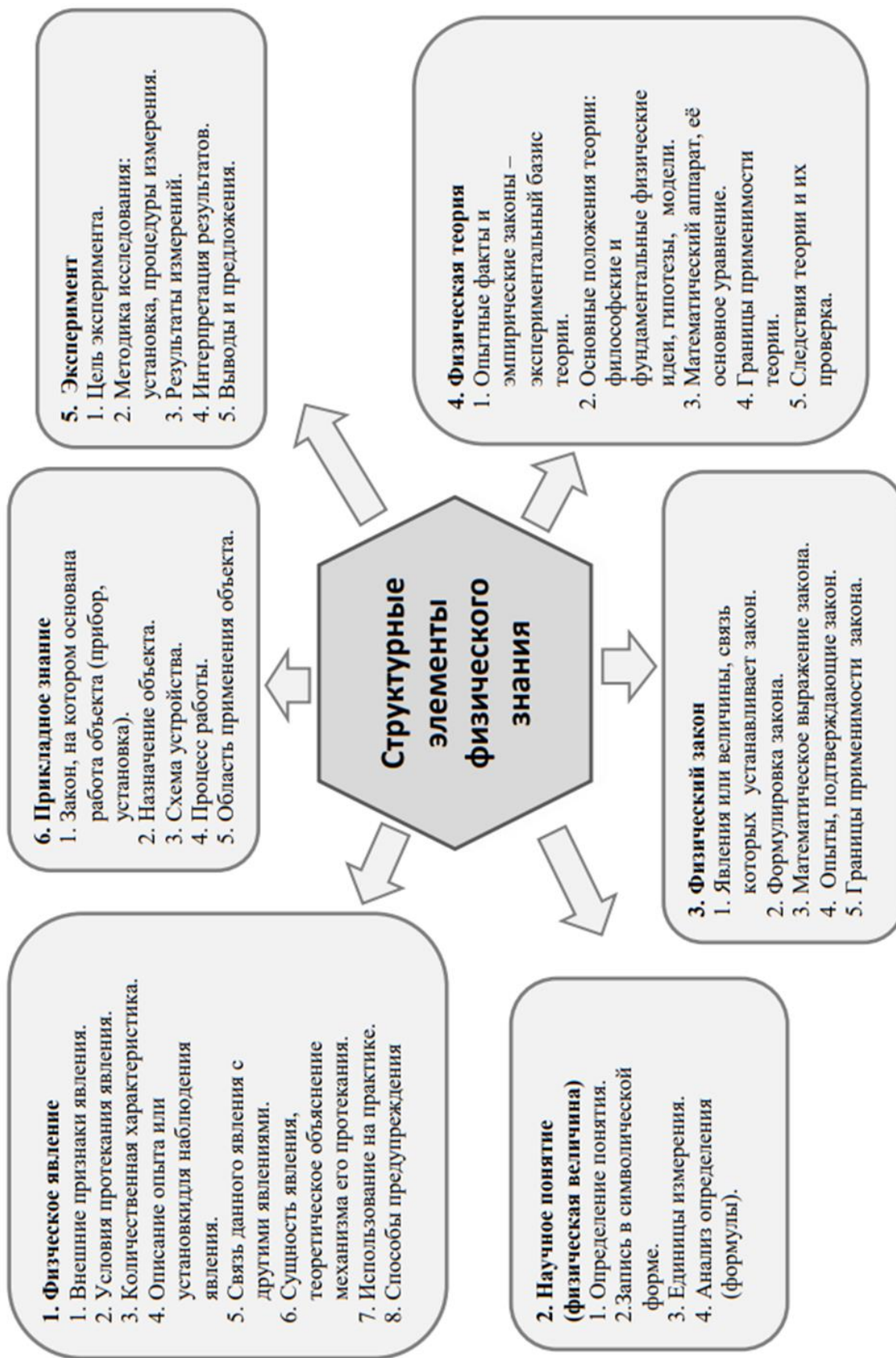


Рис. 2. Структурные элементы физического знания

На первом вводном занятии лектор знакомит студентов с программой дисциплины, объемом и содержанием ДСР, методами ее планирования и контроля, сроками отчетности. В самом начале семестра, а не за неделю или месяц до окончания аудиторных занятий, как часто бывает в реальности, целесообразно познакомить студентов не только с содержанием учебно-методических пособий, но и с программой и формой проведения итогового экзамена по дисциплине, чтобы подготовка к нему носила не авральный за три дня, а постепенный и систематический характер. Все учебно-методические материалы студенты получают в электронном виде.

Подготовка к семинару и практическому занятию. Тема семинара при традиционно сложившейся практике преподавания в вузе, как правило, связана с темой одной или нескольких лекций. При одном двухчасовом практическом занятии в неделю по оптике и атомной физике и одном часе в неделю по геофизике происходит объединение семинара и решения задач. Методике решения задач посвящена наша вторая статья в данном издании.

Цель семинарского занятия: сформировать и углубить знания студентов по теоретическим вопросам, подготовить их к решению задач и осознанному выполнению лабораторных работ по изучаемой теме.

В зависимости от общего уровня физико-математической подготовки студента этапы изучения теоретического материала по электронной лекции и учебникам в рамках ДСР можно разделить по степени активизации его мыслительной деятельности на три типа: а) *репродуктивный* (алгоритмический), б) *вариативный* (продуктивный), в) *творческий* (эвристический).

Репродуктивный (Р) тип мыслительной деятельности направлен на *запоминание* и *воспроизведение* информации, он включает четыре операции:

Р1 – ориентирование в запоминаемом материале, установление его свойств;

Р2 – поиск и выделение способа группировки элементов знания;

Р3 – группировка элементов, их перестройка на основе внутригрупповых связей, которые были установлены предшествующими операциями;

Р4 – установление межгрупповых связей, последняя операция завершает систематизацию материала.

В таблице 1 приведены примеры вопросов и заданий для формирования *репродуктивного* типа мыслительной деятельности (ответы на вопросы *что* и *как?*) при изучении теоретического материала темы, которому соответствует обобщение знаний на уровне понятий и законов (см. рис. 1, блоки 1, 2) и (рис. 2 блоки 1–3).

Таблица 1

Вопросы для формирования репродуктивного типа деятельности

Символ операции	Дисциплина и тема	
	Квантовая оптика «Внешний фотоэффект» [2, с. 16]	Геофизика «Строение атмосферы» [3, с. 63]
P1	Кто и при каких условиях впервые наблюдал явление внешнего фотоэффекта?	<i>Назовите</i> физические процессы, приведшие к возникновению атмосферы на Земле
P2	Кто и с помощью какой схемы исследовал явление внешнего фотоэффекта?	<i>Перечислите и поясните</i> методы классификации атмосферы, приведите числовые значения ее параметров
P3	Нарисуйте вольтамперную характеристику (ВАХ) внешнего фотоэффекта. Поясните <i>физические величины</i> , описывающие явление (λ , $\lambda_{гр}$, ν , $\nu_{гр}$, $U_{мах}$, $U_{зад}$, $E_{кин}$)	<i>Перечислите</i> газы, определяющие химический состав воздуха
P4	<i>Назовите</i> эмпирические законы внешнего фотоэффекта	<i>Опишите</i> строение воздушной оболочки Земли в модели «стандартной атмосферы»

Вариативный (В) тип деятельности предполагает активизацию мыслительных способностей учащихся на более высоком уровне *при изменении условий задания* с опорой на следующие операции: В1 – сравнить, В2 – критически оценить, В3 – проанализировать (то есть ответить на вопросы *как, почему?*), В4 – обосновать, В5 – соотнести, В6 – обобщить (то есть синтезировать, систематизировать, свести воедино).

В таблице 2 приведены примеры постановки вопросов и заданий в *терминах действий* для более глубокого понимания физического смысла происходящих процессов.

Таблица 2

Вопросы для формирования вариативного типа деятельности

Символ операции	Дисциплина и тема	
	Квантовая оптика «Внешний фотоэффект»	Геофизика «Строение атмосферы»
B1	<i>Сравните</i> вид ВАХ в опытах Столетова при освещении катода светом с частотами $\nu = \nu_{гр}$ и $\nu > \nu_{гр}$	<i>Сравните</i> температуру в тропосфере и тропопаузе атмосферы Земли. <i>Поясните</i> причины ее изменения
B2	Как можно экспериментально <i>оценить</i> максимальную скорость электронов, достигших анода и создающих ток в цепи?	<i>Оцените</i> концентрацию молекул воздуха в атмосфере Земли на высоте 120 км. <i>Поясните</i> , почему на этой высоте отмечено повышение температуры

В3	<i>Проанализируйте</i> физический процесс в характерных точках на ВАХ: а) $U = 0, I_0 > 0$; б) $U = U_{\text{нас}}, I = I_{\text{нас}} = \text{const}$; в) $U = U_{\text{зад}}, I = 0$	<i>Проанализируйте</i> физико-химический процесс образования озона в атмосфере Земли на определенной высоте
В4	<i>Объясните</i> эмпирические законы внешнего фотоэффекта с помощью гипотезы и уравнения Эйнштейна	<i>Обоснуйте</i> необходимость разделения атмосферы на слои <i>гомосфера, гетеросфера</i> и <i>экзосфера</i>

Творческий (Т) тип деятельности направлен на решение вопросов и заданий, ответы на которые не представлены в явном виде. Студент сам должен разработать алгоритм поиска решения задачи с опорой на такие операции как: Т1 – найти сходство; Т2 – найти отличие; Т3 – поставить новую задачу; Т4 – найти связь, причину; Т5 – сформулировать вывод. Примеры заданий творческого типа представлены в таблице 3.

Таблица 3

Вопросы для формирования творческого типа деятельности

Символ операции	Дисциплина и тема	
	Квантовая оптика «Внешний фотоэффект» [2, с.16]	Геофизика «Строение атмосферы»
Т1	<i>Соотнесите</i> закон распределения фотоэлектронов по скоростям с отдельными участками ВАХ	<i>Найдите сходство</i> в физических процессах, происходящих во всех атмосферных паузах
Т2	<i>Отличаются</i> ли скорости фотоэлектрона при вылете из катода и при достижении анода в замкнутой цепи и $U_A = 0$?	<i>Отличаются</i> ли процессы, приводящие к образованию в атмосфере гелия, кислорода и углекислого газа?
Т3	<i>Предложите</i> экспериментальный метод определения контактной разности потенциалов между катодом и анодом фотоэлемента	<i>Опишите</i> экспериментальные методы и приборы для исследования физико-химических свойств атмосферных газов (краткое сообщение, доклад)

К творческому типу относятся также задания по подготовке доклада или краткого научного сообщения по геофизике. Тема доклада становится учебно-исследовательским заданием. Темы и рекомендации по написанию научных докладов приведены в пособии [3, с. 93, 94].

Для более глубокого и осмысленного понимания теоретических вопросов темы студентам предложены специальные *тренировочные* задания.

Тренировочные задания и задания для самоконтроля предназначены для закрепления физических понятий, анализа функциональных связей и математических соотношений между физическими величинами, а также для

формирования умений обосновывать графические зависимости и делать количественные оценки параметров различных физических процессов в окружающем нас мире. Приведем несколько примеров таких заданий.

Пример 1. Квантовая оптика. Тема «Внешний фотоэффект» [2, с. 17]

1.1. В приведенные ниже математические соотношения впишите недостающие физические величины вместо знака вопроса.

1) $h\nu = ?$ 2) $\hbar\omega = ? + eU_3$, 3) $\nu\lambda = ?$, 4) $m_e c^2 = ?$
 5) $eU_3 = ?$ 6) $h\nu - A = ?$ 7) $h\nu - h\nu_{cp} = ?$ 8) $hc/\lambda_{тр} = ?$

1.2. Проверьте правильность каждой вписанной в задании 1.1 физической величины методом размерностей.

1.3. Поясните физический смысл всех написанных выражений и всех параметров в них.

1.4. Введите в уравнение Эйнштейна следующие параметры:

а) ω , λ_{cp} , U_3 ; б) λ , ν_{cp} , ν ; в) ν , A , U_3 .

Задания в примере 1 являются совсем не простыми для слабых студентов, это своеобразный *математический тренажер*, который позволяет превратить умения связывать физические величины, используя метод размерностей, в устойчивый навык, необходимый при осмысленном решении задач. Методике решения задач посвящена вторая статья этих же авторов в данном издании.

Пример 2. Геофизика. Тема «Строение атмосферы»

Установите соответствие между физическими процессами (I–V) и названиями тех областей атмосферы, где они происходят (1–5)

I. Температура растет с высотой и достигает значений 800-1000 К	1. Мезосфера
II. Атомы и молекулы достигают скоростей, превышающих вторую космическую скорость	2. Гетеросфера
III. Состав воздуха сохраняется таким же, как у поверхности Земли	3. Экзосфера
IV. Под действием гравитации происходит разделение газов, состав воздуха изменяется	4. Термосфера
V. Температура понижается с ростом высоты и становится минимальной во всей атмосфере	5. Гомосфера

Перед выполнением данного задания можно сначала *для самоконтроля* построить пять более простых заданий в виде тестов открытого типа, например: «Гомосфера – это область атмосферы, в которой...». И только потом перейти к комплексному заданию, сформулированному в примере 2. Именно так нарабатывают технику исполнения музыканты, танцоры и спортсмены, многократно повторяя упражнения, переходя от простых к более сложным. («*Мастеровой не может не работать, он упускает тайну мастерства*»). Поэт Ирина Снегова).

В пособии по оптике [1, с. 72–86] также содержится большое количество *тренировочных* заданий (с подробными указаниями к выполнению) на формирование таких умений как:

- построение действительных и мнимых изображений точечных и протяженных предметов в линзах и системах линз (более 25 вариантов),
- умение анализировать и интерпретировать интерференционные и дифракционные картины от различных преград (34 варианта) [1, с. 26–28],
- физические диктанты в виде открытых тестов для самоконтроля по геометрической (4 варианта по 10 вопросов) и волновой оптике (6 вариантов по 10 вопросов),
- оценка параметров поляризованного света в законах Малюса и Брюстера (16 заданий) [1, с. 56].
- описанные задания представлены в вербальной, графической, аналитической формах (а также в их комбинациях) и в виде натурального эксперимента при выполнении лабораторных работ.

Во всех пособиях по всем изучаемым темам в качестве *тренировочных* и заданий для *самоконтроля* приведены *тестовые задания* двух видов: а) с выбором ответа (пример 3), б) на соотнесение описаний физических процессов, представленных в вербальной, вербально-графической, вербально-аналитической (пример 4) и графо-аналитической формах.

Пример 3. Атомная физика. Тема: «Теория Резерфорда – Бора».

Границе спектра в атоме водорода соответствует переход электрона...

- 1) с четвертого уровня на первый
- 2) с бесконечно удаленного уровня на первый
- 3) с первого уровня на шестой
- 4) с четвертого уровня на второй

Пример 4. Атомная физика. Тема: « Теория Резерфорда – Бора».

Установите соответствие между вербальными (I–V) и аналитическими (1–5) выражениями в серийных закономерностях спектра атома водорода.

I. Частота второй линии в УФ-серии водорода	1) $\frac{8R_{\omega}}{9}$
II. Разность значений первого и второго потенциалов ионизации атома H	2) $\frac{2hR_{\omega}}{\pi e}$
III. Физический смысл постоянной Ридберга R_{ω}	3) $\frac{3hR_{\omega}}{2\pi 4e}$
IV. Коротковолновая граница излучения всего спектра водорода	4) R_{ω}
V. Потенциал ионизации атома He	5) ω_{\max}

Задания *методологического* характера выполняются на завершающем этапе изучения темы, когда у студента сформировалось общее представление о физическом явлении или процессе, уже изученном на лекциях, семинарах, практических занятиях, в лабораторном эксперименте, при выполнении ДСР. Например:

Задание. Проанализировать структуру *квантовой теории света*, описать и соотнести ее содержательные компоненты (*базис, ядро, следствия*) с этапами процесса познания: (*живое созерцание, абстрактное мышление, практическое применение*) с опорой на рис. 1 и 2.

Такие задания в пособиях [1–3] направлены на формирование научного мировоззрения и обобщение знаний на уровне физической теории.

В процессе выполнения заданий ДСР происходит трансформация знаний обучающихся: конструирование, переконструирование и реконструирование. Если *конструирование* знаний представляет собой отбор и усвоение информации в соответствии с поставленными целями обучения, то *переконструирование* связано с изменением метода деятельности, например, при использовании компьютерных технологий (разработка научного доклада и презентации к нему), а *реконструирование* происходит при изменении научно-методических идей и технологий обучения (например, при дистанционном обучении), когда изменяется тип деятельности и тип мышления как педагогов, так и учащихся.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Галанцева М. Л., Моисеев Б. М. Оптика : методические рекомендации для организации самостоятельной работы студентов. Кострома : Костромской государственной университет им. Н. А. Некрасова, 2007. 92 с.

2. Галанцева М. Л., Мухачева Т. Л. Атомная физика : учебно-методическое пособие для организации самостоятельной работы студентов : в 2 ч. Ч. 1. Квантовая оптика. Кострома : Костромской государственной университет, 2019. 88 с.

3. Галанцева М. Л., Жиров А. В. Геофизика : учебно-методическое пособие для организации самостоятельной работы студентов. Кострома : Костромской государственной университет, 2022. 99 с.

4. Галанцева М. Л. Геофизика : сборник задач. Кострома : Костромской государственной университет им. Н. А. Некрасова, 2012. 116 с.

**МЕТОДИЧЕСКОЕ СОПРОВОЖДЕНИЕ
САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ
ПО ДИСЦИПЛИНАМ ЕСТЕСТВЕННО-НАУЧНОГО ЦИКЛА.
II. МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ**

В статье излагается методика решения разноуровневых задач по физике и геофизике, направленная на развитие логического мышления, творческого потенциала и формирование познавательного интереса студентов.

Ключевые слова: физические явления, алгоритм, творческие задания.

M. L. Galanceva, A. V. Zhiron, T. L. Mukhacheva

Kostroma State University

**METHODOLOGICAL SUPPORT OF INDEPENDENT WORK
OF STUDENTS ON THE DISCIPLINES OF THE NATURAL SCIENCE
AND METHODS OF SOLVING PROBLEMS**

The article outlines a method for solving multi-level problems in physics and geophysics, aimed at developing logical thinking, creative potential and the formation of cognitive interest of students.

Keywords: physical phenomena, algorithm, creative tasks.

Практические занятия по решению физических задач являются важнейшей формой учебных занятий. Их цель заключается в *формировании умений* применять теоретические знания для анализа физических процессов и в *освоении методов* и приёмов решения практических задач. Умение решать задачи является лучшим критерием оценки глубины изучения теоретического материала и уровня развития логического мышления учащихся. Э. Ферми считал, что «человек знает физику, если он умеет решать задачи».

По учебному плану в общем курсе физики на практические занятия (вместе с семинаром) отводится 2 ч/нед, а по геофизике 1 ч/нед. За такое короткое время можно обсудить только самые базовые понятия и законы, пояснить приемы и методы решения не более, чем 2-3 типовых задач. Поэтому достичь поставленных целей обучения можно рациональной организацией домашней самостоятельной работы (ДСР) студентов, придав ей черты учебного или научного исследования. Универсальных рецептов для выработки умений решать задачи не существует. Необходимые навыки можно выработать только в результате упорного труда при наличии учебно-методических пособий [1–3], которые при недостаточном количестве

учебных аудиторных часов выполняют роль *тренажеров* и *навигаторов* по изучаемой дисциплине.

С целью упорядочения познавательной деятельности учащихся в школе (затем и в вузе) методистами и психологами разработана универсальная схема решения самых разнообразных по содержанию и уровню сложности физических задач.

Этапы решения физических задач:

1. *первичное чтение* условия задачи вслух, запись в тетрадях текста задачи;
2. *повторное (более медленное) чтение* условия задачи с выяснением всех терминов и физических величин в её условии;
3. *краткая запись условия* с обозначением физических величин символами с их единицами измерения;
4. *перевод* всех значений заданных физических величин в СИ;
5. *анализ условия задачи*, его наглядная интерпретация в виде схемы или рисунка;
6. *анализ физической ситуации*, построение логической цепи рассуждений о протекающих процессах и функциональных связях между физическими величинами; возможно построение графо-логической схемы;
7. *написание физического закона*, описывающего явление или процесс; выяснение того, какие физические величины известны (по условию), а какие требуется определить;
8. *составление системы уравнений* с учетом всех заданных в условии параметров и *вывод формулы для искомой физической величины*, при этом, порядок действий следует пронумеровать, а при выводе формулы делать пояснения: «подставляем выражение (5) в (1)» или совсем коротко: (5)→(1);
9. *проверка формулы на размерность* позволяет найти ошибки в ее выводе;
10. *вычисления и анализ полученного результата* с точки зрения его физического и здравого смысла, соответствия реальности (практике).

Первые четыре этапа являются подготовительными и при частых повторениях формируемые умения постепенно трансформируются в навыки. При решении некоторых типов задач отдельные этапы могут выпадать. Например, при решении качественных задач могут не выполняться этапы (8-10), а при решении чисто теоретической задачи может не потребоваться рисунок.

Каждый этап в зависимости от сложности задачи и уровня подготовки студента может содержать в себе определённые трудности. Часто встречается ситуация, когда студент в поиске решения задачи ограничивается подбором подходящих формул, а затем механически бездумно пытается получить ответ с помощью математических выкладок, но при этом не поясняет словами физический смысл этих операций, не обозначает их последовательность цифрами. В тетрадях остаются одни формулы без текста, построить логический рассказ о физическом явлении и этапах решения задачи с пояснением физического смысла всех математических преобразований студент (возможно, будущий учитель) не может. Как правило, отсутствует и *анализ результата вычислений* на правдоподобие, соответствие реальности. Например, студент на основе предыдущего опыта решения задач в курсах механики, электричества и других должен понимать, что скорость пули или

света не может быть равна 10^6 м/с, а скорость электрона в атоме или в электронном приборе – может. Порядок физической величины в ответе студент должен уметь оценивать как с математической, так и с физической точек зрения, то есть понимать абсурдность таких, например, ответов: КПД какого либо механизма получился больше 100 %, плотность железа равна 7800 кг/м^3 , длина волны света – 500 м.

Наиболее сложным этапом в поиске решения задачи традиционно считается восьмой этап – *составление системы уравнений* и при их совместном решении вывод формулы для искомой физической величины. Физическая задача из-за трудоемких алгебраических преобразований часто превращается в чисто математическую, а понимание динамики физического процесса при этом ускользает от осознания из-за манипуляций с формулами.

Не менее важным этапом в освоении методов решения задач и в развитии физического мышления студентов является шестой этап – *анализ физической ситуации*. Он включает: обсуждение физического явления, построение его адекватной модели и логической цепи рассуждений о функциональных связях между физическими величинами в протекающих процессах. На занятиях при анализе условия задачи обычно происходит устное обсуждение физического процесса в форме беседы, но оно, как правило, не фиксируется в тетрадях (и в сознании) студентов, а, следовательно, и не формируется в виде умения. Об этом свидетельствуют оформления решений задач без пояснений физического смысла и указаний последовательности действий в контрольных работах и в ДСР. Вспомним народную мудрость: «*написанное пером – не вырубишь топором*». Бессистемные записи в тетрадях отражают хаос в голове.

Несмотря на то, что задачи по всем шести дисциплинам курса общей физики и спецкурсам студенты решают в течение всего периода обучения в университете, *аналитические* и *вычислительные* навыки не у всех студентов достаточно развиты. Для сопровождения ДСР студентов по геофизике разработаны и изданы учебные пособия [1, 3]. Пособие [1] содержит около 480 аналитических, расчетных и качественных задач по всем наиболее развитым разделам геофизики (Физика Земли, Физика атмосферы, Физика мирового океана), а также по пограничным темам с такими дисциплинами как оптика, атомная и ядерная физика, физика космоса, астрономия, физика твердого тела, материаловедение, астрофизика, экология, что подтверждает необходимость и осуществимость межпредметных связей и показывает внутреннее методологическое единство и целостность наук о природе.

Дисциплина «Геофизика» изучается только в седьмом семестре. Геофизика, как и любая наука, имеет свои теоретические модели и методы, изучение которых при решении задач, начатое в курсе общей физики, продолжается и в геофизике. Задачи по геофизике – это те же физические задачи, но построенные на анализе свойств и расчете параметров новых объектов – различных оболочек Земли, ее полей, а также их энергетического потенциала. Эти научные знания позволяют сформировать экологическое мышление человека и оценить допустимые пределы антропогенного вмешательства в природные процессы с целью сохранения среды обитания [4].

Формирование умений начинается с решения типовых задач (с действий по алгоритму). Поиск их решения формирует первый – *репродуктивный* – уровень мышления, позволяющий *описать* физическое явление и *запомнить* формулы и законы по изучаемой теме. Задачи этого уровня простые подстановочные в 1-2 действия. Двигаясь поэтапно от решения простых задач к более сложным, опираясь на натурные (экспериментальные), графические и математические модели физического явления, применяя метод аналогии, постепенно переходить по мере приобретения навыков в анализе физической ситуации от *репродуктивного* через *вариативный* к *творческому* типу мышления, более высокому по уровню абстрагирования. Задачи для ДСР в пособиях [1–3] подобраны по этому принципу. По всем изучаемым темам приведены примеры решения задач по методике, включающей такие содержательные этапы как: *анализ физической ситуации, модели физического явления и динамики его развития; логическое сопровождение математических операций с их физической интерпретацией, анализ результатов вычисления на соответствие реальности.*

Приведем примеры решения задач по темам, изучаемым, как в вузовских курсах, так и в школьных разделах оптики и географии.

Пример 1. Квантовая оптика. Тема: «Внешний фотоэффект» [2, с. 20].

Имеется вакуумный фотоэлемент, один из электродов которого сделан из цезия, другой – из меди. Определить максимальную скорость фотоэлектронов, подлетающих к медному электроду, при освещении цезиевого электрода электромагнитным излучением с длиной волны 220 нм, если электроды замкнуть снаружи накоротко.

Исходные данные:

катод цезиевый, анод медный, $\lambda = 220 \text{ нм} = 2,2 \cdot 10^{-7} \text{ м}$

Определите $v_{\text{ан ан}} - ?$

Анализ физической ситуации. По условию задачи цезиевый фотокатод, освещается светом с длиной волны 220 нм. Эти данные позволяют с помощью уравнения Эйнштейна найти скорость электрона при вылете из катода при известной работе выхода электрона из фотокатода, Если бы оба электрода были сделаны из одного металла (например, цезия), то в процессе движения от катода к аноду скорость фотоэлектрона оставалась бы неизменной, если электроды накоротко замкнуты. В нашем случае анод медный и в накоротко замкнутой цепи между катодом и анодом возникает контактная разность потенциалов, равная разности работ выхода металлов катода и анода, которая может в зависимости от её знака как ускорять электрон, так и замедлять его в процессе движения к аноду. При отрицательном контактном поле в фотоэлементе скорость фотоэлектрона, подлетающего к аноду, уменьшится. На первом этапе данную задачу легче понять и решить, выразив все величины в электронвольтах. Этот подход позволяет более простые задачи решать устно, так как не приходится оперировать сомножителями с высокими степенями. На втором этапе – при вычислении скорости фотоэлектрона у анода – следует перейти в СИ. Логика рассуждений и порядок решения задачи приведены в табл. 1.

Решение задачи с пояснениями физического смысла математических преобразований

Логические действия	Математические соотношения
1 этап. Выразим работу выхода цезия и меди в электронвольтах	$A_{1(\text{Cs})} = 1,9 \text{ эВ}, A_{2(\text{Cu})} = 4,47 \text{ эВ}$
Запомним соотношение	$1 \text{ эВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$
Запишем энергию фотона $\varepsilon_{\text{фот}}$ через длину волны λ и вычислим её значение в эВ	$\varepsilon_{\text{фот}} = \frac{hc}{\lambda}, (1)$ $\varepsilon_{\text{фот}} = \frac{6,628 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,2 \cdot 10^{-7} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,6 \text{ эВ}, (1a)$
В соотношении (1a) можно объединить три константы (h, c, e) в одну и получить простую формулу (2) для быстрого перевода длин волн (нм) в энергию фотона (эВ). <u>Запомним эту полезную формулу (2)</u>	$\varepsilon_{\text{фот}} (\text{эВ}) = \frac{1234}{\lambda(\text{нм})}, (2)$ <p>Формула Дуэна – Ханта</p> $\varepsilon_{\text{фот}} = \frac{1234}{220} = 5,6 (\text{эВ})$
Запишем уравнение Эйнштейна в общем виде.	$\varepsilon_{\text{фот}} = A_1 + (E_{\text{кин}})_{\text{кат}}, (3)$
Выразим из (3) кинетическую энергию электрона в момент вылета из катода и найдем её значение в эВ	$(E_{\text{кин}})_{\text{кат}} = \varepsilon_{\text{фот}} - A_1$ $(E_{\text{кин}})_{\text{кат}} = 5,6 - 1,9 = 3,7 \text{ эВ}, (4)$
Оценим величину контактной разности потенциалов $U_{\text{к}}$ между электродами фотоэлемента	$U_{\text{к}} = \frac{(A_1 - A_2)}{e}$ $U_{\text{к}} = \frac{(1,9 - 4,47)}{1} = -2,57 \text{ В} < 0, (5)$
Отрицательное контактное поле затормозит электрон у анода. Оценим его кинетическую энергию $(E_{\text{кин}})_{\text{ан}}$ при подлете к аноду в эВ	$(E_{\text{кин}})_{\text{ан}} = (E_{\text{кин}})_{\text{кат}} \pm eU_{\text{к}} - \text{в общем виде}$ $(E_{\text{кин}})_{\text{ан}} = 3,7 - 2,57 = 1,13 \text{ эВ}, (6)$
Подведем итог 1 этапа	$(E_{\text{кин}})_{\text{кат}} = 3,7 \text{ эВ}, (E_{\text{кин}})_{\text{ан}} = 1,13 \text{ эВ},$ $(E_{\text{кин}})_{\text{ан}} < (E_{\text{кин}})_{\text{кат}}$
2 этап. Выразим скорость фотоэлектрона v у анода из формулы для кинетической энергии E электрона	$E = \frac{mv^2}{2}, v^2 = \frac{2E}{m}, (7)$
Вычислим значение скорости фотоэлектрона при подлете к аноду фотоэлемента в СИ с учетом значения массы электрона m	$v_{\text{ан}}^2 = \frac{2 \cdot 1,13 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 0,39 \cdot 10^{12}$ $v_{\text{ан}} = 6,3 \cdot 10^5 \text{ м/с}$
<p>Ответ: максимальная скорость фотоэлектрона у анода $v_{\text{ан}} = 6,3 \cdot 10^5 \text{ м/с}$</p> <p>Анализ результата. В качестве материала фотокатода из двух металлов выбран цезий, так как он обладает меньшей работой выхода, фотоэлектрон летит от катода к аноду в тормозящем контактном поле фотоэлемента, поэтому его кинетическая энергия уменьшается при подлете к аноду примерно в 3.3 раза ($3,7 \text{ эВ} / 1,13 \text{ эВ} = 3,27 \approx 3,3$), а скорость – почти в 2 раза ($\sqrt{3,3} = 1,8 \approx 2$)</p>	

Пример 2. Геофизика. Тема: «Динамика атмосферы» [1, с. 54, № 70].

Масса воды в атмосфере оценивается величиной $M = 1,3 \cdot 10^{16}$ кг. Ежедневно 10 % этого количества испаряется и выпадает в виде осадков. Оценить: а) перенос тепловой энергии P в Дж/с в результате круговорота воды; б) толщину слоя воды h на поверхности Земли, если бы весь водяной пар сразу сконденсировался. Принять для удельной теплоты парообразования воды значение: $\lambda = 2,3 \cdot 10^6$ Дж/кг.

Исходные данные:

$$M = 1,3 \cdot 10^{16} \text{ кг}; \eta = 0,1 \text{ (10 \%)}; t = 1 \text{ сут} = 86\,400 \text{ с}; \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3;$$

$$\lambda = 2,3 \cdot 10^6 \text{ Дж/кг}; R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}.$$

Определите: $P - ?$ $h - ?$

Анализ физической ситуации. Количество тепловой энергии, выделившейся при конденсации водяного пара, можно найти, зная массу пара и теплоту парообразования с помощью уравнения теплового баланса. Толщина пленки воды, образовавшейся из сконденсированного пара на поверхности Земли, может быть найдена из отношения объема воды V к площади поверхности земного шара S .

Логика рассуждений и порядок решения задачи приведены в табл. 2.

Таблица 2

Решение задачи с пояснением физического смысла математических преобразований

Логические действия	Математические соотношения
Масса водяного пара m в атмосфере равна	$m = \eta M$, (1)
Количество выделившейся при конденсации водяного пара тепловой энергии с учетом (1)	$Q = m\lambda = \eta M\lambda$
Найдем перенос тепловой энергии за сутки	$P = \frac{Q}{t} = \frac{\eta M\lambda}{t}$, (2)
Объем воды, образовавшийся в результате конденсации всего водяного пара в атмосфере	$V = \frac{M}{\rho}$, (3) $V = Sh$, (4)
Приравняем правые части в формулах (3) и (4), получим выражение для толщины слоя h	$h = \frac{M}{\rho S}$, где $S = 4\pi R^2$ $h = \frac{M}{4\pi R^2 \rho}$, (5)
Вычисления: переноса тепловой энергии по (2) и толщины слоя воды по (5) $P = 1,3 \cdot 10^{16} \cdot 0,1 \cdot 2,3 \cdot 10^6 / 86400 = 3,2 \cdot 10^{16}$ Дж/с, $P = 3,2 \cdot 10^{16}$ Дж/с $h = 1,3 \cdot 10^{16} / 4 \cdot 3,14 \cdot (6,4 \cdot 10^6)^2 \cdot 10^3 = 0,025$ м = 2,5 см, $h = 2,5$ см	
<i>Ответ:</i> $P = 3,2 \cdot 10^{16}$ Дж/с, $h = 2,5$ см <i>Анализ результата.</i> Перенос тепловой энергии в атмосфере в результате круговорота воды (испарение→конденсация→испарение) в течение суток можно сравнить по величине с энергией, получаемой Землей от Солнца ($P_c \sim 10^{17}$ Дж/с), $P \sim 30 \% P_c$. Это очень большая энергия, она играет значительную роль в формировании погоды и климата на планете	

После разбора задачи с приведенным решением студенты могут для закрепления приемов *повторить этапы ее решения*: а) полностью самостоятельно или б) частично самостоятельно, закрывая поочередно то левый столбик с физическими пояснениями, то правый – с математическими соотношениями. Этот прием особенно полезен студентам со слабой подготовкой и иностранным студентам для тренировки в изучении русского языка. Другим способом управления процессом *запоминания* является сочетание различных способов предъявления информации об одном и том же явлении или процессе. Покажем это на примере еще одного типа задач

Экспериментальные задачи – это задачи, которые отличаются двумя особенностями: а) данные, необходимые для их решения, берутся *из опыта*; б) они короткие по времени выполнения. В натурном эксперименте, например, в оптике, мы наблюдаем физическое явление непосредственно на экране. Если соединить теоретическое решение задачи (ее математическую модель) с ее графической моделью и визуальным образом в эксперименте, то такой подход к организации занятия с опорой на дидактические принципы *доступности* и *наглядности* обучения позволит сформировать наиболее полный эмоционально-содержательный образ физического явления.

Этот метод реализован нами в оптике при изучении и интерпретации интерференционных и дифракционных картин на различных преградах [5] с помощью установки РМС-1 [5]. В комплект оборудования входит оптическая насадка с набором одинарных (12 структур), двойных щелей (31 структура), одна двумерная дифракционная решетка и полупроводниковый лазер (GaAs, $\lambda = 650$ нм). Одновременное восприятие: а) зрительного образа – интерференционных максимумов и минимумов света на экране, б) графика зависимости интенсивности света от угла дифракции, в) математических соотношений, описывающих эти два образа и г) словесное логическое пояснение физического смысла всех трех моделей (визуальной, графической и символической) дает *эффект усиления* в понимании физического явления. Происходит тройное кодирование информации, что делает процесс запоминания (хранения информации в долговременной памяти и его последующего воспроизведения) более прочным и осмысленным.

Описанная методика формирования умений анализировать физические явления в процессе решения задач разного уровня сложности направлена на развитие логического мышления и творческих способностей студентов, стремящихся к саморазвитию и самоопределению.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Галанцева М. Л., Моисеев Б. М. Оптика : методические рекомендации для организации самостоятельной работы студентов. Кострома : Костромской государственной университет им. Н. А. Некрасова, 2007. 92 с.
2. Галанцева М. Л., Мухачева Т. Л. Атомная физика : учебно-методическое пособие для организации самостоятельной работы студентов :

в 2 ч. Ч. 1. Квантовая оптика. Кострома : Костромской государственный университет, 2019. 88 с.

3. Галанцева М. Л., Жиров А. В. Геофизика : учебно-методическое пособие для организации самостоятельной работы студентов. Кострома : Костромской государственный университет, 2022. 99 с.

4. Галанцева М. Л. Геофизика : сборник задач. Кострома : Костромской государственный университет им. Н. А. Некрасова, 2012. 116 с.

5. Галанцева М. Л. Трудные вопросы курса «Оптика» // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин : материалы VIII Всероссийской научно-методической конференции. Кострома : Костромской государственный университет им. Н. А. Некрасова, 2014. С. 28–35.

УДК 378.147.34; 378.147.88

А. Б. Белихов

Российский технологический университет МИРЭА
(филиал в г. Фрязино Московской области)
abb@ksu.edu.ru

ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ФИЗИКЕ В УСЛОВИЯХ СОКРАЩЕННОГО КУРСА ПОДГОТОВКИ СТУДЕНТОВ

В статье рассмотрены примеры выполнения простых лабораторных опытов из курса общей физики, позволяющих студентам усвоить основные правила обработки экспериментальных данных.

Ключевые слова: *простые и наглядные лабораторные опыты по физике, определение плотности вещества, определение удельной теплоёмкости воды, вольт-амперная характеристика лампы накаливания.*

A. B. Belikhov

Russian Technological University MIREA

LABORATORY WORKS IN PHYSICS IN CONDITIONS OF A REDUCED STUDENT TRAINING COURSE

The article considers examples of performing simple laboratory experiments from the general physics course, which allow students to learn the basic rules for processing experimental data.

Keywords: *basic laboratory experiments in physics, determination of the density of a substance, determination of the specific heat capacity of water, current-voltage characteristic of an incandescent lamp.*

При подготовке студентов некоторых инженерных и педагогических специальностей, предусмотрен ограниченный объем часов по дисциплине «Физика» – в объеме двух или одного семестра.

В таких условиях, при ограниченном количестве часов для освоения одной из базовых образовательных дисциплин, главной задачей является приобретение навыков обработки экспериментальных данных их графического отображения с использованием современного программного обеспечения.

Как показывает опыт работы, в течение одного занятия продолжительностью 1,5 часа, студентами очно-заочной формы обучения могут быть одновременно выполнены три простые, но содержательные лабораторные работы из разных разделов курса общей физики.

Наиболее простой лабораторной работой в разделе «Механика» представляется лабораторная работа «Определение плотности вещества». Для ее выполнения, из приборов достаточны штангенциркуль (либо химическая мензурка) и лабораторные (или кухонные) весы. Для эксперимента могут быть использованы тела различной геометрической формы.

Объем тела может быть определен исходя из измерений геометрических параметров тел либо из объема вытесненной жидкости в мензурках. Плотность тела определяется как отношение массы тела к его объему $\rho = m/V$, а относительная погрешность определения плотности, в случае определения плотности цилиндрических тел, составит:

$$\varepsilon_p = \frac{\Delta\rho}{\rho} = \frac{\Delta m}{m} + 2\frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta h}{h},$$

где m , R и h – масса, радиус и высота образца соответственно.

Вторая лабораторная работа – из раздела «Термодинамика» – «Определение удельной теплоемкости воды». Для ее выполнения достаточно иметь электрический кипятильник известной мощности P , емкость с водой известного объема $V = 0,25$ л и секундомер.

Принцип работы – с помощью импровизированной установки вода в стакане нагревается от начальной температуры в лаборатории (около 25 °С) до температуры кипения (100 °С). В качестве нагревательного элемента может быть использован бытовой электрокипятильник мощностью 300 или 500 Вт, помещаемый в стеклянную банку с водой емкостью 500 мл. Для статистической обработки результатов измерений, а также в целях безопасности выполнения такой лабораторной работы, для исключения работы по переливу горячей воды и соблюдения правил техники безопасности, необходимо иметь пять одинаковых емкостей, куда предварительно налито одинаковое количество воды.

Из известных из курса общей физики теоретических положений, выводится уравнение теплового баланса:

$$W \cdot t = c \cdot m \cdot \Delta T.$$

Откуда искомая теплоемкость составит:

$$c = \frac{W \cdot t}{m \cdot \Delta T},$$

где m – масса воды, c – теплоемкость воды, ΔT – изменение температуры воды за время опыта, t – время нагрева от комнатной температуры до температуры кипения, W – мощность кипятильника.

Статистическую обработку результатов измерений и расчет доверительных интервалов для теплоемкости выполняют в соответствии с методическими рекомендациями [1].

В качестве третьей лабораторной работы, предлагается выполнить изучение вольт-амперной характеристики лампы накаливания как вариант выполнения аналогичной работы, проводившейся в условиях дистанционного обучения [2].

В случае выполнения работы в лаборатории непосредственно студентами, необходимо строго соблюдать необходимые нормы техники безопасности, во избежание получения электротравм.

Для сбора лабораторной схемы, используются источник питания постоянного тока, рассчитанный на напряжение не выше 15 В, силу тока 5 А. Одним из возможных источников тока может быть автомобильный аккумулятор. Используется лампа накаливания номиналом 12 В, мощностью 40 Вт. Сила тока в цепи регулируется с помощью ползункового реостата, а температура нити накала оптическим пирометром.

Для измерения постоянных значений напряжения и силы тока, могут быть использованы практически все известные цифровые или аналоговые измерительные приборы, а для измерения нити накала («спирали») – оптический пирометр ручной «Optris P20 1M» или другой аналогичный прибор.

Характерной особенностью электроосветительной лампы накаливания является нелинейный характер зависимости силы тока I от приложенного напряжения U . Сопротивление металлов сильно зависит от температуры. Поэтому, при включении лампы накаливания, ее спираль нагревается и ее сопротивление изменяется в зависимости от силы тока. Сопротивление лампы зависит также и от скорости изменения напряжения dU/dt .

Студентам предлагается выполнить построить вольт-амперную и вольт-температурную характеристики изучаемой лампы накаливания, подавая на нее напряжения от 0,1 до 1 В с шагом в 0,1 В, а далее до 12 В – с шагом 0,5 В. В каждой экспериментальной точке, необходимо произвести не менее пяти измерений, последовательно увеличивая и уменьшая напряжение.

Обработку результатов измерений рекомендуется выполнить, следуя указаниям, изложенным в [1], а для построения графиков использовать профессиональное программное обеспечение.

Защита лабораторной работы, помимо проверки корректности выполнения, предполагает обсуждение следующих вопросов:

1. Объяснить полученные вольт-амперную и вольт-температурную характеристики.
2. Электросопротивления металлов, полупроводников и диэлектриков.
3. Природа носителей тока в металлах, полупроводниках и диэлектриках.
4. Принцип действия лампы накаливания.
5. Зависимость электропроводности металлов, полупроводников и диэлектриков от температуры.
6. Коэффициент полезного действия лампы накаливания, способы и практическая целесообразность его увеличения.
7. Альтернативные современные электроосветительные приборы, область их применения.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Попов К. Е., Успенская Г. И.* Статистическая обработка результатов измерений в лабораторном практикуме // Нижегородский государственный технический университет имени Р. Е. Алексеева. Нижний Новгород, 2015. 16 с.

2. *Белихов А. Б.* Проведение лабораторной работы «изучение вольт-амперной характеристики лампы накаливания» в условиях дистанционного обучения // Актуальные технологии преподавания в высшей школе : материалы научно-методической конференции / отв. ред. Сокова Г. Г., Исакова Л. А. Кострома, 2020. С. 33–36.

УДК 608.1

М. Д. Онегина

Костромской государственный университет

m.onegina@bk.ru

БИОЭТИКА КАК ИНСТРУМЕНТ ФОРМИРОВАНИЯ НРАВСТВЕННОСТИ У СТУДЕНТОВ ВУЗА, ИЗУЧАЮЩИХ БЕЗОПАСНОСТЬ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

Статья посвящена проблемам преподавания межпредметной дисциплины Биоэтика во взаимосвязи с курсом «Безопасность жизнедеятельности» в классическом университете при подготовке педагогических и технических кадров в контексте

формирования у студентов биоэтической культуры безопасного существования и профессиональной деятельности.

***Ключевые слова:** образовательный процесс, высшее профессиональное образование, биоэтика, педагогическое образование, безопасность жизнедеятельности, техническая безопасность, культура безопасного существования, БЭкультура.*

M. D. Onegina
Kostroma State University

BIOETHICS AS A TOOL FOR THE FORMATION OF MORALITY AMONG UNIVERSITY STUDENTS STUDYING LIFE SAFETY

The article is devoted to the problems of teaching the interdisciplinary discipline Bioethics in connection with the course "Life Safety" at a classical university in the training of pedagogical and technical personnel in the context of the formation of students' bioethical culture of safe existence and professional activity.

***Keywords:** educational process, higher professional education, bioethics, pedagogical education, life safety, technical safety, culture of safe existence, beculture.*

Биоэтика, как сфера междисциплинарных исследований, касающаяся нравственного аспекта деятельности человека в медицине и биологии, сегодня становится одним из ведущих аспектов формирования общечеловеческой культуры и персонифицированной культуры специалистов разной биолого-медицинской направленности. Данное направление, сформировавшаяся в середине XX века на стыке философских дисциплин (прежде всего этики), юриспруденции, естественных наук и имеющей в своей основе поведенческие характеристики специалиста (термин Биоэтика происходит от др.-греч. βίος «жизнь» + ἠθική «поведение, поступки»), в основном связанного родом деятельности с медициной, биологией и юриспруденцией, закрепляло основы нравственности по отношению к пациентам, подопытным или клиентам. Некогда принципиально новая научная парадигма изучения человеком окружающего мира, сохранения его в условиях научно-технического прогресса, в том числе сбережения здоровья человека, сегодня уже стала привычной. Современная биоэтика – активно развивающаяся научная отрасль – имеет множество направлений (биоэтика окружающей среды или экологическая биоэтика, медицинская биоэтика, клиническая биоэтика), некоторые из них находятся в стадии формирования. Одним из таких направлений может стать биоэтика безопасности жизнедеятельности человека [1].

Сегодня уже можно говорить о сформировавшейся культуре безопасности жизнедеятельности, как определённого уровня развития человека и общества и характеризующейся значимостью задач обеспечения безопасности жизнедеятельности. Речь идёт о культуре в системе личных и социальных ценностей, распространённости стереотипов безопасного поведения в повседневной жизни. Но в большей части, в условиях опасных и

чрезвычайных ситуаций, степенью защиты от угрозы и опасной во всех сферах жизнедеятельности, в том числе от террористической деятельности во всех видах её проявления.

Любая культура имеет свои духовные ценности и нравственные ориентиры. Конечно, можно говорить, что в основе российского культурного кода уже заложены нравственные основы на базе традиционных религиозных конфессий. Но на базе светского университетского научно-естественного образования должен, на наш взгляд, формироваться обособленный, общечеловеческий подход к нравственным нормам, манифестируемым биоэтикой [10]. Тем более при изучении студентами технологических аспектов БЖ в рамках университетского курса, когда регулярно ставятся акценты на ухудшение техногенной обстановки в России, где всегда виноват пресловутый «человеческий фактор». В курсе БЖ утверждается, что по вине человека, не наделённого нравственной ответственностью, даже небольшие по своим масштабам производственные аварии и стихийные бедствия, могут стать одной цепью событий приводящей к катастрофическим последствиям. Ошибки за ошибкой таких людей, наверняка, будут провоцировать негатив и усиливать сами себя. Как следствие вызывать системные эффекты, не поддающиеся локализации и имеющие огромные прямые и косвенные последствия, проявляющиеся на макроэкономическом уровне. Известно, что подобные чрезвычайные ситуации в той или иной мере оказывают влияние практически на все сферы существования человеческого общества и прежде всего на жизнедеятельность людей, а также и природную среду. К этим вариациям безнравственных решений должны быть готовы будущие специалисты ГО и ЧС. Для этого в университетском курсе БЖ необходимо подкреплять их нравственные устои формированием культуры безопасного поведения, которое они, в свою очередь, будут доносить до своих будущих сотрудников. Таким образом, будет складываться культурный код БЖ.

Наверное, уже есть смысл говорить о формировании у студентов биоэтической культуры (БЭкультуры) в безопасной жизнедеятельности человека. Она должна включать в себя предметные результаты безопасной деятельности людей, а также реализуемые в ходе такой деятельности знания, умения и навыки, уровень интеллектуального, нравственного и этического развития, способы и формы общения [2-3]. БЭкультура безопасности жизнедеятельности человека обязана базисно содержать мировоззренческие идеи, нравственные и этические ценности, интеллектуальный опыт решения проблем безопасности жизнедеятельности, опыт безопасного общения среди людей при совместном выживании, в том числе противостояние идеологии терроризма и экстремизма.

В рамках формирования культуры безопасности жизнедеятельности на персональном, индивидуальном уровне каждого студента должно осуществляться [7]:

- развитие понимания глобального характера негативных перемен на планете, связанных с антропогенной деятельностью;

- привитие ценностей и убеждений в жизненной важности обеспечения безопасности окружающих людей;
- развитие навыков сохранения и сбережения природной среды;
- мотивирование к ведению безопасной деятельности;
- развитие врождённых и формирование жизненно необходимых способностей, обеспечивающих возможность надёжного предупреждения и защиты от внешних и внутренних угроз и опасностей;
- привитие мировоззрения, в котором значимость решения экологических проблем и проблем противодействия терроризму и экстремизму является приоритетом;
- привитие знаний, умений и навыков по обеспечению безопасности во всех сферах жизнедеятельности;
- соблюдение правил безопасного поведения в различных жизненных ситуациях.

В настоящее время приоритетным в системе формирования современного уровня БЭкультуры безопасности жизнедеятельности в студенческой среде следует признать формирование антитеррористического поведения и антиэкстремистского мышления личности путём самовоспитания и самообразования [9].

Под современным уровнем БЭкультуры следует понимать способности личности и общества в условиях современного окружающего мира, придерживаться принятых социальных норм и правил поведения с учётом перспектив их развития. Соблюдение таких норм обеспечивает на доступном уровне защищённость жизненно важных интересов личности, общества и государства от внешних и внутренних угроз, в том числе от террористической деятельности. На наш взгляд этого не достаточно. Необходимо расширять горизонты парадигмы нравственности через биоэтику. Конечно, невозможно задать нравственность извне (не социальную, не психологическую), но возможно вырастить её на уровне инстинктивного поведения при привитии навыков и умений этического отношения к происходящим чрезвычайным ситуациям. Нужно всего лишь учить студентов БЖ через призму педагогики, а не схоластического проявления поведенческих реакций с бюрократическими изысками отчётов по происшествиям [4-6].

Приходится признать, что в целом преподаваемая в ВУЗе биоэтика, в настоящее время, существует и функционирует скорее в качестве непрестанно расширяющегося и усложняющегося поля проблем, имеющих как когнитивное и техническое, так и этическое и ценностное содержание. Исходя из чего, не имеющих простых и однозначных решений. Тем более в качестве научной дисциплины преподаваемой в ВУЗе со строгим и общепринятым концептуальным аппаратом. Мы понимаем, что существует множество версий биоэтики, принципиально отличающихся друг от друга по самым существенным моментам. Да, в этом смысле биоэтика сходна с целым рядом других современных областей знания, для которых интерес к строгому

теоретическому обоснованию и оформлению массива вырабатываемых и используемых в их рамках знаний не является первостепенным. Тем не менее БЭкультура постепенно формируется, как взгляд, как направление, при обосновании морального выбора в конкретных ситуациях. При этом требования, вытекающие из принципов морального выбора и следования инструкции, могут вступать в противоречие друг с другом. Примеры можно извлечь из обычного университетского курса БЖ. Так, принцип уважения ведомственной автократии (сопряжённого с изданием инструкций) требует всё же от неё правдивого информирования людей о ЧС, даже если прогноз ситуации крайне неблагоприятен. Мы допускаем конечно, что сообщение людям такой информации может повлечь для них тяжелейший психологический стресс. Даже подорвать сопротивляемость людей к необратимости создавшихся условий. Возможно, это будет нарушением принципа «не навреди», но и может спасти множество жизней. Моральный выбор между «как надо по инструкции» и «как надо по совести» встаёт очень остро. В подобных случаях приходится идти на нарушение одного из принципов БЖ, а именно принцип антропоцентризма (идентификация опасностей и зон их действия, разработка и применение человека защитных средств, контроль их состояния и т. п.). В этом случае мы наблюдаем, что принципы действенны не в абсолютном смысле, но только на первый взгляд (*prima facie*), когда при отсутствии доказательств, всегда прав оппонент. Да, от них приходится отступать в конкретных ЧС, осознавая, при этом, моральную ущербность такого поступка. Разумеется, отступление от этого принципа оставляет глубокий моральный след. Согласимся с тем, что в таких моментах и присутствует всегда нравственный пресс, не позволяющий ошибиться в жизненно важном решении. Очень важно научить студентов делать правильные шаги, согласуемые с нормами морали и ведомственными инструкциями.

Предметом острых дискуссий, в привитии студентам БЭкультуры, может стать вопрос о том, какая из этических теорий является наиболее приемлемой при поисках ответов на моральные дилеммы, регулярно возникающие в современных биотехнологиях. К примеру, в традиционной медицинской этике неизменно подчёркивается значение индивидуальных моральных качеств врача (этика добродетели). Тогда как этика принципов информированности о ГО и ЧС в известной степени противостоит ей [8].

Следует признать, что трудности при привитии БЭкультуры студентам ВУЗа при изучении курса БЖ весьма объективны и разговор о них должен быть особый. Он важен так и потому, что с этими трудностями, в основном, не нужно будет привычно «бороться». Их необходимо будет знать и быть готовым к неизбежности их решения. А для этого потребуются огромные затраты сил, прежде всего педагога ВУЗа, несущего основы поведенческого приоритета на базе биоэтики при изучении студентами БЖ. Но разве найдётся другое занятие, более важное и достойное для ответственного педагога, при передаче студентам не только знаний и умений, но этики

поведения, при исполнении ими своих будущих профессиональных обязанностей по предотвращению ЧС и привития своим сотрудникам основ БЖ.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Белкина Г. Л., Корсаков С. Н. И. Т. Фролов и становление отечественной биоэтики // Биоэтика и гуманитарная экспертиза: Комплексное изучение человека и виртуалистика. Вып. 3. М.: ИФ РАН, 2009. С. 86–108.*

2. *Биоэтика и биотехнологии: пределы улучшения человека : сборник научных статей к 70-летию Павла Дмитриевича Ткаченко / под ред. Гребенщиковой Е. Г., Юдина Б. Г. М.: Изд-во Моск. гуманит. ун-та, 2017. 240 с.*

3. *Гребенщикова Е. Г. Европейская биоэтика в поисках идентичности // Биоэтика. 2011. Т. 1, № 7. С. 5–7.*

4. *Биоэтика и гуманитарная экспертиза. Вып. 2 / отв. ред. Майленова Ф. Г. М.: ИФ РАН, 2008. 230 с.*

5. *Передовые технологии и биоэтика : сборник тезисов VIII конференции Международного общества клинической биоэтики. М.: Изд-во Моск. гуманит. ун-та, 2011. 44 с.*

6. *Рабочие тетради по биоэтике. Вып. 12. Биоэтическое обеспечение инновационного развития биомедицинских технологий : сборник научных статей / под ред. Тищенко П. Д. М.: Изд-во Моск. гуманит. ун-та, 2011. 106 с.*

7. *Ушаков Е. В. Биоэтика : учебник и практикум. М.: Юрайт, 2017. 306 с.*

8. *Актуальные проблемы биоэтики : сборник обзоров и реф. / РАН. ИНИОН. Центр науч.-информ. исслед. по науке, образованию и технологиям ; отв. ред. Юдин Б. Г. М., 2016. 242 с.*

9. *Юдин Б. Г. Социальная институционализация биоэтики // Биоэтика: проблемы и перспективы. М., 1992.*

10. *Якупов А. М., Кувшинова И. А., Костенок П. И., Денисова В. В. Преподавание учебной дисциплины «Безопасность жизнедеятельности» студентам гуманитарных специальностей вузов: проблема программно-содержательного обеспечения педагогического процесса и пути ее решения // Международный журнал экспериментального образования. 2016. № 2-2. С. 321–328.*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СТАТИСТИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ВЛИЯНИЯ ШЕРОХОВАТОСТИ НА ПЛОТНОСТЬ ТОКА КОРРОЗИИ СТАЛИ 20

В статье рассмотрено применение методов математической статистики для проверки гипотезы по набору экспериментальных данных. В качестве проверяемой гипотезы рассмотрено предположение о зависимости плотности тока коррозии, который определяется методом Тафеля, от шероховатости поверхности для образцов, выполненных из стали 20.

Ключевые слова: статистическое распределение, критерий Пирсона, электрохимическая коррозия.

N. L. Margolina, I. G. Dyakov, V. M. Feklistova

Kostroma State University

The article examines the impact of the school course on mathematical learning at the university. An example of a problem from the theory of improper integrals is given, which can be solved with an essential use of the properties of the periodicity of a function.

Keywords: periodic function, convergence of an improper integral, Riemann integral of a continuous function.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение скорости коррозии различных материалов является важной задачей современного материаловедения. Шероховатость поверхности исследуемого изделия является одной из важных характеристик, однако в литературе мало данных о влиянии этого параметра на коррозионные характеристики. Например, в [1] предлагается лишь шлифовать наждачной бумагой № 0–1, после чего обезжиривать перед исследованиями. В то же время известно, что в ряде процессов поверхностной модификации происходит изменение шероховатости поверхности, что приводит к вопросу об одинаковых условиях исследований. Поэтому целью работы является изучение влияния шероховатости поверхности образцов на плотность тока коррозии использованием поляризационных кривых.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Для изучения использовались образцы из стали 20 состав которых приведен в табл. 1. Образцы предварительно обрабатывались наждачными листами P220 и P400. В качестве коррозионной среды использовался водный раствор NaCl 3 % (масс.). Для получения поляризационных кривых

потенциодинамическим методом применялся потенциостат Р–45Х с модулем измерения электрохимического импеданса FRA–24М, а в качестве рабочей емкости стандартная трехэлектродная ячейка. В качестве электрода сравнения использовался насыщенный хлорсеребряный электрод, а в качестве рабочего электрода – графитовый. Скорость поляризации 1 мВ/с.

Таблица 1

Химический состав материала сталь 20

C	Si	Mn	S	P	Ni	Cr	Cu	As	Fe
0,17 – 0,24	0,17 – 0,37	0,35 – 0,65	до 0,04	до 0,04	до 0,25	до 0,25	до 0,25	до 0,08	~98

РЕЗУЛЬТАТЫ

Плотность тока коррозии определялась с использованием уравнения Таффеля. В ходе измерений были получены данные, приведенные в табл. 2, где x_i – показания плотности тока коррозии в мкА, n_i – частота полученных значений.

Таблица 2

Выборка значений плотности тока коррозии в первой серии

экспериментов

x_i , мкА	2,337	3,403	3,781	4,092	4,709	4,721	4,732	4,756	5,749	6,413	6,414
n_i	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Вторая серия экспериментов проводилась при тех же условиях, но шероховатость поверхности наводилась использованием шлифовальной бумаги Р220. В табл. 2 приведены полученные данные, где y_i – показания плотности тока коррозии в мкА, m_i – частота полученных значений.

Таблица 3

Выборка значений плотности тока коррозии во второй серии экспериментов

y_i , мкА	3,761	4,223	4,312	5,236	5,257	5,671	5,716	7,211	7,413	7,624
m_i	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

ОБСУЖДЕНИЯ

В дальнейшем будем проводить анализ данных с использованием методов математической статистики при уровне значимости гипотезы $\alpha = 0,05$. На заданном уровне значимости, требуется проверить гипотезу о равенстве генеральных средних нормальных совокупностей X и Y по малым независимым выборкам, объёмы которых $n = 11$ и $m = 10$ соответственно. Для этого необходимо использовать критерий Стьюдента для определения различий величин плотности тока коррозии. Предварительно проверить гипотезу о равенстве генеральных дисперсий по критерию Фишера [2]. Так как формулы определения значений критериев Фишера и Стьюдента

справедливы только для нормально распределенных величин, на первом этапе следует проверить гипотезу о нормальности распределения полученных экспериментальных данных, используя критерий Пирсона. Для этого при заданном уровне значимости проверим, согласуется ли гипотеза о нормальном распределении генеральной совокупности X и Y с эмпирическим распределением выборки объёмов $n = 11$ и $m = 10$ соответственно.

Для группировки величины X , оценим число интервалов разбиения, используя формулу Стёрджесса:

$$k_1 \approx 1 + \log_2 n. \quad (1)$$

В рассматриваемом случае при подстановке данных получим, что $k_1 \approx 4,46$, что при округлении до ближайшего целого дает значение 4. По известному значению числа интервалов разбиения можно найти шаг разбиения:

$$h_1 = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{k_1}, \quad (2)$$

что с учетом подстановки данных, приведенных в табл. 2, дает значение $h_1 = 1,01925$. Получившиеся интервалы приведены в таблице, где $[x_i; x_{i+1})$ – значение интервала, n_i – частота.

Таблица 4

Интервалы разбиения данных плотности тока коррозии с учетом их частоты

$[x_i; x_{i+1})$	[2,337; 3,35625)	[3,35625; 4,3755)	[4,3755; 5,39475)	[5,39475; 6,414]
n_i	1	3	4	3

Относительная частота варианта x_i определяется по формуле:

$$v_i = \frac{n_i}{n}. \quad (3)$$

Далее определим высоту i -ого столбца по формуле:

$$h_i = \frac{v_i}{h}. \quad (4)$$

Результаты расчетов приведены в табл. 5.

Зависимость частоты встречаемости значений для интервалов разбиения
плотности токов коррозии

$[x_i; x_{i+1})$	[2,337; 3,35625)	[3,35625; 4,3755)	[4,3755; 5,39475)	[5,39475; 6,414]
n_i	1	3	4	3
v_i	1/11	3/11	4/11	3/11
h_i	1/44	3/44	4/44	3/44

На рис. 1 приведена зависимость частоты встречаемости значений по интервалам экспериментальных данных. Из полученной зависимости следует, что величина плотности тока коррозии для данных, приведенных в табл. 2, имеет нормальное распределение. Функция плотности закона нормального зависит от двух параметров – a_1 и σ_x и определяется выражением:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a_1)^2}{2\sigma_x^2}}. \quad (5)$$

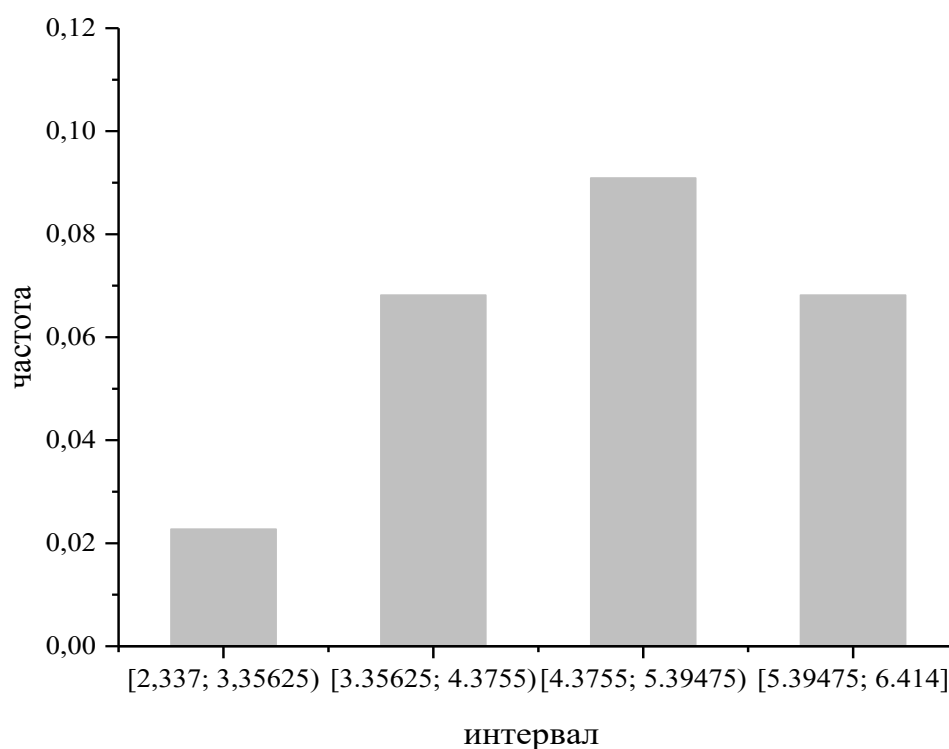


Рис. 1. Гистограмма для значений X по интервалам

Известно, что для нормального закона $M(X) = a_1$, $\sigma(X) = \sigma_x$. Для определения a_1 и σ_x положим, что $a_1 = \bar{x}$ и $\sigma_x = \sigma$. Среднее значение \bar{x} и выборочное среднее квадратичное отклонение σ_x определяются согласно формулам:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^k \frac{x_{i-1} + x_i}{2} \cdot n_i \quad (6)$$

$$\sigma_x^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2. \quad (7)$$

При подстановке в (6) и (7) данных из табл. 2 получим, что $a_1 \approx 4,700$ и $\sigma_x \approx 0,954$. При подстановке всех полученных значений формула плотности функции вероятности имеет вид:

$$f(x) \approx 0,418e^{-\frac{(x-4,700)^2}{1,820}}. \quad (8)$$

Значения плотности функции вероятности на границах интервалов приведены в табл. 6.

Таблица 6

Значения плотности функции вероятности на границах интервалов

x_i	2,337	3,40 3	3,781	4,092	4,709	4,721	4,732	4,756	5,749	6,413	6,414
$f(x_i)$	0,019 4	0,16 59	0,262 8	0,341 2	0,418 0	0,417 9	0,417 7	0,417 2	0,228 3	0,083 3	0,083 2

Формула вычисления теоретической вероятности попадания в интервал нормально распределённой случайной величины X имеет вид:

$$p(x_{i-1} < X < x_i) = \Phi\left(\frac{x_i - a_1}{\sigma_x}\right) - \Phi\left(\frac{x_{i-1} - a_1}{\sigma_x}\right), \quad (9)$$

где $\Phi(x)$ – функция Лапласа. С учетом значений функции $\Phi(x)$, приведенных в [3], вероятности попадания в интервалы приведены в табл. 7.

Таблица 7

Значения теоретической вероятности попадания в интервал нормально распределённой случайной величины X

$[x_i; x_{i+1})$	$\frac{x_i - a}{\sigma_x}$	$\Phi\left(\frac{x_i - a}{\sigma_x}\right)$	p_i	np_i	n_i	$n_i - np_i$	$\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$
2,337	-2,476	-0,4934	–	–	–	–	–
[2,337; 3,35625)	-1,409	-0,4207	0,0727	0,7997	1	0,2003	0,05017
[3,35625; 4,3755)	-0,340	-0,1331	0,2876	3,1636	3	-0,1636	0,00846
[4,3755; 5,39475)	0,728	0,2673	0,4004	4,4044	4	-0,4044	0,03713
[5,39475; 6,414]	1,797	0,4641	0,1968	2,1648	3	0,8352	0,32223

Сумма $\frac{(n_i - np_i)^2}{np_i}$ даст значение критерия Пирсона χ_1^2 , который в первом случае равен $\chi_1^2 = 0,41800$. Для заданной точности $\alpha = 0,05$, критическое значение $\chi_{кр1}^2$ определяется через число степеней свободы $r_1 = 11 - 2 - 1 = 8$ и, согласно табл. 3, находим $\chi_{кр1}^2 = 15,5$. Так как найденное критическое значение больше экспериментального, нет оснований отвергнуть выдвинутую гипотезу о нормальном законе распределения.

Для второй серии измерений Y проводится аналогичная проверка. В начале проверим, что эти случайные величины имеют нормальное распределение. Формула (1) дает количество интервалов разбиения $k_2 \approx 4$, а с учетом этого значения ширина интервала разбиения во втором случае по формуле (2) дает величину $h_2 \approx 0,96575$. Получившиеся интервалы записаны в табл. 8, где $[y_i; y_{i+1})$ – значение интервала, m_i – частота.

Таблица 8

Интервалы разбиения данных плотности тока коррозии с учётом их частоты

$[y_i; y_{i+1})$	[3,761; 4,72675)	[4,72675; 5,6925)	[5,6925; 6,65825)	[6,65825; 7,624]
m_i	3	3	1	3

Для построения гистограммы $h_i(y)$ вычислим относительные частоты варианты y_i и высоты i -ых столбцов, посчитанные по формулам (3) и (4) (табл. 9).

Таблица 9

Зависимость частоты встречаемости значений для интервалов разбиения плотности токов коррозии

$[y_i; y_{i+1})$	[3,761; 4,72675)	[4,72675; 5,6925)	[5,6925; 6,65825)	[6,65825; 7,624]
m_i	3	3	1	3
v_i	3/10	3/10	1/10	3/10
h_i	0,310639	0,310639	0,103546	0,310639

Судя по гистограмме (рис. 2), можно заключить, что величина плотности тока коррозии во втором наборе экспериментальных данных, возможно, имеет нормальное распределение. Среднее значение \bar{y} и выборочное среднее квадратичное отклонение σ_y находятся по формулам (6) и (7) соответственно, тогда $a \approx 5,596$ и $\sigma_y \approx 1,159$, а формула плотности функции вероятности имеет вид:

$$f(x) \approx 0,344e^{-\frac{(y-5,596)^2}{2,269}}. \quad (10)$$

Значения плотности функции вероятности на границах интервалов приведены в табл. 10.

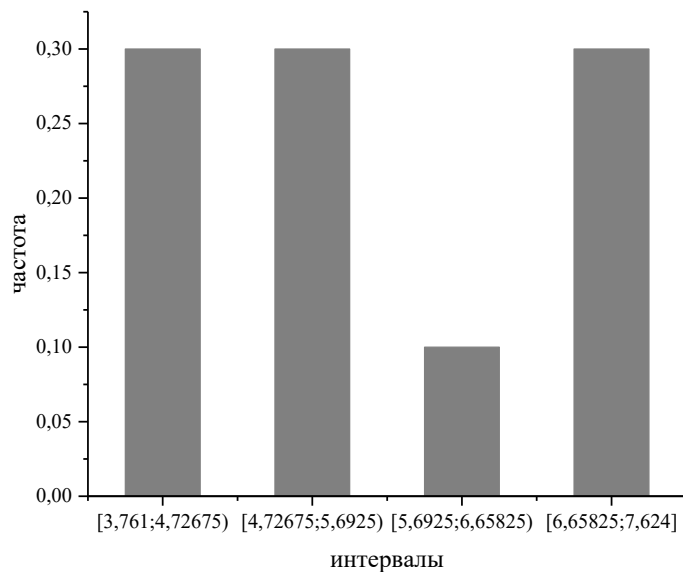


Рис. 2. Гистограмма для второго набора экспериментальных данных

Таблица 10

Значения плотности функции вероятности на границах интервалов.

y_i	3,761	4,223	4,312	5,236	5,257	5,671	5,716	7,211	7,413	7,624
$f(y_i)$	0,0780	0,1499	0,1663	0,3249	0,3270	0,3431	0,3418	0,1090	0,0803	0,0562

В табл. 3 по аналогии с первым набором данных вероятности попадания в интервал приведены в табл. 11.

Для второго рассматриваемого набора экспериментальных данных величина критерия Пирсона равна $\chi_2^2 = 11,78$. Число степеней свободы в этом случае $r_2 = 10 - 2 - 1 = 7$. Тогда критическое значение $\chi_{кр2}^2 = 14,1$. Так как критическое значение больше экспериментального, нет оснований отвергнуть выдвинутую гипотезу о нормальном законе распределения.

Так как обе случайные величины имеют нормальное распределение, применим критерий Стьюдента, который позволит установить, является ли параметр шероховатости статистически значимым. Если при одинаковом количестве экспериментов в разных условиях получаются одинаковые средние значения, тогда следует, что шероховатость образца не влияет на значения плотности тока коррозии, и нет необходимости приводить этот параметр к равным значениям после разных видов обработки.

Значения теоретической вероятности попадания в интервал нормально распределённой случайной величины Y

$[y_{i-1}; y_i)$	$\frac{y_i - a}{\sigma_y}$	$\Phi\left(\frac{y_i - a}{\sigma_y}\right)$	p_i	mp_i	m_i	$m_i - mp_i$	$\frac{(m_i - mp_i)^2}{mp_i}$
3,761	-1,583	-0,4429	–	–	–	–	–
[3,761; 4,72675)	-0,75	-0,2734	0,1495	1,495	3	1,505	1,51507
[4,72675; 5,6925)	0,0833	0,0319	0,3053	3,053	3	-0,053	0,00102719
[5,6925; 6,65825)	0,9119	0,3186	0,2867	2,867	1	-1,867	1,2158
[6,65825; 7,624]	1,1750	0,3810	0,0624	0,624	3	2,376	9,04707692

Для начала необходимо проверить гипотезу о равенстве генеральных дисперсий по критерию Фишера $\bar{x} = 4,700$, $\sigma_x^2 = 0,91008495$ и $\bar{y} = 5,596$, $\sigma_y^2 = 1,34304921$.

Формула исправленного среднего квадратического отклонения имеет вид:

$$\tilde{S} = \sqrt{\frac{n}{n-1}} \sigma^2. \quad (11)$$

Для X и Y соответственно получаются величины $\tilde{S}_x \approx 1,00055$ и $\tilde{S}_y \approx 1,22159$. Наблюдаемое значение критерия Фишера определяется выражением:

$$F_{\text{набл}} = \frac{\tilde{S}_{\text{большее}}}{\tilde{S}_{\text{меньшее}}}, \quad (12)$$

а критическое значение $F_{\text{кр}}$ согласно табл. 3.

Для полученных значений двух выборок величины критериев равны $F_{\text{набл}} \approx 1,220918495$, и $F_{\text{кр}}(0,05; 10-1; 11-1) \approx 3,02$. Так как модуль критического значения по величине больше модуля наблюдаемого, следовательно, гипотеза о равенстве генеральных дисперсий принимается.

Для того чтобы проверить верность гипотезы о влиянии шероховатости, необходимо сравнить значения наблюдаемого параметра T , вычисляемое по формуле, с критическим, которое указывается в табл. 3.

По критерию Стьюдента вычисляется параметр T , и находится критическое значение согласно табл. 3. Выбирается односторонняя область, так как нулевая гипотеза говорит о равенстве генеральных нормальных совокупностей, а конкурирующая гипотеза говорит о превосходстве генеральных нормальных совокупностей.

$$T_{\text{наблюдаемое}} = \frac{\bar{y} - \bar{x}}{\sqrt{\frac{\sigma_y^2}{m} - \frac{\sigma_x^2}{n}}}. \quad (13)$$

Для рассматриваемых наборов данных имеем $T_{\text{набл}} \approx 3,94557$ и $T_{\text{кр}}(0,05; 10+11-2) \approx 1,73$. Следовательно, критическое значение по модулю меньше наблюдаемого, что приводит к выводу о неравенстве генеральных нормальных совокупностей.

ВЫВОД

Методом математической статистики на основе анализа результатов электрохимических исследований установлено, что изменение шероховатости приводит к влиянию на плотность тока коррозии.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Семенова И. В., Флорианович Г. М., Хорошилов А. В. Коррозия и защита от коррозии. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2010. 416 с.
2. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М. : Высшая школа, 2003. 479 с.
3. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М. : Высшая школа, 2001. 400 с.

УДК 378; 51

Н. В. Щеголева¹, Т. Н. Матыцина², Н. Л. Марголина³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹kaf_algeo@ksu.edu.ru, ²t_matycina@ksu.edu.ru, ³nmargolina@mail.ru

ГРЕКО-КИТАЙСКАЯ ТЕОРЕМА ОБ ОСТАТКАХ

Статья посвящена одной из особенностей современной математики, а именно тому факту, что результаты прошлого не теряют своей актуальности и ныне, по меньшей мере, как образцы грамотного доказательства и удобного языка изложения. Примером такого результата является греко-китайская теорема об остатках. В статье приведено доказательство этой теоремы и рассмотрена порожденная ей модульная арифметика.

Ключевые слова: историко-математическая ретроспектива, теория делимости, греко-китайская теорема об остатках, модульная арифметика.

N. V. Shchegoleva, T. N. Matytsina, N. L. Margolina

Kostroma State University

THE GRECO-CHINESE REMAINDER THEOREM

The article is devoted to one of the features of modern mathematics, namely the fact that the results of the past do not lose their relevance even now, at least as examples of competent proof and convenient language of presentation. An example of such a result is the Greco-Chinese remainder theorem. The article provides a proof of this theorem and considers the modular arithmetic generated by it.

Keywords: historical and mathematical retrospective, divisibility theory, Greek-Chinese remainder theorem, modular arithmetic.

Изучение математики сегодня в определенном смысле – изучение истории математики. В самом деле, никто не будет рассказывать студентам разрешение гипотезы Пуанкаре или обсуждать с ними решение уравнения Навье – Стокса, и не потому, что это тайная информация, доступная только узкому кругу посвященных. Нет, заинтересованные вполне могут найти эти труды в свободном доступе. Просто большая часть аудитории не поймет, о чем речь. Математическая «кухня» обладает целым рядом специфических приемов и терминов, которые необходимо изучить прежде, чем переходить к попыткам понимания современных теорем. Как же сформировать навыки такого понимания? Очевидно, на уже изученном материале. Что же касается языка, то математика в том виде, в каком ее преподают в вузе, и есть язык современной математики (и целого ряда других наук). О проблемах преподавания математики в вузе и школе можно прочитать в работах [1–5].

Ярким примером такой историко-математической ретроспективы является изучение делимости, в частности изучение так называемой греко-китайской теоремы об остатках (далее КТО). По существу, эта теорема утверждает, что можно восстановить целое число по множеству его остатков от деления на числа из некоторого набора попарно взаимно простых чисел. Эта теорема в её арифметической формулировке была описана в трактате китайского математика Сунь Цзы «Сунь Цзы Суань Цзин», предположительно датированном третьим веком нашей эры и затем была обобщена Цинь Цзюшао в его книге «Математические рассуждения в 9 главах» датированной 1247 годом, где было приведено точное решение. Существует несколько формулировок данной теоремы.

Наиболее используемая формулировка КТО:

Пусть $m_1, m_2 \dots m_n$ – попарно взаимно простые числа и произвольные целые числа. Тогда существует целое число x_0 , такое что $x_0 \equiv a_1 \pmod{m_1}$, $x_0 \equiv a_2 \pmod{m_2}$, \dots $x_0 \equiv a_n \pmod{m_n}$, и $0 \leq x_0 < m_1 m_2 \dots m_n$.

Целое число y удовлетворяет условию: $y \equiv a_1 \pmod{m_1}$, $y \equiv a_2 \pmod{m_2}$, \dots $y \equiv a_n \pmod{m_n}$, тогда и только тогда, когда $y \equiv x_0 \pmod{m_1 \dots m_n}$.

Доказательство. Обозначим $M = m_1 \cdot m_2 \dots m_n$ и $M_i = \frac{M}{m_i}$, где $i=1, 2, \dots, n$.

Тогда числа m_i, M_i являются взаимно простыми для всех i . Следовательно, существует целое число c_i такое, что $c_i M_i \equiv 1 \pmod{m_i}$, где $i \in 1, 2, \dots, n$.

Положим:

$$a = a_1 c_1 M_1 + a_2 c_2 M_2 + \dots + a_n c_n M_n,$$

Тогда $a \equiv a_1 c_1 M_1 + a_2 c_2 M_2 + \dots + a_n c_n M_n \equiv a_1 c_1 M_1 \equiv a_1 \pmod{m_1}$, поскольку числа $M_2, M_3 \dots M_n$ делятся на m_1 .

Аналогично доказывается, что

$$a \equiv a_2 \pmod{m_2}, a \equiv a_3 \pmod{m_3}, \dots, a \equiv a_n \pmod{m_n}.$$

Пусть X_0 остаток от деления числа a на M . Тогда $0 \leq X_0 < M$ и $x_0 \equiv a \pmod{M}$.

В частности $x_0 \equiv a_1 \pmod{m_1}$, $x_0 \equiv a_2 \pmod{m_2}$, \dots , $x_0 \equiv a_n \pmod{m_n}$ и $0 \leq x_0 < m_1 m_2 \dots m_n$. Далее, пусть целое число y удовлетворяет условию $y \equiv a_1 \pmod{m_1}$, $y \equiv a_2 \pmod{m_2}$, \dots , $y \equiv a_n \pmod{m_n}$.

Тогда $y - x_0 \equiv a_1 - a_1 \equiv 0 \pmod{m_1}$, \dots , $y - x_0 \equiv a_n - a_n \equiv 0 \pmod{m_n}$, то есть число $y - x_0$ делится на каждое из чисел m_1, m_2, \dots, m_n . В силу того, что числа m_1, m_2, \dots, m_n попарно взаимно простые, получаем что $y - x_0$ делится на число m_1, m_2, \dots, m_n . Таким образом, $y - x_0 \equiv 0 \pmod{m_1 m_2 \dots m_n}$. Теорема доказана.

Другим примером обращения к проблемам прошлого может служить задача о разложении целых чисел на множители с помощью модульной арифметики на основе греко-китайской теоремы об остатках

Модульная арифметика, или модульная система получается путем замены каждого целого числа из традиционной арифметической системы остатком, образующимся при делении этого числа на фиксированное, называемое модулем. Например, пусть модуль равен 7, тогда целые значения:

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9,

будут преобразованы в значения:

0 1 2 3 4 5 6 0 1 2

Для обозначения остатка, полученного при делении x на m , обычно используется сокращение $x \pmod{m}$, которое читается как « x по модулю m » или иногда просто « x модуль m ». Так, $9 \pmod{7}$ равно 2, так как остаток от деления 9 на 7 равен 2. Аналогично, $24 \pmod{7}$ равно 3, потому что при делении 24 на 7 получается остаток 3, а $5 \pmod{7}$ равно 5.

Два целых числа, которые при делении на m дают одинаковый остаток, называются эквивалентными по модулю m . Так, 16 и 23 эквивалентны по модулю 7, так как $16 \pmod{7} = 23 \pmod{7}$. Действительно, при делении на 7 и значение 16, и 23 дают остаток 2. Для обозначения того, что значение x эквивалентно y по модулю m часто используется сокращение $x \equiv y \pmod{m}$. Так, $16 \equiv 23 \pmod{7}$.

После преобразования обычных целых значений в модульную систему по модулю от y нас остаются только значения 0, 1, 2, 3, ..., $m - 1$. Мы можем выполнять арифметические операции в пределах ограниченного набора чисел; для этого операция сначала выполняется так же, как в традиционной арифметике, а затем ответ, предположим, x , переводится обратно в ограниченный диапазон путем замены его на значение $x \pmod{m}$. Так, в модульной системе по модулю 7 у нас есть только значения 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6. При сложении $2 + 6$ мы получим значение 1, так как $2 + 6 = 8$, что при делении на 7 дает в остатке 1. Результатом умножения 2×6 будет 5, так как $2 \times 6 = 12$, а при делении на 7 остаток равен 5.

Арифметика в модульной системе — это искаженное отражение арифметики в традиционной системе. Она является отражением в том смысле, что если $x = a \pmod{m}$ и $y = b \pmod{m}$, то $x + y = a + b \pmod{m}$. А искажение означает, что суммы и произведения в двух системах не равны. В частности, произведение двух различных целых чисел в модульной системе может быть равно 1, что ни при каких условиях невозможно в традиционной системе целых чисел. Например, в системе по модулю 7 мы имеем $3 \times 5 = 1$ (так как $3 \times 5 = 15$, а $15 \div 7$ в остатке дает 1).

Два числа, которые при умножении дают 1, называются мультипликативными инверсиями друг друга. В традиционной системе целых чисел у значения 3 нет мультипликативной инверсии. Традиционная мультипликативная инверсия числа 3, которая равна $1/3$ лежит за пределами системы целых чисел. Но в системе целых чисел по модулю 7 у значения 3 есть мультипликативная инверсия, равная (как мы увидели) 5.

Когда же у значения x есть мультипликативная инверсия в системе по модулю m ? Математики говорят, что если x и m — два положительных целых

числа, таких что $x < m$ и x и m взаимно простые (это означает, что единственное целое, на которое без остатка делятся и x , и m , равно 1), то у значения x будет мультипликативная инверсия в модульной системе по модулю m . Например, 6 меньше 13 и у этих двух значений единственный общий делитель равен 1. Поэтому у 6 должна быть мультипликативная инверсия в системе по модулю 13. Действительно, инверсией является число 11, так как $6 \times 11 = 66$, что при делении на 13 дает в остатке 1. Поэтому $6 \times 11 = 1 \pmod{13}$.

Важное преимущество многомодульной числовой системы (в дополнение к её способности обеспечивать точные вычисления) состоит в отсутствии переносов при выполнении операций сложения и умножения. Арифметика замкнута в каждой позиции (арифметические действия выполняются полностью и независимо в разных позициях). Поэтому можно выполнять сложение и умножение длинных целых чисел так же быстро, как и привычных небольших (коротких) целых чисел.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Смирнова А. О., Ширяев К. Е.* Комплексные числа в школьном курсе математики и в перспективной модели ЕГЭ // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 2. С. 60–68.

2. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Обучение учителей математики в условиях введения профессионального стандарта // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2020. Т. 26, № 4. С. 154–160.

3. *Бабенко А. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* Влияние изменений в ЕГЭ по математике на перспективы высшего образования // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2022. Т. 28, № 3. С. 51–60.

4. *Белова И. С., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н., Ширяев К. Е.* О тематических акцентах при преподавании математики студентам технических специальностей // Актуальные технологии преподавания в высшей школе: материалы научно-методической конференции / сост. Жиров А. В.; Костромской государственный университет. Кострома, 2021. С. 10–12.

5. *Лаврентьева Т. А., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н.* Использование исторического материала в школьном курсе математики // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 70–73.

А. М. Груздева¹, А. В. Кулыгина², Д. Д. Волкова³

^{1,2}Костромской государственной университет

³Ярославский государственный педагогический университет

¹alinagruzdeva599@gmail.com, ²kulygina.angelina@yandex.ru, ³dvoikova02@mail.ru

О НЕКОТОРЫХ ИНТЕРВАЛЬНЫХ СВОЙСТВАХ ФУНКЦИИ

В статье рассмотрен вопрос о характере свойств функций. Некоторые свойства имеют характер локальный, некоторые – интервальный. Оказывается, некоторые интервальные свойства функций не обладают свойством аддитивности относительно объединения рассматриваемых множеств. Приведен пример нарушения свойства убывания при объединении интервалов.

Ключевые слова: интервальные свойства, локальные свойства, монотонность, аддитивность относительно объединения интервалов.

A. M. Gruzdeva, A. V. Kulygina, D. D. Volkova

Kostroma State University

Yaroslavl State Pedagogical University

ON SOME INTERVAL PROPERTIES OF THE FUNCTION

The article considers the question of the nature of the properties of functions. Some properties have a local character, some have an interval character. It turns out that some interval properties of functions do not have the additivity property with respect to the union of the considered sets. An example of violation of the decreasing property when combining intervals is given.

Keywords: interval properties, local properties, monotonicity, additivity with respect to the union of intervals.

Среди математических дисциплин, читаемых на первом курсе вуза, математический анализ занимает особое место. Новый язык (формализм Коши), слабая связь со школьным курсом (к знакомым производным, как правило, приступают не ранее середины первого семестра), система строгой обоснованности делают математический анализ сложным и, к сожалению, довольно сухим курсом. (О тонкостях преподавания математического анализа можно прочитать, например, в [1–4]). При этом некоторые акценты, которые стоило бы расставить при проведении лекции, как-то отходят на второй план.

В этой статье речь пойдет о свойствах функций. Кажется, что нового можно придумать при рассмотрении функции одного действительного переменного? И тем не менее, часто в среде студентов наблюдается непонимание характера того или иного свойства функции. Будем говорить о

свойстве в точке (локальном, или точечном характере свойства), если оно присутствует в некоторой точке. Так, непрерывность или дифференцируемость функции являются свойствами локальными (точечными). По самому названию локального экстремума понятен характер этого свойства функции в точке.

Другие свойства при определении требуют фиксации некоторого интервала или отрезка, на котором и рассматривается функция. Такие свойства называются интервальными (имеются некоторые тонкости, связанные с определением на открытых интервалах или замкнутых отрезках, которые в данной статье не рассматриваются). В качестве примеров можно привести интегрируемость по Риману на отрезке, и, конечно, монотонность.

Напомним, что монотонной на интервале (a, b) называется возрастающая или убывающая на этом интервале функция.

Скажем, что функция $f(x)$ возрастает (строго возрастает) на интервале (a, b) , если для любых двух точек $x_1 < x_2$ из интервала (a, b) выполнено неравенство $f(x_1) \leq f(x_2)$ (в случае строгого возрастания $f(x_1) < f(x_2)$). Аналогично, $f(x)$ убывает (строго убывает) на интервале (a, b) если для любых двух точек $x_1 < x_2$ из интервала (a, b) выполнено неравенство $f(x_1) \geq f(x_2)$ (в случае строгого убывания $f(x_1) > f(x_2)$).

Некоторые свойства функций являются аддитивными по объединению рассматриваемых множеств. Естественно, это прежде всего свойства с локальным характером. Например, если функция непрерывна в каждой точке интервала, то она непрерывна и на объединении этих точек, т. е. на всем интервале. Для некоторых интервальных свойств это также справедливо. Так, интеграл Римана аддитивен по отрезку интегрирования (это доказывается в курсе анализа), и, следовательно, интегрируемость как свойство тоже аддитивна.

Утверждение. Свойство монотонности, вообще говоря, не является аддитивным относительно объединения интервалов.

Доказательство.

Примером может служить функция $f(x) = \frac{1}{x}$, рассматриваемая на интервалах $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. На каждом из интервалов функция строго убывает, на объединении же их не является убывающей.

В самом деле, рассматривая две точки из объединения интервалов $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, такие, что, $x_1 < 0 < x_2$ получим, что $f(x_1) < 0 < f(x_2)$. Полученное противоречие доказывает, что свойство убывания не сохранится

на объединении интервалов, и, следовательно, монотонность не является аддитивным свойством.

В заключение хочется сказать несколько слов об одной довольно часто встречающейся ошибке, причем и в студенческих работах, и в школьных тетрадках, и даже в некоторых методических пособиях. Очень часто, при исследовании функции на возрастание-убывание и точки экстремума, встречается запись $f(x) \uparrow\uparrow (a;b) \cup (c;d)$ что, вообще говоря, может быть неверным, как видно из приведенного утверждения. Монотонность функции на объединении интервалов не может быть исследована по привычной схеме с использованием первой производной, поэтому более грамотной и совершенно лишенной риска ошибки будет следующая запись $f(x) \uparrow\uparrow (a;b);(c;d)$ если, конечно, функция возрастает на каждом из приведенных интервалов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Волкова Д. Д., Марголина Н. Л., Смирнов Е. И. О задаче вычисления средних значений теоремы Лагранжа // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 99–102.

2. Ширяев К. Е., Иванцова Я. И., Щеголева Н. В. Об одном аспекте преподавания теории рядов // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 48–51.

3. Ширяев К. Е., Кузьмина Д. Д., Чижова Л. А. Об одном примере из области дифференциального исчисления функции двух переменных // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 57–60.

4. Махина У. Н., Торосян М. В., Ширяев К. Е. Преподавание математического анализа в школе и вузе: четные и нечетные функции // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Мухачева Т. Л. Кострома, 2022. С. 82–85.

К. Е. Ширяев¹, Н. Л. Марголина², Д. Д. Волкова³

^{1,2}Костромской государственной университет

³Ярославский государственный педагогический университет

¹Shiryayev4@yandex.ru, ²nmargolina@mail.ru, ³dvoikova02@mail.ru

О ТЕРМИНЕ БЕЗГРАНИЧНЫЙ И СВЯЗИ ЕГО С НЕОГРАНИЧЕННОСТЬЮ

В статье рассматриваются математические определения терминов «безграничный» и «неограниченный». Несмотря на кажущуюся синонимичность, доказано, что не всякое неограниченное множество является безграничным, но всякое безграничное – неограниченное.

Ключевые слова: ограниченность, неограниченное множество, граница.

K. E. Shiryayev, N. L. Margolina, D. D. Volkova

Kostroma State University

Yaroslavl State Pedagogical University

ABOUT THE TERM LIMITLESS AND ITS CONNECTION WITH LIMITLESSNESS

The article discusses the mathematical definitions of the terms "limitless" and "unlimited". Despite the apparent synonymy, it is proved that not every unlimited set is unlimited, but every unlimited is unlimited.

Keywords: limitedness, unlimited set, boundary.

Большинство из нас, говоря на родном языке, не особенно задумываются о терминологии, применяемой в повседневности. Но математика – наука строгая, с такими определениями, в которых иногда изменение одного знака грозит как минимум непониманием вопроса, а как максимум – логической катастрофой. Поэтому математики очень щепетильно относятся к применяемым ими словам. Так, многие свойства показателей ограниченных систем фундаментальным образом меняются при добавлении к прилагательному частицы «не» (см., например, [1–3]). О математической терминологии и ее важности написано много статей. Причем часто обычный бытовой термин меняет свое значение при рассмотрении его в свете той или иной математической дисциплины (об особенностях некоторых терминов можно прочесть в [4–8]). В любом случае, это повод для небольшого исследования.

В данной статье речь пойдет о термине «безграничный». Из реального контекста это прилагательное во множественном числе относилось к слову «возможности». Смысл был ясен – возможности неограниченные. Однако прямой смысл слова «безграничный» явно сигнализировал, что у возможностей, упоминаемых в контексте, нет границы. И сразу возник вопрос – а с точки зрения математики, являются ли эти термины синонимами. Или, переводя проблему на формальный язык, является ли

неограниченность множества необходимым и достаточным условием того, что граница этого множества не содержит ни одной точки (является пустым множеством)?

Поставив такой вопрос, авторы статьи начали исследования, как всегда, с формальных определений. Для простоты приводим решение проблемы для нормированных пространств.

Определение 1. Множество M называется неограниченным, если для любой конечной положительной константы C найдется элемент множества M с нормой (абсолютной величиной, модулем), превосходящей C .

Определение 2. Границей ∂M множества M называются такие точки пространства, любая окрестность которых имеет непустое пересечение как со множеством M , так и с его дополнением M^* . Иными словами, любая окрестность граничной точки содержит как точки, принадлежащие M , так и не принадлежащие.

Безграничным же назовем множество, граница которого равна множеству пустому, т. е. $\partial M = \emptyset$.

Утверждение 1. Если непустое множество безграничное, то оно неограниченное.

Доказательство.

Заметим прежде всего, что граница множества M также является и границей его дополнения M^* (это следует из симметричности определения). Далее, в случае $\partial M = \emptyset$, все точки множества M являются внутренними, и, следовательно, множество M – открытое. Отсюда следует, что множество M^* – замкнуто, как дополнение открытого. Аналогичные рассуждения для M^* доказывают, что M также является замкнутым. Одновременно и замкнутое, и открытое множество является или всем пространством, или пустым. Второе невозможно из условия утверждения. Значит, множество M совпадает со всем пространством и, следовательно, является неограниченным.

Утверждение 1 доказано.

Утверждение 2. Неограниченное множество не обязательно безграничное, т.е. может обладать непустой границей.

Доказательство.

В качестве примера такого множества можно рассмотреть на плоскости, например, первый замкнутый квадрант

$$Q_1 = \{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0\}.$$

Границей его будет совокупность двух ортогональных лучей $\{(x, y) | x = 0, y \geq 0\}$ и $\{(x, y) | x \geq 0, y = 0\}$. В то же время, Q_1 не является множеством ограниченным, хотя бы потому, что неограниченная граница этого множества (лучи) сама принадлежит множеству.

Утверждение 2 доказано.

Доказанные утверждения полностью проясняют картину употребления терминов «безграничный» и «неограниченный». С точки зрения математиков, Употребление слов «безграничные возможности» в смысле

«неограниченные возможности» абсолютно справедливо, а вот наоборот, употреблять термин «неограниченный» в смысле «без границ», вообще говоря, неправомерно.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Луночкин М. А., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. О формулах показателей неограниченных систем // Осенние математические чтения в Адыгее: материалы IV Международной научной конференции / ред. коллегия Райгородский А. М., Савватеев А. В., Мамий Д. К., Сташ А. Х., Воронов В. А.; Адыгейский государственный университет. Майкоп, 2021. С. 178–179.

2. Ширяев К. Е., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н. Об истории одной задачи об устойчивости в неограниченных системах // Актуальные направления научных исследований XXI века: теория и практика. 2017. Т. 5, № 10(36). С. 579–582.

3. Капаева Е. В., Марголина Н. Л., Ширяев К. Е. Нерешенные задачи о некоторых видах условной устойчивости // Дифференциальные уравнения. 2018. № 6. С. 856.

4. Матыцина Т. Н., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Несколько слов об опасностях привычной терминологии // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XII Всероссийской научно-методической конференции / науч. ред. Белихов А. Б. Кострома, 2018. С. 22–25.

5. Алимуратов А. Е., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Топологическое пространство как структура, допускающая предельный переход // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 128–132.

6. Ширяев К. Е., Алимуратов Р. Г., Троскина А. Е. Метрическое пространство, или как измерить расстояние от Москвы до Кейптауна // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 26–29.

7. Алимуратов Р. Г., Троскина А. Е., Ширяев К. Е. Нормированные пространства: может ли круг быть квадратом // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XIV Всероссийской научно-методической конференции / сост. Жиров А. В. Кострома, 2021. С. 132–135.

8. Стрункина К. Ю., Матыцина Т. Н., Коржевина Е. К. Математическая терминология: инцидентность // Актуальные проблемы преподавания информационных и естественно-научных дисциплин: материалы XI Всероссийской научно-методической конференции / отв. ред. Шляхтина С. М.; Костромской государственный университет. Кострома, 2017. С. 126–131.

Б. Л. Крит¹, М. В. Федотикова², В. М. Медвецкова³

^{1,2,3}Московский авиационный институт (национальный
исследовательский университет)

¹*bkrit@mail.ru*, ²*marie.rommy@yandex.ru*, ³*Medvetskova@gmail.com*

КОНЦЕПТУАЛЬНАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОКИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРИ ПЭО

В статье представлены результаты анализа процессов, происходящих при плазменно-электролитной обработке.

Ключевые слова: *плазменно-электролитная обработка, истинный раствор, коллоидный раствор, мицелла, двойной электрический слой, электрофоретический метод, дзета-потенциал.*

B. L. Krit, M. V. Fedotikova, V. M. Medvetskova

Moscow Aviation Institute (National Research University)

CONCEPTUAL MODEL OF ELECTROKINETIC PROCESSES IN PLASMA-ELECTROLYTE TREATMENT

The article presents the results of the analysis of processes occurring during plasma-electrolyte treatment.

Keywords: *plasma-electrolyte treatment, true solution, colloidal solution, micelle, double electric layer, electrophoretic method, zeta potential.*

В последние годы технологии плазменно-электролитной обработки (ПЭО) получают всё более активное развитие [1], поскольку их применение открывает широкие возможности целенаправленного комплексного повышения характеристик широкого перечня материалов. В основе ПЭО лежит принцип использования непрерывного или импульсных электрических разрядов, которые происходят вдоль всей поверхности объекта обработки, погружённого в электролит (рис. 1). При этом происходит совместное воздействие на обрабатываемую поверхность выделяющейся тепловой энергии, химически активной среды и электрических разрядов (плазмы). В технологиях ПЭО деталь может иметь анодную или катодную поляризацию, при этом на рабочую ванну или противэлектрод подают противоположный потенциал. По мере роста напряжения и/или плотности тока процесса, в окрестностях анода (катода) образуется вначале парогазовая оболочка, а затем – плазменная область, оттесняющая электролит от обрабатываемой поверхности. Все трансформации происходят в системе «объект обработки – плазма – электролит».

Благодаря способности формировать поверхностные слои необходимого состава, ПЭО способна кардинально изменять характеристики исходных подложек. Это очень важно, поскольку известно, что именно

свойства поверхности определяют в основном интегральные свойства материала [1, 2].

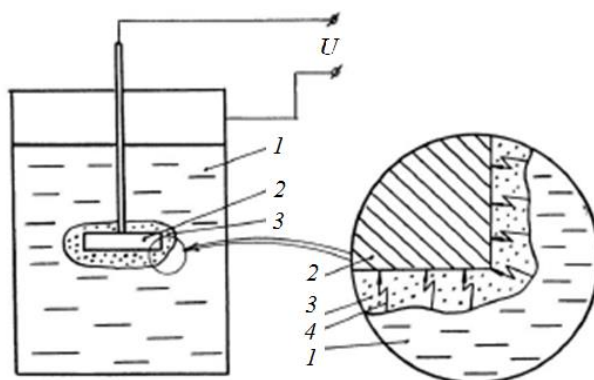


Рис. 1. Принципиальная схема ПЭО: 1 – электролит; 2 – объект обработки; 3 – парогазовая оболочка; 4 – электрические разряды

По мере развития ПЭО появились различные способы её реализации. Среди них можно выделить: электролитную плазмо-химико-термическую обработку (ЭПХТО), плазменное электрохимическое полирование (ПЭП), микродуговое оксидирование (МДО), электрофоретическое осаждение покрытий из электролитов-суспензий (ЭФО), электроискровые технологии эрозионной обработки и легирования (ЭЭО и ЭИЛ). Это далеко не полный список, тем более что постоянно появляется все больше и больше новых методик ПЭО.

Основная группа факторов, определяющая параметры и качество покрытий, связана со средой, в которой происходят процессы ПЭО, то есть – с электролитами [3, 4]. Основными характеристиками электролитов являются их химический состав (включая концентрацию дополнительных нерастворимых компонентов), а также физико-химические свойства (электропроводность, кислотность, вязкость и др.).

Электролитами являются среды, представляющие собой проводники второго рода, т. е. вещества, электропроводность которых обусловлена диссоциацией на положительно и отрицательно заряженные ионы и их подвижностью под влиянием разности потенциалов. Диссоциация обычно происходит в растворах и расплавах, реже – в кристаллических решётках некоторых веществ в твёрдом состоянии при наличии факторов, стимулирующих движение ионов. В электрохимии и ПЭО электролитами чаще всего служат истинные растворы кислот, солей, оснований, а также коллоидные растворы-суспензии.

Истинный раствор – однородная (гомогенная) система, в состав которой входят молекулы (атомы, ионы) двух или более типов, причём доля частиц каждого типа может непрерывно меняться в определённых пределах. От механической смеси раствор отличается однородностью, от химического соединения – непостоянством состава. Состоят из растворителя и растворенного вещества. Растворитель – это компонент, агрегатное состояние которого не изменяется при образовании раствора, а при

одинаковом агрегатном состоянии компонентов находится в избытке. Растворенное вещество обычно меняет своё агрегатное состояние при растворении, его фрагменты диспергируются до состояния молекул или ионов с размером частиц менее 1 нм.

Суспензия – это дисперсная система с жидкой диспергирующей средой и твёрдой, не диссоциирующей диспергированной (дисперсной) фазой, частицы которой достаточно велики (100–1000 нм), чтобы противодействовать броуновскому движению. При размере частиц менее 100 нм образуется коллоидный раствор. Электролиты-суспензии могут характеризоваться как неорганические полимерные структуры, которые за счёт мицеллообразования и дальнейшей коагуляции в процессе эксплуатации в технологическом процессе ПЭО ведут себя как мелкодисперсные системы с динамически меняющимся состоянием дисперсной фазы. Структурной единицей коллоидной системы, отражающей её состав и специфические свойства, является макромолекула, или мицелла. Строение последней зависит от ряда факторов, но это всегда многослойная частица, состоящая из ядра, потенциалопределяющих ионов и ассоциированных противоионов [5]. Основной частью мицеллы является ядро. Оно представляет собой объект, образованный одним или несколькими атомами, ионами и/или молекулами нерастворимого соединения. Ядро может иметь кристаллическое или аморфное строение. Поверхность ядра обладает запасом свободной энергии и зарядом, что позволяет избирательно адсорбировать из окружающей среды за счёт Ван-дер-Ваальсовых и Кулоновских сил частицы, прежде всего, противоионы. (см. рис. 2). Эти ионы являются потенциалопределяющими, а образовавшаяся система образует базис двойного электрического слоя (ДЭС).

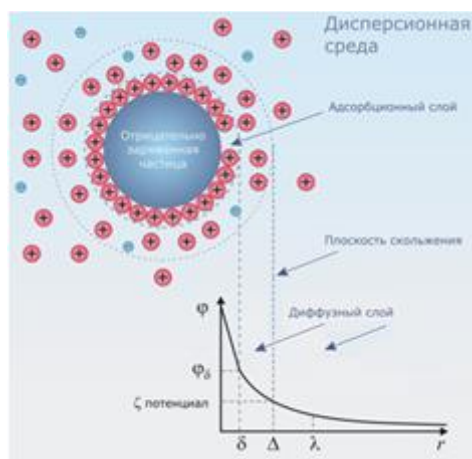


Рис. 2. Строение двойного электрического слоя

В соответствии с эмпирическим правилом Фаянса – Панета – Пескова, на твёрдой поверхности ядра в первую очередь адсорбируются те потенциалопределяющие ионы, которые идентичны природе ядра и изоморфны его кристаллической структуре, а также повышают лиофобность агрегата в целом. Противоионы, находящиеся в непосредственной близости

от ядра, прочно связаны с ним за счёт адсорбционных и электростатических сил, и составляют плотную часть ДЭС (т.н. «адсорбционный слой»). Ядро с противоионами плотной части двойного электрического слоя и представляют собой собственно коллоидную частицу. Знак заряда коллоидной частицы определяется знаком заряда потенциалопределяющих ионов.

Коллоидную частицу также окружают ассоциированные противоионы так называемого «диффузного слоя» – периферийная относительно ядра, более рыхлая часть ДЭС. Для противоионов, принадлежащих диффузному слою, характерно броуновское движение и менее прочная связь с ядром. Толщина диффузного слоя, определяющая габариты мицеллы, зависит от свойств системы и может достигать довольно больших значений.

Образование двойного электрического слоя (ДЭС) на контактной границе раздела двух конденсированных фаз (твёрдой и жидкой) лежит в основе электрокинетических явлений в коллоидных растворах [6]. Совокупность электрокинетических процессов объединяет понятие электрофорез – перемещение частиц дисперсной фазы коллоидных растворов в жидкой или газообразной среде под действием внешнего электрического поля. Электрофоретический метод позволяет, в частности, покрывать небольшими (наноразмерными) частицами поверхность, обеспечивая их глубокое проникновение в углубления и поры электродов. Различают две разновидности электрофореза: катафорез – когда обрабатываемая поверхность имеет отрицательный электрический заряд (то есть подключена к отрицательному контакту источника тока, являясь катодом) и анафорез – когда заряд поверхности положительный. При электрофоретическом движении частицы двойной электрический слой разрывается. Место разрыва при перемещении твёрдой и жидкой фаз друг относительно друга называется плоскостью скольжения (см. рис. 2). Плоскость скольжения лежит на границе между диффузным и адсорбционным слоями, либо в самом диффузном слое вблизи этой границы [7].

Потенциал на плоскости скольжения называют электрокинетическим или дзета-потенциалом (ζ -потенциал). Значение дзета-потенциала непосредственно связано с устойчивостью коллоидных дисперсий. Чем больше электрокинетический потенциал, тем устойчивее коллоид [8].

Для молекул и частиц, которые достаточно малы, высокий дзета-потенциал будет означать стабильность, т. е. раствор или дисперсия будут устойчивы по отношению к агрегации. Когда дзета-потенциал низкий, притяжение превышает отталкивание, и устойчивость дисперсии будет нарушаться. Поэтому коллоиды с высоким дзета-потенциалом являются электрически стабилизированными, в то время как коллоиды с низким дзета-потенциалом склонны коагулировать или флокулировать. Значение дзета-

потенциала равное 30 мВ (положительное или отрицательное) можно рассматривать как характерное значение для условной оценки устойчивости суспензоеидов [9].

Однако адсорбционные процессы существенно уменьшают отрицательность электрокинетического потенциала наночастиц, находящихся на поверхности подложки, и они всё в большей степени проявляют склонность к агломерации [10]. Этим обусловлены процессы кластеризации структуры покрытий, получаемых методами ПЭО.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Эпельфельд А. В., Белкин П. Н., Борисов А. М., Васин В. А., Крит Б. Л., Людин В. Б., Сомов О. В., Сорокин В. А., Суминов И. В., Францкевич В. П.* Современные технологии модификации поверхности материалов и нанесения защитных покрытий : в 3 т. М.; СПб.: Реноме, 2017. Т. 1: Микродуговое оксидирование. 648 с.; Т. 2: Электрохимико-термическая обработка металлов и сплавов. 520 с.; Т. 3: Комбинированные технологии обработки материалов и нанесения защитных покрытий. 400 с.

2. *Крит Б. Л.* Ионно-лучевая модификация материалов // *Очерки по физико-химии и материаловедению.* М.: Интермет инжиниринг, 1998. С. 278–290.

3. *Терлеева О. П.* Микроплазменные электрохимические процессы на алюминии и его сплавах : автореф. дис. ... канд. хим. наук. Новосибирск, 1993. 32 с.

4. *Суминов И. В., Эпельфельд А. В., Людин В. Б., Борисов А. М., Крит Б. Л.* Микродуговое оксидирование (обзор) // *Приборы.* 2001. № 9. С. 13–23; № 10. С. 26–36.

5. *Кудряшева Н. С., Бондарева Л. Г.* Физическая и коллоидная химия. М.: Юрайт, 2023. 379 с.

6. *Фазлутдинов К. К.* Двойной электрический слой: понятие и теории строения // *НПП Электрохимия.* 2019. URL: https://zctc.ru/sections/stroyeniye_dvoynogo_electrichesogo_sloya_des_1 (дата обращения: 10.02.2023).

7. *Дамаскин Б. Б., Петрий О. А.* Введение в электрохимическую кинетику. М.: Высшая школа, 1983. 400 с.

8. *Савицкая Т. А., Котиков Д. А., Шичкова Т. А.* Коллоидная химия: строение двойного электрического слоя, получение и устойчивость дисперсных систем. Минск : БГУ, 2011. 8 с.

9. ГОСТ Р 8.887–2015. Государственная система обеспечения единства измерений. Потенциал электрокинетический (дзета-потенциал) частиц в коллоидных системах. Оптические методы измерения : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 7 августа 2015 г. № 1113-ст : дата введения

2016-06-01 : разработан Федеральным государственным унитарным предприятием «Всероссийский научно-исследовательский институт оптико-физических измерений» (ФГУП «ВНИИОФИ»). М. : Стандартинформ, 2015.

10. Браун О. М., Медведев В. К. Взаимодействие между частицами, адсорбированными на поверхности металлов // Успехи физических наук. 1989. Т. 157, вып. 4. С. 631–666.

УДК 66.087

**Р. Г. Фаррахов¹, В. Р. Аубакирова², Л. И. Зайнуллина³,
Е. В. Парфенов⁴**

^{1,2,3,4}Уфимский университет науки и технологий

¹frg1982@mail.ru, ²veta_mr@mail.ru,

³ZaynullinaLI@yandex.ru, ⁴evparfenov@mail.ru

ВЛИЯНИЕ ПЭО ПОКРЫТИЯ НА КОРРОЗИОННЫЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТИ СПЛАВА Ti-Zr-Nb

В статье рассмотрено влияние состава электролита на защитные характеристики покрытий β -титановых материалов, полученных плазменно-электролитическим оксидированием (ПЭО), на примере сплава Ti-18Zr-15Nb. Результаты исследования показали, что применение метода ПЭО приводит к изменению морфологии поверхности. Наличие высокой пористости на поверхности образцов, большая толщина ПЭО покрытия и меньшее значение среднего размера пор приводит к улучшению коррозионных характеристик образцов, что в дальнейшем позволит достичь лучшей адгезии остеогенных клеток и увеличит площадь соприкосновения при костной интеграции, при этом снизит уровень механического напряжения в около костных пространствах.

Ключевые слова: плазменно-электролитическое оксидирование, Ti-Zr-Nb сплавы, биосовместимые покрытия, коррозионные испытания.

R. G. Farrakhov, V. R. Aubakirova, L. I. Zaynullina, E. V. Parfenov
Ufa University of Science and Technology

EFFECT OF PEO COATING ON CORROSION PROPERTIES OF Ti-Zr-Nb ALLOY SURFACE

The article considers the effect of electrolyte composition on the protective characteristics of coatings of β -titanium materials obtained by plasma electrolytic oxidation (PEO), using the Ti-18Zr-15Nb alloy as an example. The results of the investigation showed that the application of the PEO method leads to a change in the surface morphology. The presence of high porosity on the surface of the samples, a large thickness of the PEO coating and a smaller value of the average pore size lead to an improvement in the corrosion characteristics of the samples, which in the future will achieve better adhesion of osteogenic cells and increase the area of contact during bone integration, while reducing the level of mechanical stress in the near bone spaces.

Keywords: *plasma-electrolytic oxidation, Ti–Zr–Nb alloys, biocompatible coatings, corrosion tests.*

Использование титана и его сплавов для костной фиксации и замещения связано с необходимостью обеспечения механической прочности конструкций, биосовместимости и устойчивости к коррозионному разрушению в среде организма человека. Существенным недостатком медицинских изделий длительного применения, изготовленных из металлических материалов, является значительная разница в модуле упругости материала имплантата и кости (60–100 ГПа) [1]. Это приводит к неправильному распределению нагрузки и неравномерному ремоделированию костной ткани из-за «жесткости» конструкции, резорбции ткани вокруг имплантата и, как следствие, к его расшатыванию. В итоге происходит негативное воздействие в виде воспалений, некроза и требует дополнительного хирургического вмешательства.

Сочетание механической прочности и уникальной биосовместимости определяет перспективы применения β -титановых сплавов, в которых за счет структурно-фазового состава можно управлять модулем упругости. Примером нового конструкционного биоматериала для постоянных костных имплантатов является безникелевый сплав с эффектом памяти формы на основе системы Ti–Zr–Nb, содержащий биосовместимые компоненты и имеющий низкий модуль упругости, близкий к костной ткани (до 30 ГПа) [2]. Из-за уникального сочетания биохимической и биомеханической совместимости этот сплав является довольно перспективным среди новых металлических биоматериалов потенциально применимых для постоянных костных имплантатов.

Для плавного перехода физико-химических свойств материала имплантата к кости человека поверхность медицинского изделия должна быть модифицирована защитным функциональным покрытием. В настоящее время одним из перспективных подходов к формированию коррозионностойкого и биосовместимого покрытия постоянных костных имплантатов из титана и его сплавов является плазменно-электролитическое оксидирование (ПЭО) [3, 4]. Защитные свойства формируемых ПЭО-покрытий определяются составом электролита, поэтому выявление его оптимального состава является важной научно-практической задачей. Целью данной работы является исследование влияния состава электролита на защитные характеристики ПЭО-покрытий β -титановых материалов на примере сплава Ti-18Zr-15Nb.

В качестве материала исследования был использован сплав Ti-18Zr-15Nb, разработанный в Национальном исследовательском технологическом университете «МИСиС». Диски диаметром 9 мм и толщиной 1 мм полировались на шлифовальной бумаге до достижения шероховатости $R_a < 0,1$ мкм, затем подвергались ПЭО в водных растворах электролитов следующих составов: 20 г/л $\text{Na}_3\text{PO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O}$, обозначено как раствор № 1, и 20 г/л $\text{Na}_3\text{PO}_4 \cdot 12\text{H}_2\text{O} + 25$ г/л $\text{Ca}(\text{CH}_3\text{COO})_2$ – раствор № 2. ПЭО в обоих растворах

происходило в импульсном биполярном режиме при стабилизации напряжения и при поддержании постоянной температуры 20 ± 1 °С. Амплитуда положительного импульса составила 430 В, отрицательного – 40 В при частоте 1000 Гц. Коэффициент заполнения положительных и отрицательных импульсов составил 26 %. ПЭО в растворах № 1 и № 2 длилось 5 минут.

Эксперименты проводились на автоматизированной технологической установке мощностью 50 кВт, которая позволяет программно управлять параметрами процесса ПЭО и поддерживать их на заданном уровне с высокой точностью [5]. Система сбора данных автоматизированной установки выполнена на основе платы L-Card L-502 (Россия) и программного обеспечения АСУ ТП на основе LabVIEW академической версии.

После проведения ПЭО измерялась толщина h и средняя шероховатость R_a сформированного покрытия. Неразрушающий метод при помощи вихретокового толщиномера Defelsko Positector 6000 с точностью $\pm 0,1$ мкм был применен для определения толщины покрытий, а также толщина измерялась по поперечным шлифам. Шероховатость ПЭО-покрытий измерялась при помощи профилометра TR-220.

Топография и микроструктура с поверхности покрытия исследовались с помощью растрового электронного микроскопа (РЭМ) JEOL JSM-6490LV. По полученным изображениям оценивалась пористость покрытий P и средний размер пор d с помощью программы ImageJ.

Электрохимические характеристики исследовались с помощью потенциостата-импедансметра Р-5Х (ООО «Элинс», Россия) в растворе Рингера (рН = 7,4) в трехэлектродной ячейке объемом 100 мл с хлоридсеребряным электродом сравнения ($E_0 = 0,222$ В) и графитовым противоз электродом. Измерение электродного потенциала проводилось в течение 2 ч для достижения установившегося значения. Потенциал свободной коррозии и ток коррозии вычислялись по методу Тафеля из поляризационных кривых. Если же тафелевский участок не наблюдался на анодной кривой поляризационной кривой, то i_{corr} определялся как экстраполяция на ось абсцисс точки пересечения касательной к катодной ветви на тафелевском участке и прямой, параллельной оси абсцисс, проведенной из значения ЭДС свободной коррозии E_{corr} . Все испытания проводили по три раза на каждый образец для определения стандартного отклонения.

Изображения и основные характеристики сформированных ПЭО-покрытий в различных растворах представлены на рис. и в табл. 1. Поверхность покрытия, сформированного в растворе № 1 характеризуется равномерным распределением удлиненных пор (рис. 1 а), средний размер пор составляет $d = 3,73 \pm 0,81$ мкм. Толщина сформированного покрытия $h = 9,12 \pm 1,18$ мкм (табл. 1).

Исследования изображений, полученных методом РЭМ, показывают, что состав электролита существенно изменяет морфологию ПЭО-покрытия.

Обработка в растворе № 2 приводит к формированию покрытия имеющего преимущественно круглые поры, средний размер которых составляет $d = 2,49 \pm 0,15$ мкм (рис. б, табл. 1). При этом толщина сформированного покрытия составляет $h = 16,62 \pm 4,04$ мкм (табл. 1).

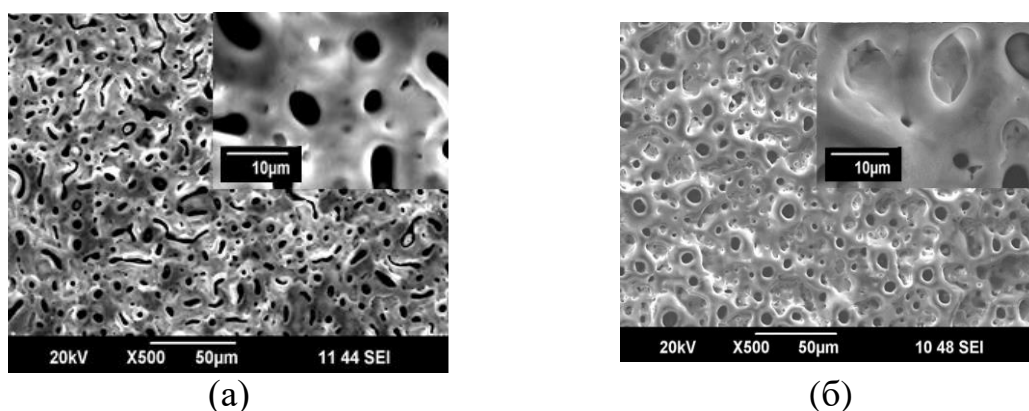


Рис. Изображения ПЭО покрытий, полученных в растворе №1 (а), растворе №2 (б)

Таблица 1

Характеристики ПЭО-покрытий

Раствор	h (мкм)	P (%)	d (мкм)	R_a (мкм)
№1	$9,12 \pm 1,18$	$15,51 \pm 3,49$	$3,73 \pm 0,81$	$0,79 \pm 0,05$
№2	$16,62 \pm 4,04$	$16,18 \pm 4,61$	$2,49 \pm 0,15$	$0,99 \pm 0,05$

Детальный анализ изображений поверхности ПЭО-покрытий показывает, что происходит изменение морфологии поверхности. Наличие пор на поверхности образцов с ПЭО-покрытиями способствует лучшей адгезии остеогенных клеток и адсорбции белков, присоединению волокон биоматериала, а также позволяет увеличить площадь соприкосновения при костной интеграции и снизить уровень механического напряжения в около костных пространствах [6, 7]. Пористость покрытия, сформированного в растворе № 2 выше, чем в растворе № 1 и составляет $P = 16,18 \pm 4,61$ %. Результаты исследования шероховатости поверхности показали, что покрытие, полученное в растворе № 1, имеет более низкую шероховатость по сравнению с ПЭО-покрытием, сформированным в растворе № 2 (табл. 1). Таким образом, повышенная пористость и шероховатость поверхности покрытия, которые существенно влияют на биосовместимость имплантируемых устройств, более предпочтительны с точки зрения приближения модуля упругости образца к живой костной ткани.

В табл. 2 представлены коррозионные параметры образцов без покрытия и с покрытием (раствор № 1 и раствор № 2). Необработанный образец в исходном состоянии обладает наиболее активной поверхностью, т.к. наблюдается минимальное значение из всех величины ЭДС свободной

коррозии (E_{corr}) (табл. 2). При этом образец имеет наибольший ток коррозии (i_{corr}) и меньшее поляризационное сопротивление (R_p) по сравнению с образцами после ПЭО. Обработка ПЭО во всех электролитах пассивирует поверхность покрытий и значительно улучшает коррозионную стойкость образцов (табл. 2).

Таблица 2

Результаты расчета коррозионных параметров

	E_{corr} (В)	i_{corr} (нА/см ²)	R_p (МОм·см ²)
TZN	-0,411±0,12	125,00±11,20	1,02±0,23
раствор № 1	-0,136±0,21	29,1±0,19	1,15±0,57
раствор № 2	-0,088±0,10	12,8±3,42	3,71±0,29

Лучшие коррозионные характеристики имеет образец, обработанный в растворе № 2. Как видно из табл. 2, происходит увеличение ЭДС свободной коррозии E_{corr} , что указывает на снижение потенциальной активности поверхности образца, также уменьшается ток коррозии i_{corr} и увеличивается поляризационное сопротивление R_p .

Таким образом, на коррозионное поведение образцов существенное влияние оказывает морфология ПЭО покрытия. Большая толщина ПЭО покрытия и меньшее значение среднего размера пор приводит к улучшению коррозионных характеристик покрытия образца, сформированного в растворе № 2 в сравнении с покрытием образца, полученного в растворе № 1.

Благодарности

Работа поддержана грантом РФФ № 20-69-47029 «Наноструктурные сверхупругие сплавы Ti–Zr–Nb для костных имплантатов с повышенной биосовместимостью, достигаемой плазменно-электролитическим окислением поверхности». Ссылка на информацию о проекте: <https://rscf.ru/en/project/20-69-47029/>.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Jackson M., Kopac J., Balazic M., Bombac D., Brojan M., Kosel F. Titanium and titanium alloy applications in medicine. In Surgical Tools and Medical Devices // Springer. 2016. P. 475–517.
2. Kim K. M., Al-Zain Y., Yamamoto A., Daher A. H., Mansour A. T., AlAjlouni J. M., Aloweidi A. S., AlAbbadi M. A., Kim H. Y., Miyazaki S. Synthesis and characterization of a Ti-Zr-based alloy with ultralow Young's modulus and excellent biocompatibility // Advanced Engineering Materials. 2022. Vol. 24, № 2. Article number 2100776.
3. Parfenov E. V., Parfenova L. V., Dyakonov G. S., Danilko K. V., Mukaeva V. R., Farrakhov R. G., Lukina E. S., Valiev R. Z. Surface functionalization via PEO coating and RGD peptide for nanostructured titanium

implants and their in vitro assessment // Surface and Coatings Technology. 2019. Vol. 357. P. 669–683.

4. Фаррахов Р. Г., Аубакирова В. Р., Горбатков М. В., Лебедев Ю. А., Парфенов Е. В. Формирование покрытий методом плазменно-электролитического оксидирования на сверхупругом сплаве Ti-18Zr-15Nb в кальцийсодержащих электролитах // Frontier Materials & Technologies. 2022. № 3. С. 56–67.

5. Парфенов Е. В., Фаррахов Р. Г., Мукаева В. Р., Горбатков М. В., Мелемчук И. А., Стоцкий А. Г., Чернейкина Я. В. Автоматизированная технологическая установка для исследования электролитно-плазменных процессов // Вестник УГАТУ. 2016. № 4(74). С. 23–31.

6. Santos-Coquillat A., Martínez-Campos E., Mohedano M., Martínez-Corriá R., Ramos V., Arrabal R., Matykina E. In vitro and in vivo evaluation of PEO-modified titanium for bone implant applications // Surface and Coatings Technology. 2018. Vol. 347. P. 358–368.

7. Yeung W. K., Reilly G. C., Matthews A., Yerokhin A. In vitro biological response of plasma electrolytically oxidized and plasma-sprayed hydroxyapatite coatings on Ti-6Al-4V alloy // Biomed. Mater. Res. B. Appl. Biomater. 2013. Vol. 101(6). P. 939–949.

УДК 66.087

В. Р. Аубакирова¹, Р. Г. Фаррахов², Е. В. Парфенов³

^{1,2,3}Уфимский университет науки и технологии

¹veta_mr@mail.ru, ²frg1982@mail.ru, ³evparfenov@mail.ru

ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА В ЭЛЕКТРОЛИЗЕРЕ НА СВОЙСТВА ПОКРЫТИЙ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ ПЛАЗМЕННО-ЭЛЕКТРОЛИТИЧЕСКОГО ОКСИДИРОВАНИЯ

В статье описаны результаты моделирования распределения плотности тока при плазменном электролитическом оксидировании циркониевого сплава в электролите на основе ацетата кальция. В работе рассмотрены особенности формирования ПЭО-покрытия на внутренних углах изделий. Показано, что плотность тока оказывает значительный эффект на морфологию покрытия и коррозионную стойкость образца.

Ключевые слова: циркониевый сплав, плазменно-электролитическое оксидирование, морфология покрытия, компьютерное моделирование электрического поля.

V. R. Aubakirova, R. G. Farrakhov, E. V. Parfenov

Ufa University of Science and Technology

SOFTWARE SIMULATION FOR PREDICTION OF THE PROPERTIES OF COATINGS PRODUCED BY THE PLASMA-ELECTROLYTIC OXIDATION METHOD

The article describes the results of modeling the current density distribution during plasma electrolytic oxidation of a zirconium alloy in an electrolyte based on calcium acetate. The paper considers the features of the formation of the PEO coating within internal corners. It was shown that the current density has a significant effect on the coating morphology and corrosion resistance.

Keywords: *zirconium alloy, plasma electrolytic oxidation, coating morphology, computer simulation of electric field.*

Работа выполнена при поддержке гранта Российского научного фонда, проект № 20-79-10189, <https://www.rscf.ru/project/20-79-10189/>

Плазменное электролитическое оксидирование (ПЭО) – экологически чистый метод формирования износостойких, коррозионностойких, жаростойких, биосовместимых и декоративных покрытий на алюминии, титане, цирконии и других легких сплавах [1]. ПЭО-покрытия обладают большими перспективами для формирования биосовместимых поверхностей циркониевых имплантатов, благодаря пористой морфологии, имитирующей поверхность кости [2]. Для медицинских имплантатов принципиально важно, чтобы технология обработки поверхности обеспечивала покрытия необходимого качества на изделиях, сложной формы, с резьбовыми соединениями и отверстиями [3]. Эту проблему можно решить, рассмотрев краевую задачу о распределении плотности тока.

Целью данного исследования является изучение свойств ПЭО-покрытия на циркониевом сплаве в зависимости от различных плотностей тока на поверхности внутреннего угла детали. В исследовании использовались математические модели электрического поля. В качестве ключевых свойств оценивали толщину ПЭО-покрытия, морфологию и коррозионную стойкость.

ПЭО-покрытие формировалось на образце, представляющем собой пластину, изогнутую под углом 15 градусов (рис. 1, а). Длина стороны уголка 25 мм, ширина пластины 23 мм, толщина пластины 0,8 мм. Такая форма образца позволила получить на внутренней пластине угла распределение плотности тока от меньшего значения у линии сгиба до большего значения у противоположного края пластины. Таким образом, при различных плотностях тока на различном удалении от точки сгиба проведены оценки толщины, пористости, шероховатости покрытия и получены микрофотографии поверхности.

Опыты проводились в электролизере объемом 10 л при температуре электролита 20 ± 1 °С. Был использован водный раствор электролита: 15 г/л фосфата натрия, 25 г/л ацетата кальция, 1 г/л гидроксида натрия и 1 г/л борной кислоты [4]. Обработка проводилась в импульсном униполярном режиме на автоматизированной установке ПЭО [5]. Частота импульсов составляла 400 Гц, скважность 26 %. Импульсное напряжение в течение 120 с возрастало от нуля до заданного значения 480 В, а затем поддерживалось на этом уровне. Длительность обработки составляла 6 мин. ПЭО-покрытие формировалось на образцах, соединенных в качестве анода в центре емкости с электролитом. Катод представлял собой стальной металлический

охлаждающий змеевик, который располагался вдоль стенок резервуара с электролитом.

Проведено моделирование эксперимента в программе «ELCUT» (TOP, Санкт-Петербург, Россия). Для анализа поля в электролите в процессе ПЭО был выбран тип задачи «Электрическое поле постоянных токов». На рис. 2, б показана сетка конечных элементов и блоки «Катод», «Анод» и «Электролит». Удельная электропроводность электролита измерена кондуктометром в составе прибора АНИОН-4100. К «Катоду» и «Аноду» в качестве граничных значений относились потенциалы 0 и 480 В соответственно. Поскольку покрытие примерно в три раза тоньше образца, для наглядности его смоделировали толщиной 0,2 мм. Удельная электропроводности покрытия была рассчитана на основе соотношения амплитуд импульсов тока и напряжения на осциллограммах с учетом сопротивления электролита и площади образца использовали.

Толщину покрытия измеряли вихретоковым преобразователем DeFelsko Positector 6000 с датчиком N-типа. Шероховатость поверхности образцов измеряли профилометром TR220. Топографию и микроструктуру поверхности изучали с помощью сканирующего электронного микроскопа Hitachi Regulus 8220. Пористость покрытия оценивали с помощью программы ImageJ по микрофотографиям, полученным с помощью сканирующего электронного микроскопа. Электрохимические испытания проводили в растворе Рингера при 37 °С на электрохимической станции Р-5Х (Элинс, Москва, Россия).

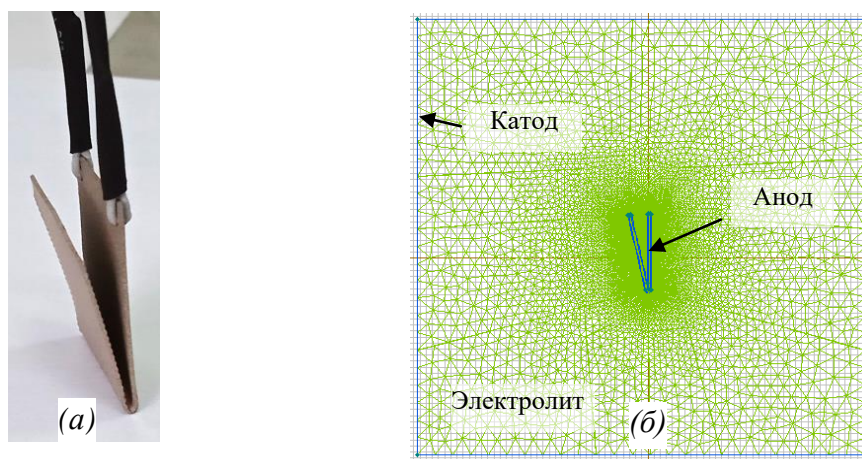


Рис. 1. Фотография образца(а), чертеж электролизера и сетка конечных элементов (б)

Распределение плотности тока у исследуемого образца показано на рис. 2,а. На рис. 2,б показано, как плотность тока j увеличивается с расстоянием L В табл. 1 представлена зависимость толщины покрытия h от плотности тока j . Расстояние L рассчитывается от внутреннего угла, как показано на рисунке (рис. 2,а). Толщина покрытия увеличивается с увеличением плотности тока до $15,03 \pm 0,25$ мкм, но разница в толщинах составляет всего несколько мкм. Это свидетельствует о значительном вкладе

плазмохимических, тепловых процессов в формирование ПЭО-покрытия по сравнению с электрохимическими. Также однородное покрытие при различных плотностях тока свидетельствует о том, что разработанный электролит подходит для обработки деталей сложной формы. Параметры шероховатости покрытия Ra и Rz увеличиваются с увеличением плотности тока.

Анализ микрофотографий поверхности (рис. 3) покрытий показал, что с увеличением плотности тока на поверхности покрытия увеличивается площадь однородных областей на поверхности без пор. Имеются также отдельные крупные поры. Были рассчитаны параметры пористости: S_1 – доля общей площади, занимаемой областями без пор, и S_2 – средняя площадь одной поры из выборки пор более $0,5 \text{ мкм}^2$. S_1 и S_2 увеличиваются с ростом j . Под тепловым действием микроряда образуется область расплава металла, который окисляется и расширяется. Из-за выталкивающих сил газа расплав оксида вытекает на поверхность. Образуется «кратерная» пора на поверхности, средний диаметр которой больше с увеличением мощности разряда. При большей плотности тока, и, соответственно, более мощных и высокотемпературных микроразрядах, расплав растекаясь по поверхности закрывает микронеровности. Результатом данного процесса является образование гладких площадей S_1 , площадь которых сильно коррелирует с S_2 .

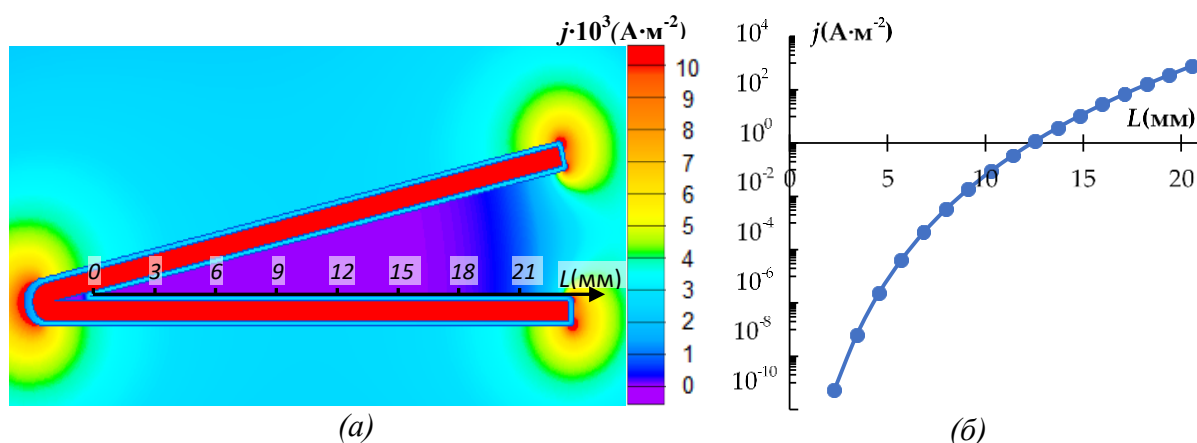


Рис. 2. Распределение плотности тока у исследуемого образца (а), зависимость плотности тока от расстояния L (б)

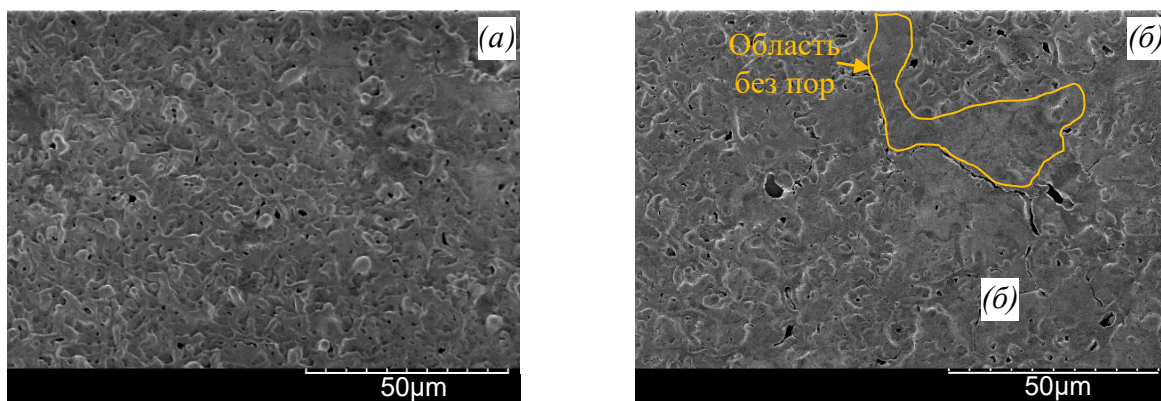


Рис. 3 Микрофотографии поверхности ПЭО покрытия на сплаве Zr-1 %Nb при плотности тока $6,5\cdot 10^{-5} \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$ (а) и плотности тока $918,7 \text{ A}\cdot\text{m}^{-2}$ (б)

Таблица 1

Свойства ПЭО-покрытий при различных плотностях тока

$L(\text{мм})$	$j(\text{А}\cdot\text{м}^{-2})$	$h(\text{мкм})$	$Ra(\text{мкм})$	$Rz(\text{мкм})$	$S_1(\text{мкм}^{-2})$	$S_2(\text{мкм}^{-2})$
1	$1,22\cdot 10^{-11}$	–	$0,64\pm 0,05$	$4,32\pm 0,31$	$3,3\pm 1,4$	$0,91\pm 0,04$
3	$9,4\cdot 10^{-9}$	$13,54\pm 0,23$	$0,69\pm 0,05$	$4,61\pm 0,27$	$4,3\pm 3,5$	$0,94\pm 0,06$
6	$6,5\cdot 10^{-5}$	$12,76\pm 0,30$	$0,71\pm 0,07$	$4,72\pm 0,25$	$5,0\pm 3,9$	$0,99\pm 0,12$
9	$1,35\cdot 10^{-2}$	$12,88\pm 0,45$	$0,73\pm 0,04$	$4,87\pm 0,25$	$7,3\pm 1,9$	$1,23\pm 0,21$
12	0,6	$12,96\pm 0,34$	$0,76\pm 0,05$	$5,23\pm 0,30$	$7,3\pm 4,8$	$1,10\pm 0,26$
15	10,9	$13,40\pm 0,44$	$0,84\pm 0,07$	$5,6\pm 0,28$	$20,7\pm 14,5$	$1,77\pm 0,36$
18	116,3	$14,82\pm 0,51$	$0,99\pm 0,10$	$6,38\pm 0,34$	$20,3\pm 7,9$	$1,53\pm 0,08$
21	918,7	$15,03\pm 0,25$	$1,09\pm 0,11$	$7,10\pm 0,39$	$43,8\pm 4,6$	$2,93\pm 0,90$

На рис. 4 представлены поляризационные кривые образцов после ПЭО при различных плотностях тока (табл. 2). Коррозионные параметры образцов с поверхностной плотностью тока j_1 и j_2 очень близки по своим значениям. При более высокой плотности j_3 образец с ПЭО-покрытием показал меньший ток коррозии $I_{\text{корр}}$ и более высоким сопротивлением поляризации R_p . Появление крупных пор не привело к ухудшению коррозионных свойств. Можно объяснить уменьшение $I_{\text{корр}}$ с увеличением S_1 тем, что из-за запечатывания пор и образования гладких участков на поверхности площадь, подверженная коррозии уменьшается

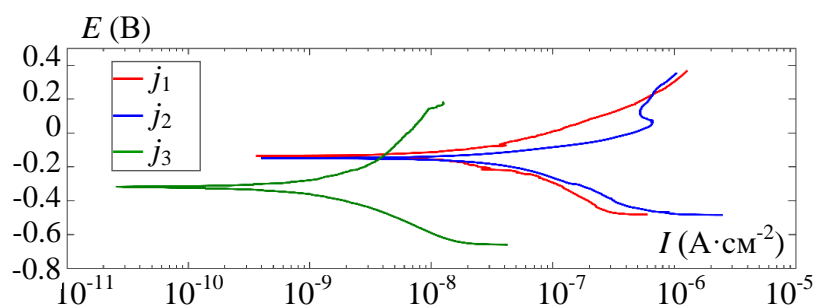


Рис. 4. Поляризационные кривые образцов с ПЭО-покрытиями

Таблица 2

Результаты потенциодинамических коррозионных испытаний в растворе Рингера

№	$j(\text{А}\cdot\text{м}^{-2})$	$E_{\text{корр}}(\text{В})$	$I_{\text{корр}}(\text{А}\cdot\text{см}^{-2})$	$R_p(\text{Ом}\cdot\text{см}^2)$
j_1	$15\pm 0,2$	-0,1344	$2,96\cdot 10^{-8}$	$1,99\cdot 10^6$
j_2	$119\pm 3,1$	-0,1482	$3,26\cdot 10^{-8}$	$9,91\cdot 10^5$
j_3	$535\pm 3,5$	-0,3172	$1,18\cdot 10^{-9}$	$4,97\cdot 10^7$

Исследование электрического поля показало, что в рассматриваемой системе электролитов можно получать качественные покрытия методом ПЭО в широком диапазоне плотностей тока, что важно при обработке деталей сложной формы. Шероховатость покрытия увеличивается с увеличением плотности тока из-за наличия крупных пор. Плотность тока оказывает

существенное влияние на морфологию поверхности. Кроме того, высокая плотность тока приводит к неоднородной поверхности с участками с мелкими порами и бездефектными участками вокруг отслоившихся крупных пор. Образцы, полученные при более высокой плотности тока, показали наибольшую коррозионную стойкость.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Simchen F., Sieber M., Kopp A., Lampke T.* Introduction to plasma electrolytic oxidation-an overview of the process and applications // *Coatings*. 2020. Vol. 10(7), № 628.

2. *Cengiz S., Uzunoglu A., Huang S. M, Stanciu L., Tarakci M., Gencer Y.* An in-vitro study: The effect of surface properties on bioactivity of the oxide layer fabricated on Zr substrate by PEO // *Surfaces and Interfaces*. 2021. Vol. 22, № 100884.

3. *Apelfeld A., Grigoriev S., Krit B., Ludin V., Suminov I., Chudinov D.* Improving the stability of the coating properties for group plasma electrolytic oxidation // *Manufacturing Letters*. 2022. Vol. 33(2–4).

4. *Aubakirova V., Farrakhov R., Astanin V., Parfenov E., Sharipov A., Gorbatkov M.* Plasma Electrolytic Oxidation of Zr-1%Nb Alloy: Effect of Sodium Silicate and Boric Acid Addition to Calcium Acetate-Based Electrolyte // *Materials*. 2022. Vol. 15(6), № 2003.

5. *Mukaeva V. R., Gorbatkov M. V., Farrakhov R. G., Lazarev D. M., Stotskiy A. G., Parfenov E. V.* Advanced plasma electrolysis research equipment with in-situ process diagnostics // *International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS)*. 2020. P. 9278498.

РАСЧЕТ ПРОФИЛЯ ПАРОВАЗОВОЙ ОБОЛОЧКИ В УСЛОВИЯХ ЭЛЕКТРОЛИТНОГО НАГРЕВА

Работа посвящена исследованию пленочного кипения в условиях электролитно-плазменной обработки. Расчет профиля паровой пленки выполнен на основе анализа баланса энергии и массы при ламинарном движении пара вдоль вертикальной цилиндрической поверхности образца. Показано, что толщина расширяющейся вверх пленки ограничена условиями тепло- и массопереноса в системе. Максимальная толщина пленки определяется напряжением в электролизере. Подтверждена гипотеза изменения направления потока тепла из пленки в образец, связанного с неоднородным выделением энергии в оболочке и высокой удельной теплопроводностью металлического образца.

Ключевые слова: теплообмен при пленочном кипении, электролитно-плазменный нагрев, профиль паровой оболочки.

S. Yu. Shadrin

Kostroma State University

THE CALCULATION OF THE VAPOUR GASEOUS ENVELOPE PROFILE IN THE PROCESS OF PLASMA ELECTROLYTIC HEATING

This study focuses on film boiling under plasma electrolytic treatment. Profile calculation of a vapor film is carried out on the base of mass and energy balance analysis at laminar vapor flow along a vertical cylindrical surface of a sample. It has been shown that the thickness of a cone-shaped film is limited by heat- and mass transfer environments in the system. Maximum film thickness is determined by the voltage in the electrolyser. The assumption that heat flux from the film to the sample changes direction has been confirmed, this change being related to a non-homogeneous energy discharge in a film and also high specific heat conductivity in a metal workpiece.

Keywords: heat transfer during film boiling, plasma electrolytic heating, vapor-gas envelope profile.

Пленочное кипение жидкостей сопровождает многие технические системы. По этой причине остаются актуальными исследования закономерностей устойчивости пленочного кипения на полусферических нагревателях [1] или в жидкостях, содержащих наночастицы [2]. Помимо этого существуют процессы, в которых аналог пленочного кипения играет системообразующую роль, например, разнообразные варианты электролитно-плазменной обработки металлов и сплавов. Когда напряжение на электролизере достигает критического значения, вокруг металлического электрода образуется паровая пленка, которая отделяет его от электролита [3]. Паровая пленка возникает в результате локального вскипания электролита вблизи электрода с меньшей площадью поверхности и

становится нагревающим элементом, обладающим наибольшим электрическим сопротивлением [3]. Аналогия с пленочным кипением подтверждается падением тока и резким повышением температуры электрода. При наличии сплошной паровой пленки из-за отсутствия прямого контакта с электролитом металлический анод может быть нагрет до температуры в несколько сотен градусов, что позволяет проводить различную химико-термическую обработку.

В настоящее время установлены некоторые закономерности теплообмена в трехфазной системе электролит – паровая пленка – электрод: определены действующие в паровой пленке тепловые потоки [4], разработаны модели расчета температуры нагрева малых образцов [5], показано влияние удельной теплопроводности нагреваемого металла на характеристики теплообмена [6]. В простейшем случае предполагается, что профиль паровой пленки описывается зависимостью, установленной для пленочного кипения на вертикальной поверхности [3]. Такой подход не учитывает выделение энергии в паровой пленке за счет прохождения электрического тока.

Изучение профиля оболочки, учитывающее выделение энергии в паровой пленке, приведено в [7, 8] и ряде других работ, где рассматривается ламинарное движение пара при наличии внутренних источников тепла. В указанных работах не проведен детальный анализ профиля паровой пленки, возникающей в данных условиях.

Целью данной работы является теоретический анализ профиля паровой пленки, образующейся при электролитно-плазменной обработке вертикально ориентированных образцов.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается сплошная паровая пленка, окружающая цилиндрический образец и расширяющаяся в вертикальном направлении вследствие движения пара под действием архимедовой силы. Так как по имеющимся оценкам толщина оболочки на один–два порядка меньше радиуса образца, ее можно считать плоской и пользоваться декартовой системой координат. Течение пара в оболочке предполагается ламинарным, инерционные силы не учитываются. Скорость пара на границе с деталью принимается равной нулю, механическое взаимодействие между паром и электролитом отсутствует. Температура на границе оболочки с электролитом предполагается равной температуре его насыщения T_s , внутри пленки действуют непрерывно распределенные источники тепла с объемной мощностью q_v , связанные с прохождением электрического тока через систему. Для получения конкретного выражения для q_v будем считать, что прохождение тока описывается законом Ома, а паровая пленка обладает удельным электрическим сопротивлением χ . Учитываются действующие на границах паровой пленки тепловые потоки: q_A – плотность теплового потока из оболочки в анод, q_l – плотность теплового потока из оболочки в

электролит. Все коэффициенты переноса предполагаются постоянными, т. е. рассматривается линейная задача.

На основе методики построения профиля межфазной границы при конденсации пара на вертикальной поверхности [9] расчет профиля паровой пленки проводится по следующему алгоритму:

1. Составляется уравнение баланса массы на границе пленки с электролитом, а также записывается выражение для баланса энергии в паровой пленке.

2. Выражения для баланса энергии и массы преобразуются для бесконечно тонкого горизонтального слоя паровой пленки.

3. Внутри бесконечно тонкого слоя паровой пленки решаются уравнение Навье – Стокса и уравнение теплопроводности со своими допущениями.

4. Подстановка в преобразованные выражения для баланса энергии и массы в выделенном слое распределений температуры и скорости приводит к дифференциальному уравнению относительно толщины паровой пленки.

5. Решение дифференциального уравнения с выбранными начальными условиями дает профиль паровой пленки.

Используя данный алгоритм при постоянном тепловом потоке из паровой пленки в анод, получим для расчета профиля пленки следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\xi}{dZ} = \frac{1-\xi}{C_1\xi^3 - C_2\xi^4}; \quad \xi = \frac{\delta}{\delta_{\max}}; \quad Z = \frac{z}{\delta_{\max}}; \quad \delta_{\max} = \frac{\chi U^2}{q_l + q_A}$$

$$C_1 = \frac{g(\rho' - \rho'')\delta_{\max}^2}{v''(q_A + q_l)} \left(\frac{11}{40} c'' \frac{\chi U^2}{\lambda''} + r \right); \quad C_2 = \frac{g(\rho' - \rho'')\delta_{\max}^3}{v''(q_A + q_l)} \left(\frac{1}{2} \frac{c'' q_A}{\lambda''} \right). \quad (1)$$

Решение уравнения (1) при нулевом начальном условии $\xi(0) = 0$ дает обратную зависимость $Z(\xi)$:

$$Z = C_1 \left(\ln \frac{1}{1-\xi} - \frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^2}{2} - \xi \right) - C_2 \left(\ln \frac{1}{1-\xi} - \frac{\xi^4}{4} - \frac{\xi^3}{3} - \frac{\xi^2}{2} - \xi \right). \quad (2)$$

В случае использования для плотности теплового потока из паровой пленки в анод некоторый функции от вертикальной координаты получим измененное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\xi}{dZ} = \frac{1-\xi - q_A(Z)/q_l \xi}{C_3\xi^3 - C_4q_A(Z)\xi^4},$$

где $\xi = \frac{\delta}{\delta^{**}}; \quad Z = \frac{z}{\delta^{**}}; \quad \delta^{**} = \frac{\chi U^2}{q_l};$

$$C_3 = \frac{g(\rho' - \rho'')\delta^{**2}}{v''q_l} \left(\frac{11}{40} c'' \frac{\chi U^2}{\lambda''} + r \right); \quad C_4 = \frac{g(\rho' - \rho'')\delta^{**3}}{v''q_l} \frac{c''}{2\lambda''}. \quad (3)$$

Для $q_A(Z)$ может быть использовано линейное выражение, представленное в [10], но мы используем квадратичную функцию, полученную методом, также изложенным в [10]. Полученное дифференциальное уравнение может быть решено численно методом Рунге-Кутты с адаптированным шагом. Циклический процесс следует начинать с некоторого малого значения переменной ξ . Численный эксперимент, проведенный в системе Matlab с помощью функции ode45, показывает, что достаточно использовать значение $\xi = 0,001$ при $Z = 0$.

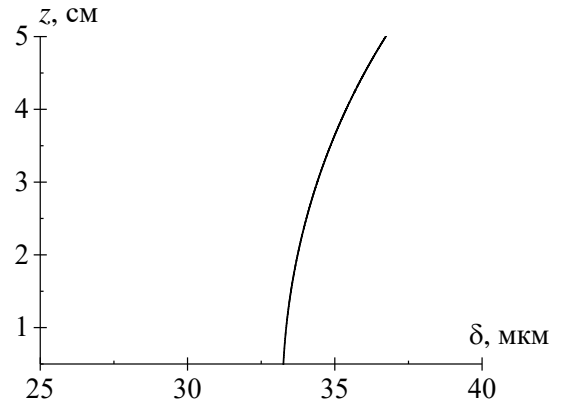
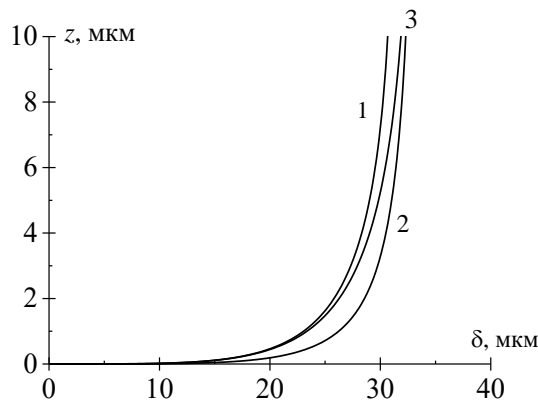


Рис. 1. Профиль ПГО при электролитно-плазменном нагреве, рассчитанный по моделям: 1 – постоянный тепловой поток в анод, 2 – упрощенная модель [8], 3 – плотности теплового потока в анод от тепловой поток в анод зависит от вертикальной координаты

Рис. 2. Профиль ПГО при электролитно-плазменном нагреве, рассчитанный по модели, учитывающей зависимость плотности теплового потока в анод от вертикальной координаты

На рис. 1 и 2 показаны рассчитанные по приведенным выше уравнениям профили паровой пленки, также на рис. 1 приведена зависимость, полученная по методике, изложенной в [8].

На основе анализа представленных графиков можно сделать следующие выводы:

1. В рамках принятых допущений теоретически установлено, что паровая пленка, образующаяся при электролитно-плазменном нагреве вертикального образца, не только расширяется в вертикальном направлении, но и имеет для каждого значения напряжения максимальную толщину.

2. Предлагаемая методика расчета профиля паровой пленки приводит к результатам, качественно согласующимся с наблюдаемыми закономерностями. Повышение напряжения нагрева обеспечивает линейный рост толщины паровой пленки, что соответствует принятому механизму электролитно-плазменной обработки и подтверждается падающими вольт-амперными характеристиками.

3. На основе анализа экспериментальных данных подтверждена гипотеза об изменении направления теплового потока, действующего на

границе анод–паровая пленка. Дополнительный поток тепла приводит к расширению оболочки не более чем на 10 %.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Пузина Ю. Ю. Определение кривизны межфазной поверхности при пленочном кипении недогретой воды на полусферическом нагревателе // Изв. Акад. наук. Энергетика. 2010. № 6. С. 52–58.
2. Avramenko A. A., Shevchuk I. V., Turinov A. I., Blinov D. J. Heat transfer in stable film boiling of a nanofluid over a vertical surface // Int. J. Therm. Sci. 2015. Vol. 92. P. 106–118.
3. Белкин П. Н., Борисов А. М., Васин В. А., Крит Б. Л., Людин В. Б., Сомов О. В., Сорокин В. А., Суминов И. В., Францкевич В. П., Эпельфельд А. В. Современные технологии модификации поверхности материалов и нанесения защитных покрытий. Т. 2. М.; СПб.: Реноме, 2017. 520 с.
4. Жиров А. В., Белкин П. Н., Шадрин С. Ю. Теплообмен в прианодной области при электролитно-плазменном нагреве цилиндрического образца // ИФЖ. 2017. Т. 90, № 4. С. 908–918.
5. Shadrin S. Yu., Belkin P. N. Analysis of models for calculation of temperature of anode plasma electrolytic heating // Int. J. Heat and Mass Trans. 2012. Vol. 55. P. 179–186.
6. Shadrin S. Yu., Zhironov A. V., Belkin P. N. Thermal features of plasma electrolytic heating of titanium // Int. J. Heat and Mass Trans. 2017. Vol. 107. P. 1104–1109.
7. Dyakov I. G., Belkin P. N., Tovarkov A. K. Thickness of vapor gas envelope during anode heating of vertical immersed cylinder // Surf. Eng. Appl. Electrochem. 2002. Vol. 4. P. 44–51.
8. Белкин П. Н., Мухачева Т. Л. Ламинарное движение пленки пара вдоль вертикального цилиндрического анода при его нагреве в водном электролите // Вестник Костромского государственного университета им. Н. А. Некрасова. 2004. № 3. С. 4–6.
9. Nellis G., Klein S. Heat Transfer. New York: Cambridge University Press, 2009.
10. Белкин П. Н., Мухачева Т. Л., Дьяков И. Г. Особенности распределения тепловых потоков в системе анод – парогазовая оболочка при анодном электролитном нагреве // ИФЖ. 2008. Т. 80, № 6. С. 1027–1033.

КВАНТОВО-ХИМИЧЕСКИЕ РАСЧЕТЫ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СПЕКТРОВ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

Проведены квантово-химические расчеты колебательных спектров углеродных нанотрубок различного строения. Для всех трубок интенсивные пики лежат в области частот 560–610 см⁻¹, и их обертоны в области 1100–1210 см⁻¹ и в области 1550–1680 см⁻¹. Эти значения можно рассматривать как характеристические частоты колебаний атомов углерода, находящихся в sp²-гибридизации в углеродных нанотрубках. Понижение симметрии трубки при сворачивании ведет к увеличению числа независимых атомов, участвующих в колебаниях, и уширению пиков.

Ключевые слова: квантово-химические расчеты, колебательные спектры, графен, нанотрубка, индексы хиральности, деформация, характеристическая частота.

Yu. P. Gladyy

Kostroma State University

QUANTUM CHEMICAL CALCULATIONS OF VIBRATIONAL SPECTRA OF CARBON NANOTUBES

Quantum chemical calculations of vibrational spectra of carbon nanotubes of various structures were carried out. For all tubes, the intense peaks are in the frequency range of 560–610 cm⁻¹, and their overtones are in the region of 1100–1210 cm⁻¹ and in the region of 1550–1680 cm⁻¹. These values can be considered as characteristic frequencies of vibrations of carbon atoms in sp² hybridization in carbon nanotubes. A decrease in the symmetry of the tube when folding leads to an increase in the number of independent atoms involved in the oscillations and a broadening of the peaks.

Keywords: quantum-chemical calculations, vibrational spectra, graphene, nanotube, chiral indices, deformation, characteristic frequency.

При взаимодействии электромагнитного излучения с веществом происходит поглощение этого излучения. С квантово-химической точки зрения энергия квантов излучения передается атомам вещества, заставляя их совершать колебательные движения относительно равновесных положений. Эти колебания лежат в инфракрасной области спектра.

Любые сложные колебания можно разложить на ограниченное число простых, так называемых нормальных колебаний, при которых все ядра атомов колеблются с одинаковой частотой и начальной фазой. Если молекула содержит N атомов, то число таких нормальных колебаний будет равно $3N-6$. При наличии в молекуле нескольких одинаковых связей, фрагментов или групп число колебаний будет уменьшаться на величину кратности таких групп.

Появление дискретного колебательного спектра многоатомной молекулы является результатом существования в молекуле определенных уровней энергии. Полный колебательный спектр многоатомной молекулы содержит целый набор линий и полос, частоты и интенсивности которых отражают все особенности ее сложного колебательно-вращательного движения и связаны с переходами между колебательными энергетическими состояниями.

Важным результатом классификации колебаний молекул является то, что определённым связям и определённым группам связей в молекулах различных соединений в колебательных спектрах соответствуют определённые частоты колебаний, по которым может быть установлено их присутствие в молекуле данного вещества.

Для теоретического расчета колебательного спектра молекулы сначала необходимо оптимизировать ее геометрию, то есть определить наиболее устойчивую конформацию, соответствующую минимуму ее полной энергии, и получить распределение электронной плотности в молекуле. Далее проводится вычисление силовых постоянных химических связей, которые определяются второй производной полной энергии молекулы по удлинению этих связей, $(\partial^2 E / \partial q_i^2)$. Вычисление колебательных частот происходит с учетом масс взаимодействующих атомов. Интенсивность этих колебаний характеризуется квадратом производной дипольного момента молекулы по нормальной координате $(\partial \mu / \partial q_i)^2$ при известной форме колебания.

Углеродные нанотрубки образуются путем сворачивания графеновой плоскости в трубку. Их физические свойства будут зависеть от способов сворачивания, которые характеризуются индексами хиральности (m,n). Эти индексы являются координатами радиус-вектора R в заданной на графеновой плоскости косоугольной системе координат, определяющей ориентацию оси трубки относительно графеновой плоскости. Индексы указывают местонахождение того шестиугольника сетки, который в результате свертывания трубки должен совпасть с шестиугольником в начале координат (рис. 1).

Диаметр нанотрубки рассчитывается по диаметру цилиндра, длина окружности которого равна длине вектора R и выражается через индексы хиральности как

$$D = \frac{\sqrt{3}d_0}{\pi} \sqrt{n^2 + m^2 + nm},$$

где $d_0 = 0,142$ нм – расстояние между соседними атомами углерода в графеновой плоскости.

Квантово-химические расчеты углеродных нанотрубок проведены с помощью комплекса программ HyperChem [1]. Возможности комплекса показаны в работе [2]. Оптимизация геометрии проводилась предварительно методом молекулярной механики ММ+, а затем с помощью квантово-химического полуэмпирического метода PM3.

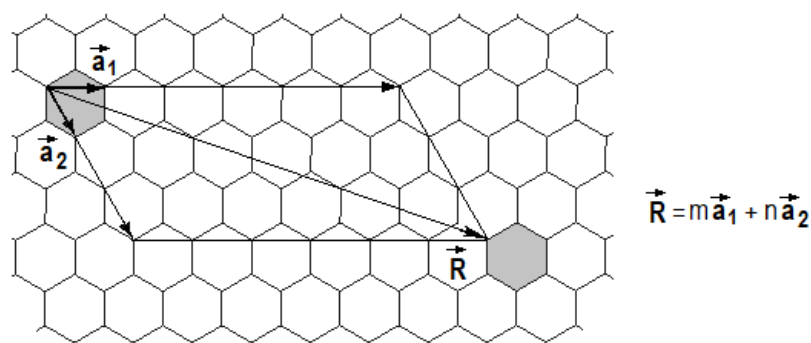


Рис. 1. Индексы сворачивания углеродной нанотрубки

Результаты расчета колебательных спектров углеродных нанотрубок представлены в таблице и на рис. 2. Наблюдаемые колебания одновременно затрагивают все атомы трубки, поскольку невозможно выделить отдельные независимые локальные связи. В каждой колебательной моде участвует различное число атомов со своими деформациями длин связей и углов. Для каждого нормального колебания, соответствующего определенной частоте, с помощью программы анимации можно непосредственно наблюдать движение каждого атома и исследовать форму этого колебания.

Для всех трубок частоты в области $1780\text{--}2180\text{ см}^{-1}$ соответствуют валентным и деформационным колебаниям наименее связанных торцевых атомов трубки.

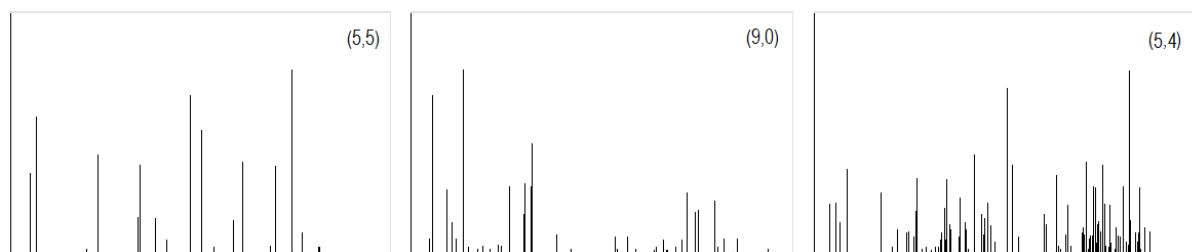


Рис. 2. Колебательные спектры углеродных нанотрубок (5, 5), (9, 0) и (5, 4)

Для трубок с индексами хиральности (5, 5) и диаметром 0,68 нм увеличение длины трубки (0,48, 0,72 и 0,96 нм, содержащими 50, 70 и 90 атомов углерода, соответственно) не приводит к заметному изменению колебательного спектра.

Для трубок (7, 0) и (9, 0) длиной 0,70 нм и диаметром 0,55 и 0,71 нм, соответственно, колебания полностью идентичны. Небольшие отклонения связаны, по-видимому, с различным числом атомов в этих трубках.

Для трубок с разными значениями индексов m и n , например, для трубки (5, 4), при сворачивании появляется небольшая деформация длин связей и углов шестиугольных ячеек графеновой плоскости. В результате симметрия трубки понижается, что приводит к увеличению числа

независимых атомов и увеличению в спектре числа близких частот, то есть, к размытию пиков.

Таблица

Колебательные частоты (см^{-1}) и относительные интенсивности основных пиков углеродных нанотрубок (m, n)

(7, 0)	(9, 0)	(5, 5)	(5, 5)	(5, 4)
56 атомов	72	50	90	72
331 (281)	377 (22)			375 (18)
405 (89)	422 (66)			435 (49)
450 (69)	500 (57)		453 (2)	470 (18)
518 (32)	515 (51)	517 (26)	547 (5)	547 (14)
562 (95)	554 (78)	567 (32)	608 (40)	587 (25)
	669 (19)	680 (49)	697 (20)	685 (25)
		709 (3)	728 (2)	788 (17)
843 (51)	840 (23)	885 (7)	883 (20)	856 (22)
920 (72)			933 (8)	926 (12)
		1015 (74)	1111 (27)	1140 (45)
1062 (42)	1186 (26)	1066 (27)	1177 (35)	1235 (9)
1207 (101)				1255 (15)
1281 (100)	1303 (136)		1305 (4)	1292 (11)
1326 (40)	1339 (88)	1366 (20)	1369 (8)	1334 (27)
1432 (51)	1415 (83)		1456 (19)	1414 (16)
1483 (27)			1469 (9)	1497 (22)
1621 (25)	1638 (225)	1546 (109)	1693 (22)	1665 (21)
1688 (66)	1694 (41)	1559 (15)		
	1715 (78)			
1788 (87)	1785 (191)	1810 (3)		1875 (18)
	1803 (21)	2145 (29)	2034 (30)	2140 (13)
		2172 (11)	2070 (18)	2173 (15)

Все рассчитанные трубки имеют пики большой интенсивности в области частот $560\text{--}610\text{ см}^{-1}$ и их сильные обертоны в области $1100\text{--}1210\text{ см}^{-1}$ и в области $1550\text{--}1680\text{ см}^{-1}$. Эти значения можно рассматривать как характеристические частоты колебаний атомов углерода, находящихся в sp^2 -гибридизации в углеродных нанотрубках.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. HyperChem for Windows. Release 8.0. Hypercube Inc, 2007.
2. Гладий Ю. П. Анализ образования структур из молекул алифатически-ароматических полиэфиров // Технологии и качество. 2019. № 2(43). С. 12–16.

УДК 621.9.015; 620.178.169

И. В. Тамбовский¹, И. Г. Дьяков², Т. Л. Мухачева³, С. А. Силкин⁴,
М. А. Носова⁵, Л. М. Маркина⁶, С. А. Кусманов⁷

^{1,2,3,4,5,6,7}Костромской государственной университет

¹ramstobiliti@gmail.com, ²igdyakov@mail.ru, ³mukhachevatl@mail.ru

⁴longamin@mail.ru, ⁵mari.nosova.04@bk.ru, ⁶markinaluba2@gmail.com

⁷sakusmanov@yandex.ru

КОМБИНИРОВАНИЕ АНОДНЫХ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННЫХ АЗОТИРОВАНИЯ И ПОЛИРОВАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ АУСТЕНИТНОЙ НЕРЖАВЕЮЩЕЙ СТАЛИ

В статье рассмотрено влияние комплексной электролитно-плазменной обработки поверхности аустенитной нержавеющей стали 12X18H10T, в частности, анодного азотирования и последующего полирования, на характеристики и эксплуатационные свойства поверхности. Показаны структурные изменения в поперечном сечении модифицированных образцов, распределение микротвердости в поверхностном слое, трибологическое поведение и результаты испытаний на устойчивость к коррозии.

Ключевые слова: инженерия поверхности; электролитно-плазменное азотирование; анодное полирование; аустенитная нержавеющая сталь; шероховатость поверхности; микротвердость; износостойкость; коррозионная стойкость.

**I. V. Tambovskiy, I. G. Dyakov, T. A. Mukhacheva, S. A. Silkin,
M. A. Nosova, L. M. Markina, S. A. Kusmanov**
Kostroma State University

COMBINATION OF ANODIC ELECTROLYTIC-PLASMA NITRIDING AND POLISHING IN THE TREATMENT OF AUSTENITIC STAINLESS STEEL

The article considers the effect of complex plasma electrolytic surface treatment of austenitic stainless steel 12Cr18Ni10Ti, in particular anodic nitriding and subsequent polishing, on the characteristics and performance properties of the surface. Structural changes in the cross section of the modified samples, microhardness distribution in the surface layer, tribological behavior and corrosion resistance test results are shown.

Keywords: surface engineering; plasma electrolytic nitriding; anodic polishing; austenitic stainless steel; surface roughness; microhardness; wear resistance; corrosion resistance.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-79-10094) Костромскому государственному университету.

ВВЕДЕНИЕ

Аустенитная нержавеющая сталь 12X18Н10Т является одной из самых распространенных нержавеющих сталей, используемых в качестве конструкционного или функционального материала в изделиях, работающих в различных отраслях производства. Существенными недостатками материала являются низкая прочность и твердость, для устранения которых используются технологии поверхностного пластического деформирования [1–3], требующих последующую финишную обработку.

Альтернативой механической обработке поверхности нержавеющей стали является электролитно-плазменная обработка, позволяющая в значительной степени улучшать эксплуатационные свойства металлических изделий [4–6]. Обработка в азотсодержащих электролитах при электролитно-плазменном диффузионном насыщении позволяет формировать в поверхностном слое нержавеющей сталей слой нитридов железа различной кристаллической сингонии [7–9], в зависимости от состава электролита и условий процесса, которыми обеспечиваются повышение износостойкости и коррозионной стойкости материалов.

В тоже время, свою эффективность при обработке сплавов на основе железа или титана, показало комплексное модифицирование поверхности, включающее электролитно-плазменное насыщение и полирование [10, 11]. Однако особенности и эффективность комплексной обработки нержавеющей сталей остаются неизученными, поэтому данная работа посвящена изучению возможности использования технологии электролитно-плазменного азотирования и полирования для повышения твердости, износостойкости и коррозионной стойкости аустенитной нержавеющей стали 12X18Н10Т.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Цилиндрические образцы из аустенитной нержавеющей стали 12X18Н10Т диаметром 11 мм и высотой 15 мм шлифовали наждачной бумагой до шероховатости поверхности $R_a = 0,80 \pm 0,10$ мкм и очищали ацетоном в ультразвуковой ванне. Электролитно-плазменное насыщение (ЭПН) и полирование (ЭПП) проводили с использованием цилиндрического электролизера в условиях продольного обтекания образца электролитом. Образцы подключались к положительному выводу источника питания. Напряжение и ток измерялись вольтметром DP6-DV и амперметром DP6-DA. Температура образцов при ЭПН и ЭПП измерялась термопарой МУ-К2 с мультиметром АРРА109N (точность 3 % в интервале температур 400–1000 °С). Термопара помещалась в отверстие образца на расстоянии 2 мм от торца. В верхней части камеры-катода электролит переливался через край в поддон, откуда затем прокачивался через теплообменник со скоростью потока 2,5 л/мин при ЭПН и 1,0 л/мин при ЭПП, контролируемой ротаметром РМФ-0,16 ЖУЗ с точностью 2,5 %. Температура электролита измерялась термопарой, помещенной на дне электролизера, и поддерживалась при ЭПН равной 25 ± 2 °С, а при ЭПП на уровне 80 ± 2 °С электронагревательным элементом, погруженным в ячейку электролизера.

Анодное электролитно-плазменное азотирование (АЭПА) проводили в водном растворе электролита, содержащем хлорид аммония (5 % масс.) и аммиак (5 % масс.), при температурах 650–850 °С в течение 5 минут, после чего образцы охлаждали в электролите (закалка) от температуры насыщения отключением напряжения. Последующее ЭПП проводили в 5 %-ном растворе сульфата аммония температурой 80 °С в течение 1 минуты при напряжении 300 В. После обработки образцы промывали водой и сушили.

Изучение структуры поверхностного слоя в поперечном сечении образцов после комплексной обработки и травления в растворе концентрированных кислот HCl и HNO₃ с добавлением CuCl₂ в течение 5 с проводилось с использованием оптического металлографического микроскопа Micromed MET с цифровой визуализацией изображений.

Микротвердость поперечных сечений обработанных образцов измеряли на микротвердомере Falcon 503 по Виккерсу при нагрузке 0,1 Н. На каждом образце выполняли 7 отпечатков, и для твердости использовали среднее значение по 5 пунктам, за исключением максимального и минимального значений.

Морфологический анализ поверхности проводился с использованием оптического металлографического микроскопа Micromed MET. Шероховатость поверхности измеряли профилометром TR-200. Изменение массы образцов определяли на электронных аналитических весах CitizonCY224C с точностью ±0,0001 г после промывки образцов дистиллированной водой для удаления следов солей и последующей сушки.

В испытаниях на трение использовалась схема трения «вал-штулка». Контртело изготавливалось из инструментальной легированной стали ХВГ (масс. %: 0,9–1,2 Cr, 1,2–1,6 W, 0,8–1,1 Mn, 0,9–1,05 C) в виде пластины с полукруглой выемкой диаметром 11 мм, охватывающей поверхность образца. Образец крепился на валу, приводимом в движение электродвигателем. Испытания на трение проводились в режиме сухого трения при нагрузке 10 Н. Скорость скольжения образца по контртелу составила 1,555 м/с. Путь трения составлял 1000 м.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

АЭПА в аммиачно-хлоридном электролите при 700 °С в течение 5 минут позволяет в 3 раза повысить микротвердость поверхностного слоя стали до 1160 HV, толщина упрочненного слоя составляет 15–20 мкм, а интенсивность изнашивания поверхности снижается более чем на 2 порядка. Конкурирующие с диффузией процессы высокотемпературного окисления и анодного растворения позволяют уменьшить шероховатость поверхности в 2–4 раза по показателю R_a и в 2,5–4 раза по показателю R_z в зависимости от температуры насыщения.

Последующее ЭПП показало, что наружный оксидный слой удаляется неодинаково эффективно и морфология поверхности образцов в значительной степени зависит от температуры азотирования (рис. 1).

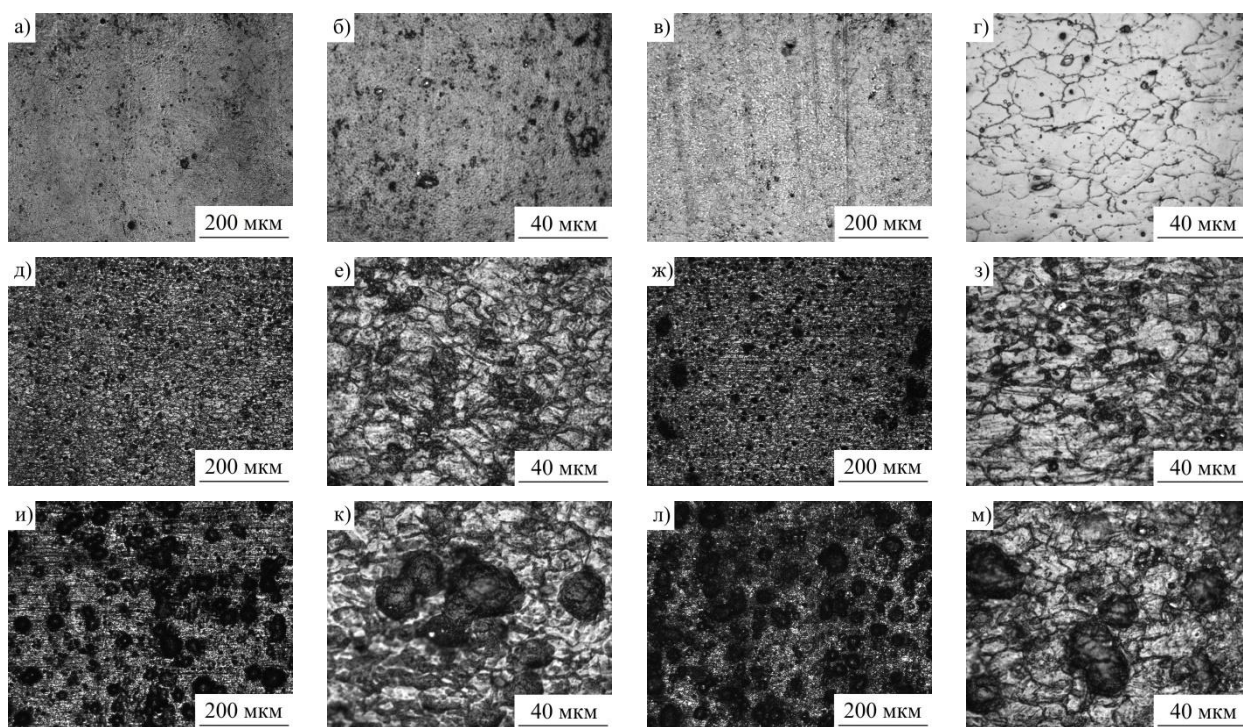


Рис. 1. Морфология поверхности нержавеющей стали 12X18H10T после АЭПА в аммиачно-хлоридном электролите при 750 °С (без ЭПП) и 650–850 °С с последующим ЭПП: а, б – 750 °С (без ЭПП); в, г – 650 °С; д, е – 700 °С; ж, з – 750 °С; и, к – 800 °С; л, м – 850 °С

Результат ЭПП определяется толщиной наружного оксидного слоя, сформированного при диффузионном насыщении в аммиачно-хлоридном электролите, которая практически всегда увеличивается с повышением температуры нагрева (прямая зависимость интенсивности высокотемпературного окисления от температуры процесса). Наиболее эффективно проводить ЭПП в сульфате аммония после азотирования при 650 °С (рис. 1, в, г). В этом случае шероховатость поверхности соответствует значениям шероховатости образцов после азотирования без ЭПП (табл. 1), при этом наблюдается практически полное удаление оксидного слоя и на поверхности появляется металлический блеск. Увеличение температуры азотирования до 700–850 °С и последующее ЭПП приводят к развитию рельефа поверхности и увеличению R_a и R_z шероховатости (табл. 1), что коррелирует с результатами морфологического анализа поверхности (рис. 1, д–м). ЭПП образцов после АЭПА при 650–750 °С незначительно изменяет среднюю R_a шероховатость, в пределах доверительного интервала, а R_z шероховатость в большей степени увеличивается, что указывает на неравномерный сьем наружного оксидного слоя с поверхности при анодном полировании. После ЭПП нержавеющей стали, азотированной при 800 °С R_a шероховатость возрастает существенно, практически в 2 раза, а R_z шероховатость – более чем в 3 раза. Последующее повышение температуры АЭПА до 850 °С и ЭПП приводят к росту шероховатости по параметрам R_a и R_z в 3 и 4,5 раза соответственно.

Таблица 1

Шероховатость поверхности нержавеющей стали 12Х18Н10Т
после АЭПА при различных температурах и последующего ЭПП

АЭПА			АЭПА + ЭПП	
$T, ^\circ\text{C}$	$R_a, \text{мкм}$	$R_z, \text{мкм}$	$R_a, \text{мкм}$	$R_z, \text{мкм}$
650	0,42±0,07	2,17±0,49	0,35±0,07	2,37±0,56
700	0,34±0,07	1,68±0,38	0,45±0,15	2,98±0,98
750	0,32±0,07	1,57±0,23	0,37±0,07	2,46±0,44
800	0,32±0,07	1,50±0,33	0,58±0,12	4,77±1,02
850	0,34±0,08	1,48±0,33	0,99±0,27	7,91±1,74
Необработанная сталь			0,80±0,10	5,50±0,50

АЭПА при температурах 650–850 °С приводит к формированию модифицированного слоя с микротвердостью 800–1150 $HV_{0,01}$, превышающей микротвердость необработанной стали в 3–4 раза. Изучение структурно-фазовых изменений в поверхностном слое азотированной стали с последующим полированием показало, что толщина диффузионной зоны определяется температурой азотирования, с повышением которой увеличивается (рис. 2). Максимальная толщина слоя 21 мкм обнаружена после комплексной обработки, включающей АЭПА при 850 °С и ЭПП. В этом случае в модифицированном слое наблюдается и максимальная микротвердость, более 1000 $HV_{0,01}$, а общая толщина упрочненного слоя составляет около 30 мкм (рис. 3). После АЭПА при 800–850 °С и ЭПП в растворе сульфата аммония наблюдается преимущественное и неравномерное растворение наружного оксидного слоя (рис. 1, ж–к), который, вероятно, защищает подложку от анодного растворения. Данный факт подтверждается результатами изучения структурно-фазовых изменений в поперечном сечении нержавеющей стали после комплексной обработки поверхности (рис. 2). Уменьшение температуры азотирования до 800 °С приводит к снижению толщины диффузионной зоны после ЭПП до 8,5–9 мкм (рис. 2, д), а минимальная толщина слоя до 5 мкм наблюдается после обработки при 650–750 °С (рис. 4, б–г). Небольшая толщина диффузионной зоны после азотирования при низких температурах и последующего ЭПП затрудняет определение микротвердости в модифицированном слое, который не удаляется полностью за 1 минуту полирования, поэтому на рисунке 3 для температур азотирования 650–750 °С показано распределение микротвердости за границей слоя, которая соответствует микротвердости необработанной аустенитной нержавеющей стали в пределах доверительного интервала.

Трибологические испытания образцов из нержавеющей стали после АЭПА при различных температурах и последующего ЭПП показали, что комплексная обработка повышает коэффициент трения и убыль массы при трении образцов (рис. 4). Повышение коэффициента трения и интенсивности изнашивания обусловлено изменением характеристик поверхности при растворении наружного оксидного слоя в результате ЭПП (рис. 1 и табл. 1), а

также изменениями в структуре материала (рис. 2). После азотирования при испытаниях на износ оксидный слой в условиях сухого трения выполняет роль смазки. В тоже время, после ЭПП наружный слой частично растворяется, а оставшийся менее прочно связан с подложкой, что приводит к его разрушению и откалыванию при трении, и в приработке с контртелом участвует непосредственно твердый диффузионный слой. В этом случае интенсивность изнашивания образцов после комплексной обработки в различных условиях увеличивается до 10 раз по сравнению с азотированной нержавеющей сталью, но более чем в 20 раз превышает износостойкость необработанного материала.

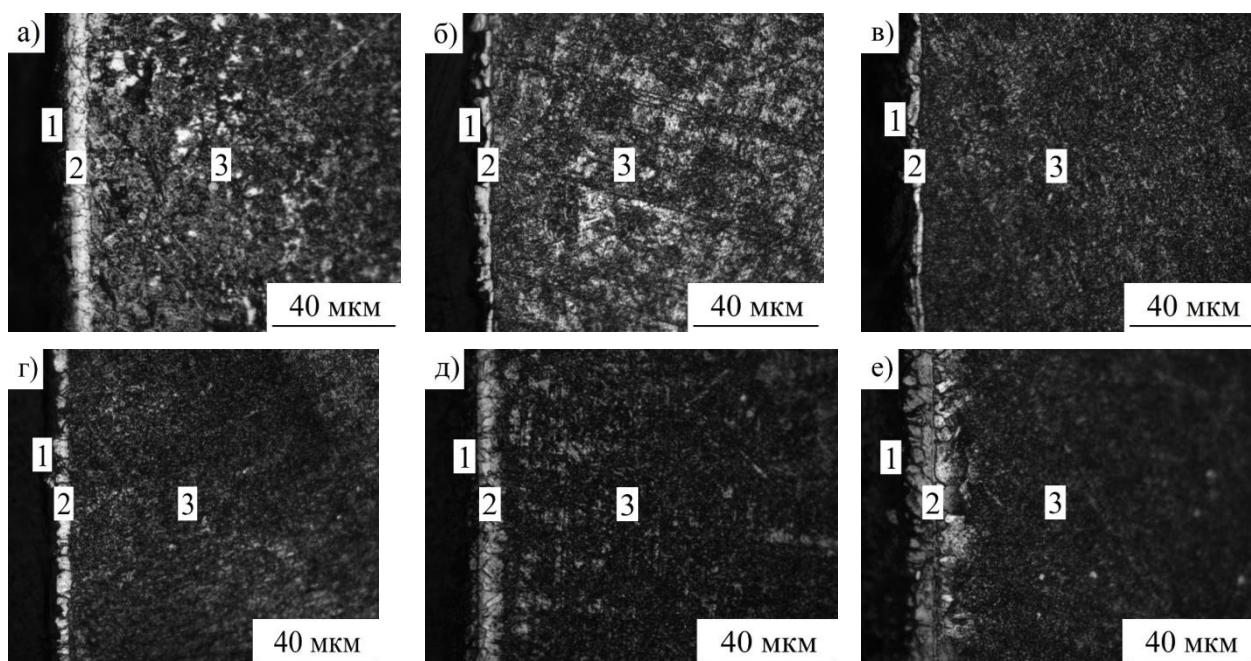


Рис. 2. Поперечное сечение образцов из аустенитной нержавеющей стали 12X18H10T после АЭПА при 750 °С (без ЭПП) и 650–850 °С с последующим ЭПП: а – 750 °С (без ЭПП); б – 650 °С; в – 700 °С; г – 750 °С; д – 800 °С; е – 850 °С

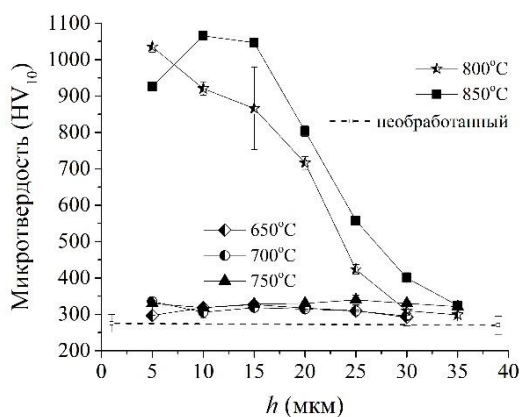


Рис. 3. Распределение микротвердости в поверхностном слое образцов из нержавеющей стали 12X18H10T после АЭПА при различных температурах и последующего ЭПП

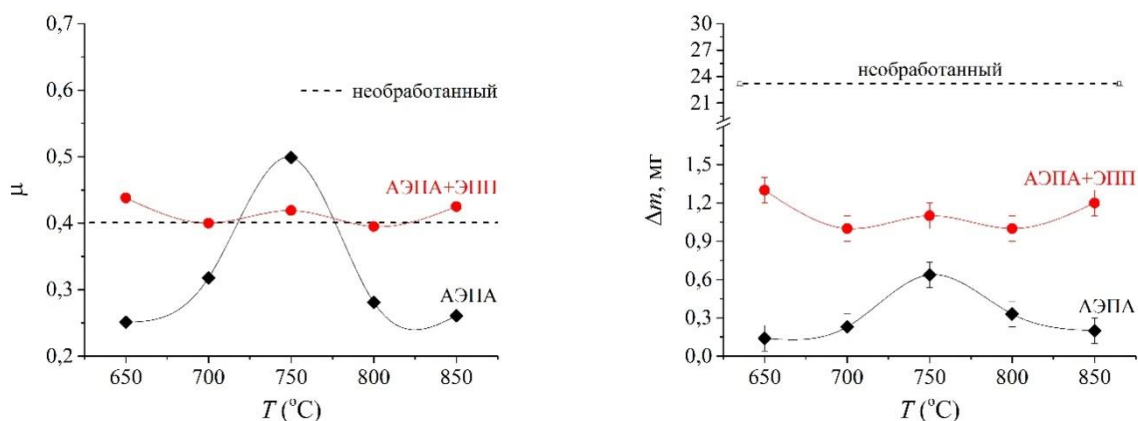


Рис. 4. Коэффициент трения и убыль массы при трении образцов из нержавеющей стали 12X18H10T после азотирования (АЭПА) при различных температурах и последующего полирования (АЭПА+ЭПП)

Коррозионные испытания стали 12X18H10T показали, что формирование пористого оксидного слоя на поверхности способствует увеличению плотности тока коррозии (табл. 2). Возможно достижение токов коррозии, соизмеримых с необработанной сталью, после АЭПА при 800 °С. Вероятно, при этих условиях образуется менее пористое и дефектное оксидное покрытие, вызывающее пассивацию поверхности в коррозионной среде, так как коррозионное разрушение может происходить только диффузионно-насыщенной поверхности под оксидным слоем. Показано, что образование модифицированного слоя позволяет сместить потенциал репассивации в катодную область, что уменьшает вероятность возникновения питтинговой коррозии и быстрой репассивации на обработанной поверхности.

Таблица 2

Значения плотности тока коррозии j , потенциала коррозии E_{corr} и потенциала репассивации E_{rep} после АЭПА при различных температурах и последующего ЭПП

T, °C	АЭПА			АЭПА + ЭПП		
	j , мкА/см ²	E_{rep} , В	E_{corr} , В	j , мкА/см ²	E_{rep} , В	E_{corr} , В
650	6,5	-0,422	-0,321	25,2	-0,468	-0,413
700	3,4	-0,479	-0,371	14,6	-0,511	-0,350
750	5,6	-0,487	-0,393	27,7	-0,440	-0,390
800	1,4	-0,555	-0,423	18,3	-0,498	-0,368
850	3,2	-0,518	-0,427	25,5	-0,515	-0,316
Необработанная сталь				1,5	-0,162	-0,210

ЭПП азотированной поверхности показало повышение плотности тока коррозии на порядок по сравнению с необработанной и азотированной поверхностью (табл. 2). Потенциалы коррозии и репассивации при этом практически не изменяются по сравнению со значениями азотированных

образцов. Вероятно, удаление защитного оксидного слоя отрицательно влияет на коррозионную стойкость, а контактируемый с коррозионной средой модифицированный слой не оказывает такого же защитного действия, как материал основы.

ВЫВОДЫ

1. Морфология поверхности нержавеющей стали 12Х18Н10Т после ЭПП определяется толщиной и структурой наружного оксидного слоя, сформированного при высокотемпературном окислении в процессе АЭПА. Средняя шероховатость поверхности R_a после азотирования при 650–750 °С и полирования практически не изменяется, а параметр R_z несколько увеличивается и указывает на неравномерный сьем наружного оксидного слоя. Неравномерный сьем наружного слоя при ЭПП прогрессирует с увеличением температуры азотирования до 800–850 °С и R_a возрастает практически в 2–3 раза, а R_z – более чем в 3–4,5 раза.

2. Наружный оксидный слой защищает от анодного растворения подложку. Толщина диффузионного слоя не уменьшается после анодного полирования у образцов, азотированных при 850 °С и составляет 21 мкм, а его максимальная микротвердость превышает 1000 НВ, что в 3,5 раза превышает микротвердость необработанного материала. Уменьшение температуры азотирования до 800 °С приводит к снижению толщины диффузионной зоны после полирования до 8,5–9 мкм, а минимальная толщина слоя до 5 мкм наблюдается после обработки при 650–750 °С.

3. Коэффициент трения и убыль массы при трении образцов после комплексной обработки повышаются, что обусловлено изменением характеристик поверхности и изменениями в структуре материала. После комплексной обработки в различных условиях коэффициент трения увеличивается в 1,6–1,7 раз, а интенсивность изнашивания до 10 раз по сравнению с азотированной нержавеющей сталью, но более чем в 20 раз превышает износостойкость необработанного материала.

4. Образование модифицированного слоя при АЭПА позволяет сместить потенциал репассивации в катодную область, что уменьшает вероятность возникновения питтинговой коррозии и быстрой репассивации на обработанной поверхности. Сохранение коррозионного сопротивления, соответствующего необработанной нержавеющей стали, возможно после АЭПА при 800 °С.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Sun Y.* Sliding wear behavior of surface mechanical attrition treated AISI 304 stainless steel // *Tribology International*. 2013. Vol. 57. P. 67.
2. *Lee H., Kim D., Jung J., Young P., Keesam S.* Influence of peening on corrosion properties of AISI 304 stainless steel // *Corrosion Science*. 2009. Vol. 51, № 12. P. 2826.
3. *Hajian M., Abdollah-zadeh A., Rezaei-Nejad S. S., Assadi H., Hadavi S. M. M., Chung K., Shokouhimehr M.* Improvement in cavitation erosion resistance of AISI 316L stainless steel by friction stir processing // *Applied Surface Science*. 2014. Vol. 308. P. 184.
4. *Kusmanov S. A., Dyakov I. G., Belkin P. N., Gracheva L. A., Belkin V. S.* Plasma electrolytic modification of the VT1-0 titanium alloy surface // *Journal Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2015. Vol. 9. P. 98.
5. *Belkin P. N., Borisov A. M., Kusmanov S. A.* Plasma Electrolytic Saturation of Titanium and Its Alloys with Light Elements // *Journal Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2016. Vol. 10. P. 516.
6. *Belkin P. N., Kusmanov S. A.* Plasma electrolytic nitriding of steels // *Journal Surface Investigation. X-ray, Synchrotron and Neutron Techniques*. 2017. Vol. 11. P. 767.
7. *Skakov M. K., Kurbanbekov Sh. R.* Investigation of the corrosion resistance and phase composition of the surface layers of 12Kh18N10T steel after plasma nitrocarburizing and nitriding // *Bull. Kazakhstan National Technical University*. 2013. № 4.
8. *Kumruoglu L. C., Ozel A.* Plasma electrolytic saturation of 316L stainless steel in an aqueous electrolyte containing urea and ammonium nitrate // *Materials and Technologies*. 2013. Vol. 47, № 3. P. 307.
9. *Roy A., Tewari R. K., Sharma R. C., Sherhar R.* Feasibility study of aqueous electrolyte plasma nitriding // *Surface Engineering*. 2007. Vol. 23, № 4. P. 243.
10. *Kusmanov S., Tambovskiy I., Silkin S., Nikiforov R., Belov R.* Increasing the Hardness and Corrosion Resistance of the Surface of CP-Ti by Plasma Electrolytic Nitrocarburising and Polishing // *Materials*. 2023. Vol. 16. P. 1102.
11. *Apelfeld A., Borisov A., Dyakov I., Grigoriev S., Krit B., Kusmanov S., Silkin S., Suminov I., Tambovskiy I.* Enhancement of Medium-Carbon Steel Corrosion and Wear Resistance by Plasma Electrolytic Nitriding and Polishing // *Metals*. 2021. Vol. 11. P. 1599.

УДК 621.9.015; 620.178.169

И. В. Тамбовский¹, Б. Л. Крит², И. В. Суминов³, Т. Л. Мухачева⁴,
С. А. Кусманов⁵, В. А. Гапонов⁶, Р. А. Вдовиченко⁷, И. Р. Паленов⁸,
В. И. Морозов⁹

^{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9}Московский государственный технологический университет
«СТАНКИН»

⁵Костромской государственный университет

¹ramstobiliti@gmail.com, ²bkrit@mail.ru, ³ist3@mail.ru, ⁴mukhachevatl@mail.ru,

⁵sakusmanov@yandex.ru, ⁶gaponov-vlad@inbox.ru, ⁷rostik.vd@yandex.ru,

⁸palyonov.iw@yandex.ru, ⁹bissmark.leo@mail.ru

КОМБИНИРОВАНИЕ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННЫХ ЦЕМЕНТАЦИИ, ПОЛИРОВАНИЯ И МИКРОДУГОВОГО ОКСИДИРОВАНИЯ ПРИ ОБРАБОТКЕ ТЕХНИЧЕСКОГО ТИТАНА VT1-0

В статье рассмотрено влияние комплексной электролитно-плазменной обработки поверхности технического титана VT1-0, включающей анодную цементацию и полирование с последующим микродуговым оксидированием, на характеристики и эксплуатационные свойства поверхности. Показаны структурные изменения в поперечном сечении модифицированных образцов после обработки, распределение микротвердости в насыщенном слое, морфология и шероховатость поверхности, результаты трибологических испытаний образцов из титана.

Ключевые слова: инженерия поверхности; электролитно-плазменная цементация; анодное полирование, микродуговое оксидирование; технический титан; шероховатость поверхности; микротвердость; износостойкость.

**I. V. Tambovskiy, B. L. Krit, I. V. Suminov, T. L. Mukhacheva,
S. A. Kusmanov, V. A. Gaponov, R. A. Vdovichenko,
I. R. Palenov, V. I. Morozov**

Moscow State University of Technology «STANKIN»,
Kostroma State University

COMBINATION OF ELECTROLYTE-PLASMA CEMENTATION, POLISHING AND MICRO-ARC OXIDATION IN PROCESSING TECHNICAL TITANIUM VT1-0

The article considers the effect of complex plasma electrolytic surface treatment of commercial titanium CP-Ti, including anodic carburizing and polishing followed by microarc oxidation, on the characteristics and performance properties of the surface. Structural changes in the cross section of the modified samples after treatment, microhardness distribution in the saturated layer, surface morphology and roughness, results of tribological testing of titanium samples are shown.

Keywords: surface engineering; plasma electrolytic carburizing; anodic polishing; microarc oxidation, commercial titanium CP-Ti; surface roughness; microhardness; wear resistance.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-79-30058) с использованием оборудования Центра коллективного пользования МГТУ «СТАНКИН».

ВВЕДЕНИЕ

Технический титан ВТ1-0 характеризуется низким содержанием примесей, относительно невысокой прочностью, высокой пластичностью и ударной вязкостью, превосходной стойкостью к коррозии в агрессивных средах, легкостью (удельная плотность $4,32 \text{ г/см}^3$), биологической совместимостью и хорошими криогенными свойствами. Данный материал используется в различных отраслях, например при изготовлении емкостей, труб, насосов, подвесок в гальваническом производстве, в восстановительной хирургии, криогенном приборостроении и др. Основными недостатками технического титана являются низкая твердость и износостойкость, для устранения которых используются технологии термической обработки [1], после которой обычно требуется финишная обработка поверхности, осложняемая трудной обрабатываемостью титана. К другим методам модифицирования титана относят ионно-пучковую обработку [2], которая в сочетании с пластическим деформированием повышает не только твердость и износостойкость, но и прочность [3], легирование поверхности электронно-лучевой наплавкой порошковых смесей [4], альтернативой которым также являются электролитно-плазменные технологии поверхностной обработки материалов, например, диффузионное насыщение [5] или микродуговое оксидирование [6].

В тоже время, свою эффективность при обработке сплавов на основе титана, показало комплексное модифицирование поверхности, включающее электролитно-плазменную нитроцементацию и анодное полирование [7, 8]. При этом, особенности плазменного полирования титана во фторсодержащих электролитах после диффузионного насыщения другими элементами, например углеродом, остается неизученным, также как и отсутствуют сведения о возможности последующего нанесения оксидных покрытий на титановую поверхность методом плазменного электролитического окисления (микродугового оксидирования). Поэтому, данная работа посвящена изучению особенностей и возможности проведения модифицирования поверхности титана ВТ1-0 электролитно-плазменной цементацией с последующими анодным полированием и микродуговым оксидированием, общей целью которых является повышение эксплуатационных характеристик поверхности материала.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Цилиндрические образцы из технического титана диаметром 11 мм и высотой 15 мм шлифовали наждачной бумагой до шероховатости поверхности $R_a = 1,00 \pm 0,10$ мкм и очищали ацетоном в ультразвуковой ванне. Электролитно-плазменную цементацию (ЭЩ) и полирование (ЭПП) проводили с использованием цилиндрического электролизера в условиях продольного обтекания образца электролитом. Образцы подключались к положительному выводу источника питания. Термопара помещалась в отверстие образца на расстоянии 2 мм от торца. В верхней части камеры-катода электролит переливался через край в поддон, откуда затем прокачивался через теплообменник со скоростью потока 2,5 л/мин при ЭЩ и 1,0 л/мин при ЭПП, контролируемой ротаметром. Температура электролита измерялась термопарой, помещенной на дне электролизера, и поддерживалась при ЭЩ равной 25 ± 2 °С, а при ЭПП на уровне 90 ± 2 °С электронагревательным элементом, погруженным в ячейку электролизера. После обработки образцы промывали в ультразвуковой ванне дистиллированной водой и ацетоном для удаления следов солей, а затем сушили.

ЭЩ проводили в водном растворе электролита, содержащем хлорид аммония (10 % масс.) и глицерин (10 % масс.), при температурах 800–900 °С в течение 5 минут, после чего образцы охлаждали в электролите (закалка) от температуры насыщения отключением напряжения.

ЭПП цементованных при различных температурах образцов проводили в 4 %-ном растворе фторида аммония температурой 90 °С в течение 1 минуты при напряжении 250 В.

Микродуговое оксидирование (МДО) образцов после цементации при 900 °С и ЭПП проводили в электролите, содержащем 2 г/л гидроксида калия и 9 г/л жидкого натриевого стекла, в анодно-катодном режиме при варьировании суммарной плотности анодного и катодного токов от 0,1 до 0,2 А/см². Рабочее напряжение при положительной полярности обрабатываемой детали составляло 460–480 В, а при отрицательной полярности 60–80 В соответственно. Все напряжения и токи снимались при помощи встроенного в установку оборудования. Образцы закреплялись на алюминиевом токоподводе резьбовым способом, обеспечивающим жесткий и надежный контакт, изолированном от контакта с электролитом термоусаживаемой пластиковой трубкой, после чего погружались на фиксированную глубину в раствор и обрабатывались в течение 10 и 15 минут. Раствор электролита перемешивался барботажом сжатого воздуха и охлаждался водопроводной водой через стенки теплообменника.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

ЭЩ технического титана при 900 °С в электролите, содержащем хлорид аммония и глицерин, позволяет сформировать твердый диффузионный слой в структуре титана толщиной до 30 мкм, максимальная микротвердость которого в приповерхностном слое на глубине 5–7 мкм достигает 900 ± 66 HV_{0,01}, что более чем в 3,5 раза превышает микротвердость

необработанного материала (225 ± 25 HV), и упрочненный подслоем толщиной 150 мкм в результате структурно-фазовых изменений [7]. В этом случае потери массы при трении образцов из титана снижаются в 1,7 раза, а коэффициент трения повышается в 1,4 раза по сравнению с необработанным материалом.

При попытке МДО поверхности цементованного технического титана в силикатно-щелочном электролите, обнаружено, что покрытие не может быть сформировано равномерно по всей площади поверхности. Наружный оксидный слой, образовавшийся при ЭПЦ, являясь диэлектриком, препятствует прохождению тока и формированию микродуговых разрядов на некоторых участках обрабатываемой поверхности. Решением данной проблемы является ЭПП цементованной поверхности, которое достаточно изучено на необработанной поверхности титана во фторсодержащих электролитах, но малоизученно при комбинировании с электролитно-плазменным насыщением, направленным на контролируемое изменение структуры титана [8].

ЭПП цементованного титана ВТ1-0 в 4 %-ном растворе фторида аммония показало свою эффективность и применимость для удаления наружного оксидного слоя с поверхности. После цементации титана при $800\text{ }^\circ\text{C}$, когда на поверхности образуется оксидный слой толщиной до 20 мкм, при полировании происходит его неравномерное растворение. В результате наблюдается повышение шероховатости R_a и R_z (табл. 1) и развитие поверхностного рельефа. Цементация титана при $850\text{--}900\text{ }^\circ\text{C}$ приводит к образованию на поверхности оксидного слоя толщиной более 40 мкм. В этом случае, при ЭПП образцов в течение 1 минуты, преимущественно растворяется рыхлая часть наружного оксидного слоя, что способствует выравниванию рельефа и наблюдается снижение шероховатости R_a и R_z , по сравнению с цементованными образцами без ЭПП.

Таблица 1

Шероховатость R_a и R_z поверхности титана до обработки, после ЭПЦ при различных температурах и последующего ЭПП в течение 1 и 3 минут

ЭПЦ			$t_{\text{ЭПП}}$, мин			
T , $^\circ\text{C}$	R_a , мкм	R_z , мкм	1		3	
			R_a , мкм	R_z , мкм	R_a , мкм	R_z , мкм
800	$0,69 \pm 0,05$	$4,14 \pm 0,12$	$1,00 \pm 0,05$	$5,34 \pm 0,37$	–	–
	$0,61 \pm 0,05$	$3,57 \pm 0,37$	–	–	$1,17 \pm 0,18$	$5,74 \pm 1,11$
850	$0,94 \pm 0,09$	$6,05 \pm 0,51$	$0,75 \pm 0,05$	$4,84 \pm 0,46$	–	–
	$0,87 \pm 0,04$	$5,31 \pm 0,31$	–	–	$0,92 \pm 0,18$	$5,79 \pm 1,39$
900	$0,89 \pm 0,05$	$5,50 \pm 0,36$	$0,76 \pm 0,05$	$4,86 \pm 0,60$	–	–
	$0,95 \pm 0,04$	$6,00 \pm 0,42$	–	–	$0,98 \pm 0,08$	$5,47 \pm 1,27$
Необработанный технический титан					$1,00 \pm 0,10$	$6,49 \pm 0,22$

При изучении распределения микротвердости в поверхностном слое цементованного титана после ЭПП обнаружено, что наружный оксидный слой выполняет защитную функцию и препятствует анодному растворению

подложки. Полирование титана продолжительностью до 3 минут, не снижает микротвердость диффузионного слоя. Изучение структурно-фазовых изменений в поперечном сечении технического титана после комбинированной обработки, включающей цементацию при 900 °С и ЭПП в течение 3 минут, подтвердило сохранение упрочненного слоя, что коррелирует с ранее описанными результатами.

Трибологические испытания образцов до обработки, после цементации при различных температурах и комбинированной обработки, включающей цементацию и последующее ЭПП разной продолжительности, показали, что износостойкость технического титана может быть значительно повышена (табл. 2). Коэффициент трения титана после ЭПЦ при всех исследуемых температурах обработки всегда выше, а после полирования всегда ниже, чем у необработанного материала, и не коррелирует с интенсивностью изнашивания. Минимальная интенсивность изнашивания поверхности достигается после ЭПЦ при 900 °С и последующего ЭПП в течение 1 минуты, когда с поверхности удалена рыхлая часть наружного оксидного слоя, а в трибоконтакте участвует более плотная его часть и насыщенная углеродом подложка с максимальной микротвердостью. В этом случае после комбинированной обработки интенсивность изнашивания поверхности образцов снижается в 37 раз по сравнению с необработанным материалом.

Таблица 2

Коэффициент трения μ и убыль массы Δm при трении образцов из титана до обработки, после ЭПЦ при различных температурах и последующего ЭПП в течение 1 и 3 минут

ЭПЦ			$t_{\text{ЭПП}}$, мин			
T , °С	μ	Δm , мг	1		3	
			μ	Δm , мг	μ	Δm , мг
800	0,564	1,2	0,321	5,9	0,24	4,3
850	0,658	2,0	0,265	1,1	0,363	5,7
900	0,680	2,2	0,351	0,1	0,24	2,8
Необработанный технический титан					0,465	3,7

Оксидирование титана в искровом режиме (при минимальных плотностях тока), после предварительной цементации и полирования, показало, что на поверхности материала может быть сформирован равномерный слой оксидов, что доказывает научный потенциал исследований, направленных на изучение применимости комплекса электролитно-плазменных технологий поверхностной обработки материалов. Минимальная шероховатость R_a и R_z поверхности титана после ЭПЦ, ЭПП и МДО достигается после оксидирования при суммарной плотности анодного и катодного токов 0,2 А/см² в течение 10 минут (табл. 3). Шероховатость поверхности зависит от продолжительности оксидирования, с увеличением

которой она повышается, что связано не только с развитием рельефности в процессе окисления, но и пористости покрытия.

Результаты трибологических испытаний образцов из титана после комбинированной обработки, включающей ЭПЦ, ЭПП и МДО, показаны в табл. 4. После первого километра испытаний минимальные значения коэффициента трения показывают образцы, оксидированные в течение 15 минут. Снижение времени МДО до 10 минут при сохранении плотности тока способствуют увеличению коэффициента трения. Данная зависимость сохраняется как для третьего, так и для пятого километра испытаний на трение.

Таблица 3

Шероховатость R_a и R_z поверхности титана после ЭПЦ при 900 °С, ЭПП и последующего МДО в условиях различной суммарной плотности анодного и катодного токов

I_{a+k} , А/см ²	$t_{\text{МДО}}$, МИН	R_a , МКМ	R_z , МКМ
0,1	10	0,96±0,07	6,59±0,39
	15	1,13±0,08	7,80±0,90
0,2	10	0,82±0,06	5,68±0,44
	15	1,01±0,03	7,26±0,40

Таблица 4

Коэффициент трения μ и убыль массы Δm при трении образцов из титана после комбинированной обработки

I_{a+k} , А/см ²	$t_{\text{МДО}}$, МИН	Километры, пройденные от начала испытаний на трение					
		1		2 и 3		4 и 5	
		μ	Δm , МГ	μ	Δm , МГ	μ	Δm , МГ
0,1	10	0,360	3,17	0,449	4,81	0,413	4,42
	15	0,335	3,28	0,333	4,42	0,316	4,34
0,2	10	0,313	3,30	0,416	4,63	0,402	4,16
	15	0,266	3,21	0,307	4,51	0,305	4,10

Наибольшая убыль массы в процессе трибологических испытаний титана, обработанного комбинированным способом (ЭПЦ, ЭПП и МДО), наблюдается после первого километра трения, что, скорее всего, связано с разрушением и истиранием технологического слоя (табл. 4). С увеличением пути трения до 5 км при испытаниях на износ, потери массы образцов снижаются, а их минимальные значения наблюдаются у образцов, оксидированных в течение 15 минут при плотности тока 0,2 А/см². В этом случае интенсивность изнашивания титана уменьшается в 1,6 раза по сравнению с первым километром трения. В табл. 5 приведены значения обобщенного безразмерного критерия шероховатости Крагельского – Комбалова. Чем меньше расчетное значение Δ на дорожке трения, тем выше несущая способность шероховатого профиля и более благоприятные условия для трения с минимально возможным износом. Профилометрические

исследования дорожек трения показали, что критерий Δ на дорожках трения убывает с увеличением продолжительности МДО, а его наименьшее значение наблюдается после оксидирования в течение 15 минут при плотности тока $0,2 \text{ А/см}^2$, что коррелирует с наименьшим массовым износом (табл. 4).

Таблица 5

Комплексный параметр шероховатости Крагельского – Комбалова при трении образцов из титана после комбинированной обработки

I_{a+k} , А/см ²	$t_{\text{МДО}}$, мин	Километры, пройденные от начала испытаний на трения		
		1	2 и 3	4 и 5
		Δ	Δ	Δ
0,1	10	0,456	0,402	0,376
	15	0,420	0,389	0,328
0,2	10	0,431	0,379	0,362
	15	0,405	0,324	0,305

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Камышанченко Н. В., Никулин И. С., Кузнецов Д. П., Кунгурцев М. С., Неклюдов И. М., Волчок О. И. Закономерности изменения микротвердости технического чистого титана, подверженного различному механико-термическому воздействию // Научные ведомости Белгородского государственного университета. Серия: Математика. Физика. 2010. Т. 82, № 11. С. 78–87.

2. Белый А. В., Кукареко В. А., Лободаева О. В., Таран И. И., Ших С. К. Ионно-лучевая обработка металлов, сплавов и керамических материалов. Минск : Физ.-техн. ин-т НАНБ, 1998.

3. Грабовецкая Г. П., Колобов Ю. Р., Гирсова Н. В. Влияние холодной пластической деформации на структуру и деформационное поведение субмикроструктурного титана, полученного методом равноканального углового прессования // Физика металлов и металловедение. 2004. Вып. 98, № 6. С. 90–97.

4. Батаев И. А., Лазуренко Д. В., Голковский М. Г., Лантев И. С., Чакин И. К., Иванчик И. С. Поверхностное легирование титана алюминием с использованием метода вневакуумной электронно-лучевой наплавки порошковых смесей // Материаловедение. 2017. Вып. 74, № 1. С. 51–60.

5. Кусманов С. А., Дьяков И. Г., Белкин П. Н., Грачева Л. А., Белкин В. С. Электролитно-плазменное модифицирование поверхности титанового сплава ВТ1-0 // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2015. № 1. С. 106.

6. Эпельфельд А. В., Белкин П. Н., Борисов А. М., Васин В. А., Крит Б. Л., Людин В. Б., Сомов О. В., Сорокин В. А., Суминов И. В., Францкевич В. П. Современные технологии модификации поверхности материалов и

нанесения защитных покрытий : в 3 т. Т. 1. Микродуговое оксидирование. М. ; СПб. : Реноме, 2017. 648 с.

7. Тамбовский И. В., Мухачева Т. Л., Кусманов С. А., Никифоров Р. В., Белов Р. Д., Соколова Е. В., Наумов И. М., Маркина Л. М., Носова М. А. Модифицирование поверхности технического титана VT1-0 электролитно-плазменными нитроцементацией и полированием // Быстрозакаленные материалы и покрытия: материалы XIX Международной научно-технической конференции. М., 2022. С. 212–217.

8. Kusmanov S., Tambovskiy I., Silkin S., Nikiforov R., Belov R. Increasing the Hardness and Corrosion Resistance of the Surface of CP-Ti by Plasma Electrolytic Nitrocarburising and Polishing // Materials. 2023. Vol. 16. P. 1102.

УДК 621.9.015; 620.178.169

Р. Д. Белов¹, Е. В. Сокова², И. М. Наумов³, М. В. Ильинская⁴,
И. В. Тамбовский⁵, Т. Л. Мухачева⁶, С. А. Кусманов⁷

^{1,2,3,4,5,6,7}Костромской государственный университет

¹solne4nyjkrug@bk.ru, ²ekaterina.sokova44@gmail.com, ³james_naumov993@mail.ru,

⁴maya11051971@gmail.com, ⁵ramstobiliti@gmail.com, ⁶mukhachevatl@mail.ru,

⁷sakusmanov@yandex.ru

ОСОБЕННОСТИ АНОДНОГО ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОГО ПОЛИРОВАНИЯ ПОСЛЕ БОРОЦЕМЕНТАЦИИ ТЕХНИЧЕСКОГО ТИТАНА VT1-0

В статье рассмотрена эффективность анодного полирования после электролитно-плазменной бороцементации технического титана VT1-0 для повышения эксплуатационных характеристик. Определено влияние температуры насыщения и продолжительности полирования на шероховатость поверхности, микротвердость поверхностного слоя, коэффициент трения и массового износа.

Ключевые слова: инженерия поверхности, электролитно-плазменная бороцементация, анодное полирование, технический титан VT1-0, модифицирование поверхности, шероховатость поверхности, микротвердость, износостойкость.

**R. D. Belov, E. V. Sokova, I. M. Naumov, M. V. Ilyinskaya,
I. V. Tambovskiy, T. A. Mukhacheva, S. A. Kusmanov**
Kostroma State University

FEATURES OF ANODE ELECTROLYTE-PLASMA POLISHING AFTER BOROCEMENTATION OF TECHNICAL TITANIUM VT1-0

The article considers the effectiveness of anodic polishing after plasma electrolytic boron carburizing of commercial titanium VT1-0 to improve its performance. The effect of saturation temperature and polishing duration on surface roughness, microhardness of the surface layer, coefficient of friction and mass wear is determined.

Keywords: *surface engineering; plasma electrolytic borocarburing; anodic polishing; commercial titanium CP-Ti; surface modification; surface roughness; microhardness; wear resistance.*

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 18-79-10094-П) Костромскому государственному университету

Технический титан ВТ1-0 широко применяется в качестве конструкционного материала в космической промышленности, машино-, самолето- и приборостроении, а также в медицине, как инструментальный материал. Главными его достоинствами является легкость и высокая коррозионная стойкость. В тоже время, существенными недостатками технического титана является невысокая износостойкость поверхности и плохие антифрикционные свойства, что значительно ограничивает области его применения. Повысить износостойкость титана возможно, например, с помощью технологий интенсивной пластической деформации [1] или оксидирования [2]. К альтернативным технологиям направленного изменения структуры титана и улучшения эксплуатационных свойств материала, относят технологию электролитно-плазменного насыщения (ЭПН) поверхности [3–5], эффект которого может быть значительно улучшен электролитно-плазменным полированием (ЭПП).

В последнее время активно изучаются возможности комбинированной обработки поверхности, включающей ЭПН металлов и сплавов и последующее ЭПП [6–8]. Однако составы электролитов и режимы обработки подобраны для ограниченного круга материалов. Поэтому целью данной работы является изучение влияния комбинированной электролитно-плазменной обработки, включающей бороцементацию и последующее ЭПП, на характеристики поверхности и эксплуатационные свойства технического титана ВТ1-0.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Цилиндрические образцы из технического титана ВТ1-0 высотой 15 мм и диаметром 11 мм шлифовали наждачной бумагой до шероховатости поверхности $1,0 \pm 0,1$ мкм и очищали ацетоном в ультразвуковой ванне. Электролитно-плазменную бороцементацию (ЭПЦБ) и ЭПП проводили с использованием цилиндрического электролизера в условиях продольного обтекания образца электролитом. Образцы подключались к положительному выводу источника питания. Термопара помещалась в отверстие образца на расстоянии 2 мм от торца. В верхней части камеры-катода электролит переливался через край в поддон, откуда затем прокачивался через теплообменник со скоростью потока 2,5 л/мин при ЭПЦ и 1,0 л/мин при

ЭПП, контролируемой ротаметром. Температура электролита измерялась термопарой, помещенной на дне электролизера, и поддерживалась при ЭПБЦ равной 25 ± 2 °С, а при ЭПП на уровне 90 ± 2 °С электронагревательным элементом, погруженным в ячейку электролизера. После обработки образцы промывали в ультразвуковой ванне дистиллированной водой и ацетоном для удаления следов солей, а затем сушили.

ЭПБЦ проводили в водном растворе электролита, содержащем 10 % хлорида аммония, 8 % глицерина и 3 % борной кислоты, при варьировании температуры от 800 до 950 °С в течение 5 минут. В конце процесса образцы подвергались закалке путем отключения напряжения. Последующее ЭПП бороцементированных образцов проводили в водном растворе электролита, содержащем 4 % фторида аммония, в течение 1–5 минут при напряжении 250 В.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

ЭПБЦ технического титана в электролите, содержащем хлорид аммония, глицерин и борную кислоту, сопровождается интенсивным высокотемпературным окислением. С увеличением температуры насыщения скорость окислительных процессов на поверхности образцов возрастает (рис. 1), что приводит к росту пористости наружного оксидного слоя и развитию рельефа. Наиболее пористая структура оксидного слоя наблюдается у образцов после бороцементации при 950 °С (рис. 1, б).

ЭПБЦ титана практически во всех случаях сопровождается снижением шероховатости в результате окисления и анодного растворения поверхности. Исключение составляют образцы, насыщение которых бором и углеродом проводили при 950 °С. В этом случае после насыщения R_a шероховатость возрастает в 1,3 раза (рис. 2) по сравнению с необработанным материалом ($R_a = 1,0\pm 0,1$ мкм). Максимальное снижение шероховатости в 2,2 раза достигается после ЭПБЦ при 850 °С.

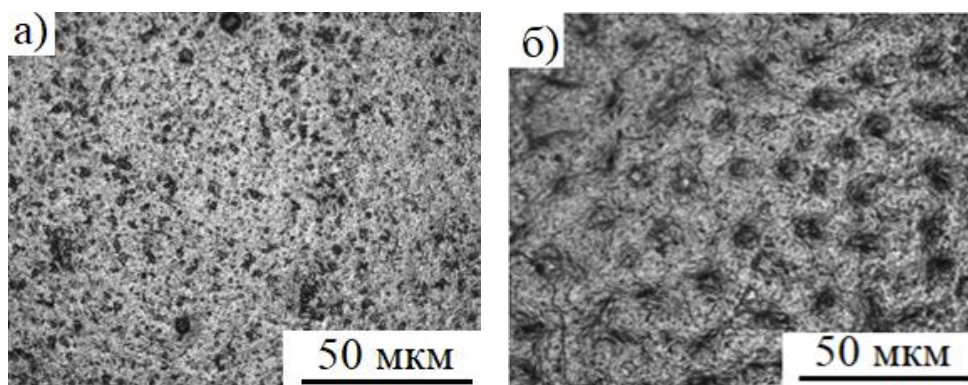


Рис. 1. Морфология поверхности образцов из технического титана ВТ1-0 после ЭПБЦ при 800 °С (а) и 900 °С (б)

Согласно данным измерения микротвердости в поверхностном слое титана, ее максимальное значение составляет 955 ± 180 НВ на глубине 5 мкм и наблюдается после бороцементации при 950 °С (рис. 3). Данное значение в

3,2 раза превышает значение микротвердости исходного материала. Толщина диффузионного слоя в данных условиях составляет более 200 мкм.

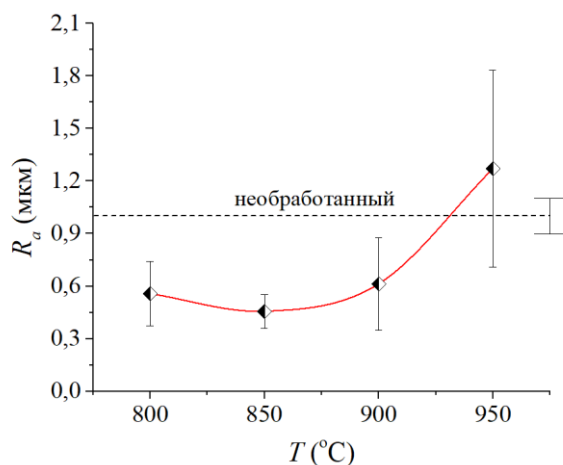


Рис. 2. Шероховатость поверхности образцов из технического титана VT1-0 после ЭПБЦ при различных температурах

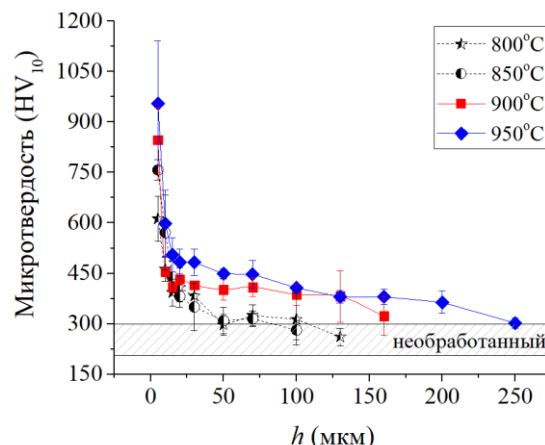


Рис. 3. Распределение микротвердости в поверхностном слое образцов из технического титана VT1-0 после ЭПБЦ при различных температурах

ЭПБЦ во всех случаях способствует снижению коэффициента трения по сравнению с необработанным образцом (рис. 4). Наименьшее его значение достигается после ЭПН при 800 °C, в этих же условиях наблюдается минимальная убыль массы. Повышение температуры обработки приводит к формированию оксидного слоя, имеющего невысокие адгезионные свойства, из-за чего тот локально отслаивается, что ведет к увеличению убыли массы в процессе трения.

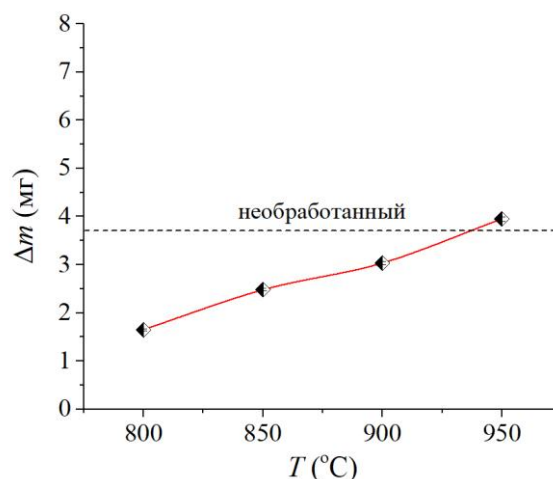
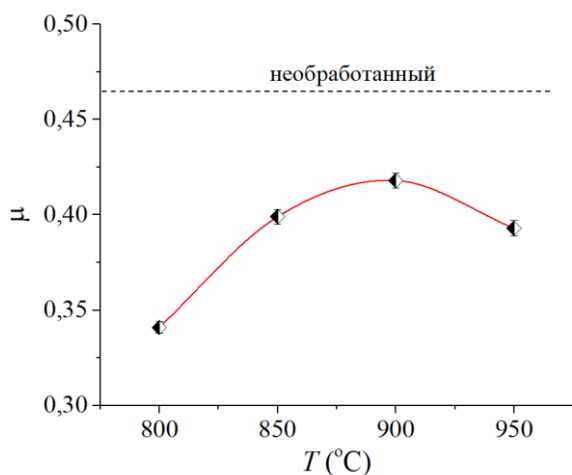


Рис. 4. Коэффициент трения и убыль массы при трении образцов из технического титана VT1-0 после ЭПБЦ при различных температурах

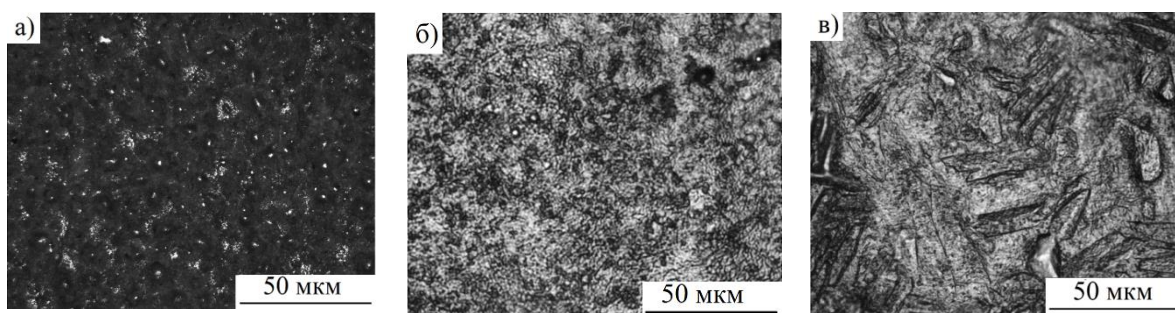


Рис. 5. Морфология поверхности образцов из технического титана VT1-0 после ЭПП в растворе фторида аммония при различной продолжительности обработки: а – 1 минута; б – 3 минуты; в – 5 минут

Измерения микротвердости после ЭПП в течение 1 и 3 минут не приводит к снижению максимальной микротвердости в поверхностном слое, которая может достигать до 1055 ± 96 HV. Полирование в течение 5 минут приводит к растворению не только оксидного, но и упрочненного слоя, в результате чего максимальная микротвердость образцов снижается в среднем до 607 HV (рис. 7).

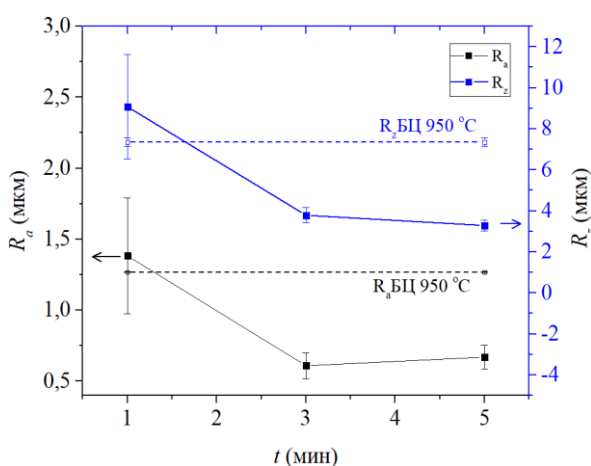


Рис. 6. Шероховатость поверхности образцов из технического титана VT1-0 после ЭПП в растворе фторида аммония при различной продолжительности обработки

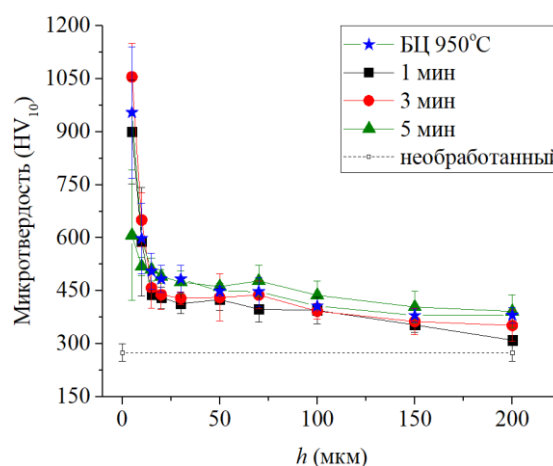


Рис. 7. Микротвердость поверхностного слоя борцементированных образцов технического титана VT1-0 после ЭПП в растворе фторида аммония при различной продолжительности обработки

На рис. 8 показано поперечное сечение образцов из технического титана VT1-0 после ЭПБЦ при 950 °С (рис. 8 а) и ЭПП в течение 1–5 минут (рис. 8 б, в, г). В результате диффузии углерода и бора в структуру сплава формируется слой с повышенным содержанием соединений данных элементов, характеризующийся высокими значениям микротвердости.

Последующее ЭПП в течение 1 и 3 минут позволяет уменьшить толщину оксидного слоя, не затрагивая упрочненный слой. После ЭПП в течение 5 минут наблюдается растворение поверхности образца и, как следствие, модифицированного слоя, что коррелирует с данными распределения микротвердости.

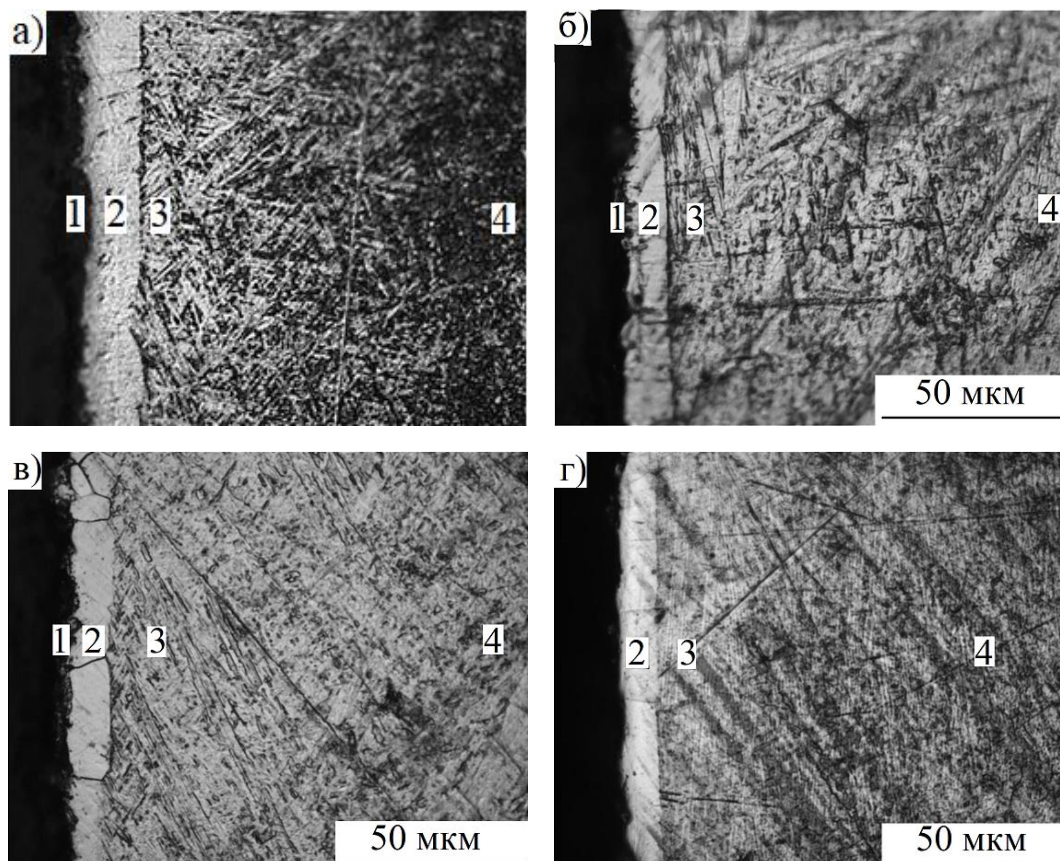


Рис. 8. Поперечное сечение образцов из технического титана VT1-0 после ЭПБЦ в течение 5 минут при температуре 950 °С (а) и последующего ЭПП при: б – 1 мин., в – 3 мин., г – 5 мин. Цифры на рисунках означают: 1 – оксидный слой; 2 – упрочненный слой; 3 – упрочненный подслой, 4 – исходная структура

Трибологические испытания модифицированной поверхности показали, что после ЭПБЦ при 950 °С и ЭПП в фториде аммония в течение 1, 3 и 5 минут коэффициент трения всегда снижается (рис. 9). Максимальное снижение коэффициента трения от 0,393 до 0,231 наблюдается у образцов после ЭПП в течение 3 минут. В этом случае убыль массы при трении минимальна и составляет 1,2 мг, что в 3,3 раза меньше, чем у образцов после бороцементации и в 3,08 раза по сравнению с необработанным. Полученный результат подтверждает гипотезу, согласно которой в процессе трения образцов после ЭПБЦ при 950 °С преимущественно истирается и разрушается наружный оксидный слой, что увеличивает убыль массы при трении. Удаление рыхлой части оксидного слоя в результате его анодного растворения благоприятно влияет на трибологическое поведение технического титана и интенсивность изнашивания снижается. Вероятно, в

трибоконтакте в больше степени участвует подложка, насыщенная бором и углеродом.

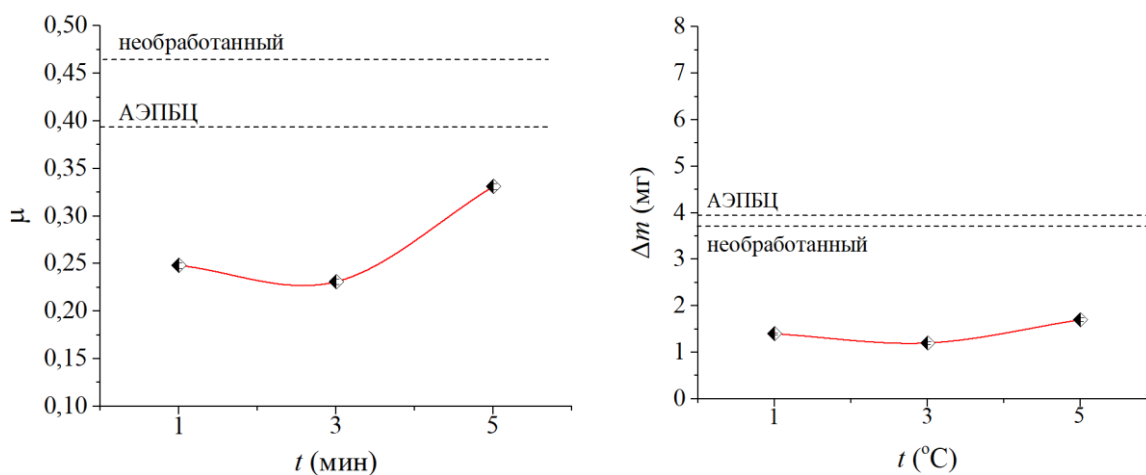


Рис. 9. Коэффициент трения и убыль массы при трении образцов из технического титана VT1-0 после ЭПП в растворе фторида аммония при различной продолжительности обработки

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Латыш В. В., Бурлаков И. А., Забельян Д. М., Алимов А. И., Петров П. А., Степанов Б. А., Бач Ву Чонг. Повышение прочности технического титана VT1-0 методом интенсивной пластической деформации // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2018. № 6. С. 54–60.

2. Зоренко Д. А. Повышение износостойкости деталей из титана путем нанесения оксидных покрытий // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. 2019. № 12. С. 71–74.

3. Белкин П. Н., Борисов А. М., Кусманов С. А. Электролитно-плазменное насыщение титана и его сплавов легкими элементами // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2016. № 5. С. 54–74.

4. Кусманов С. А., Дьяков И. Г., Белкин П. Н., Грачева Л. А., Белкин В. С. Электролитно-плазменное модифицирование поверхности титанового сплава VT1-0 // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2015. № 1. С. 106

5. Kusmanov S. A., Tambovskii I. V., Kusmanova I. A., Belkin P. N. Improving the Wear Resistance of VT22 Titanium Alloy by Anodic Plasma Electrolytic Boriding // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. 2021. Vol. 57, № 4. P. 419–424.

6. Kusmanov S. A., Tambovskiy I. V., Korableva S. S. Enhancement of Wear and Corrosion Resistance in Medium Carbon Steel by Plasma Electrolytic

Nitriding and Polishing // Journal of Materials Engineering and Performance. 2019. Т. 28, № 9. P. 5425–5432.

7. *Belkin P. N., Silkin S. A., Dyakov I. G., Tambovskii I. V., Korableva S. S., Kusmanov S. A.* Plasma electrolytic polishing of nitrided steel under force convection condition // IOP Conference Series Materials Science and Engineering. 2019. Т. 672, № 1. P. 012020.

8. *Kusmanov S. A. et al.* The effect of plasma electrolytic polishing on the surface properties of titanium alloy after plasma electrolytic chemical-thermal treatment // IOP Conference Series : Materials Science and Engineering. IOP Publishing. 2020. Т. 919, № 2. P. 022028.

УДК 620.178.169

М. Р. Комиссарова¹, И. Г. Дьяков², Т. Л. Мухачева³

^{1,2,3}Костромской государственной университет
¹*mariya.komissarova.93@mail.ru*, ²*igdyakov@mail.ru*, ³*mukhachevatl@mail.ru*

ВЛИЯНИЕ ПУТИ ТРЕНИЯ НА ТРИБОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПАРЫ ТРЕНИЯ ТИТАНОВЫЙ СПЛАВ VT6 И СПЛАВ ШХ15

В статье рассмотрено влияние пути трения на коэффициент трения и массовый износ образца из титанового сплава VT6 до и после анодной электролитно-плазменной нитроцементации и контртела из стали ШХ15. Изучен механизм трения данных пар трения.

Ключевые слова: химико-термическая обработка, титановые сплавы, трибология.

M. R. Komissarova, I. G. Dyakov, T. L. Mukhacheva
Kostroma State University

INFLUENCE OF THE FRICTION PATH ON THE TRIBOLOGICAL PROPERTIES OF THE FRICTION PAIR TITANIUM ALLOY VT6 AND ALLOY ShKh15

The article considers the influence of the friction coefficient on the friction path and mass wear of a titanium alloy VT6 sample before and after anodic electro-plasma nitrocarburizing and a steel ShKh15 counterbody. The friction mechanism of these friction pairs has been investigated.

Keywords: chemical-thermal treatment, titanium alloys, tribology.

Анодная электролитно-плазменная обработка в водном растворе с глицерином и нитратом аммония позволяет в разы снизить интенсивность за счет образования на поверхности образцов оксидного и диффузионного слоев, которые по твердости сравнимы с твердостью контртела. Данный факт

может повлиять на износ сплава ШХ15. Увеличение пути трения позволит выявить работоспособность пары трения титановый сплав и сталь ШХ15.

Для испытаний был выбран следующий режим анодного нагрева: в качестве электролита был выбран водный раствор глицерина (10 % масс.), нитрата аммония (5 % масс.) и хлорида аммония (10 % масс.) температура насыщения составляла 950 °С, время обработки – 5 минут. Была использована схема сухого трения «шарик по диску». В качестве контртела использовался шарик ШХ15. Диапазон пути трения ограничивался возможностями машины трения УМТ-01 и варьировался от 100 м до 900 м с шагом в 200 м. Изучение механизма трения проводилось по методике, описанной в статье [1].

На рис. 1 показаны зависимости коэффициента трения от пути скольжения, на нем представлены только 2 зависимости коэффициента трения при испытании на 900 м пути, так как остальные кривые для меньшего пути скольжения будут накладываться на приведенные зависимости.

На рис. 1 и 2 видно, что коэффициент трения необработанных образцов из титанового сплава ВТ6 возрастает при увеличении пути трения. До 500 м пути коэффициент трения монотонно возрастает. При дальнейшем увеличении пути скольжения коэффициент трения выравнивается. Можно предположить, что только на такой дистанции происходит притирание поверхности титанового образца и контртела.

Коэффициент трения образцов после анодного насыщения углеродом и азотом тоже возрастает при увеличении пути трения (рис. 1). На рис. 2 показаны усредненные конечные коэффициенты трения необработанного образца и образца после анодного нагрева в водном растворе с глицерином и нитратом аммония. Видно, что до 700 м пути коэффициент трения деталей после АЭПН монотонно возрастает и выравнивается на расстоянии 900 м.

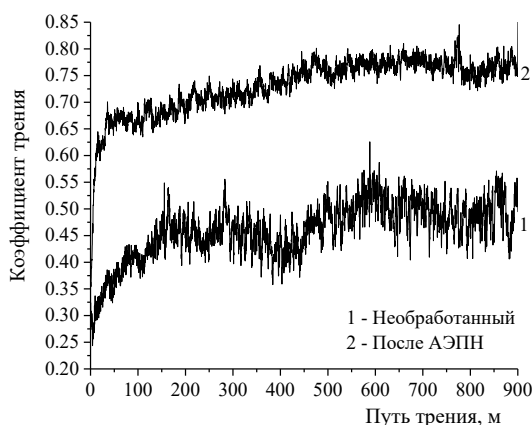


Рис. 1. Зависимость коэффициента трения от пути трения титанового сплава ВТ6 до и после АЭПН

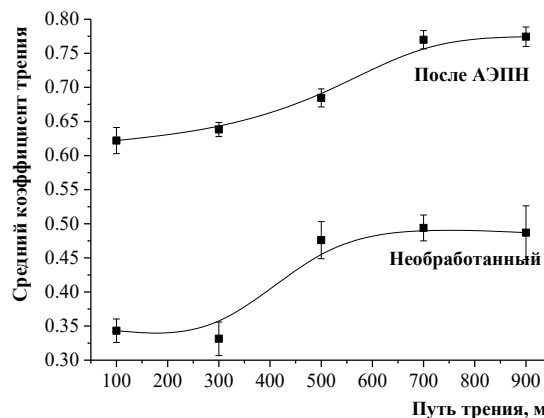


Рис. 2. Зависимость усредненного коэффициента трения на последних 30 м пути от пути трения

Несмотря на то, что коэффициент трения растет как при трении необработанного титанового образца, так и образца после анодной

электролитно-плазменной обработки, интенсивность износа от пути уменьшается в обоих случаях, что так же может свидетельствовать о притирании поверхности образцов о контртела (рис. 3).

Интенсивность износа титанового образца после анодного электролитно-плазменного нагрева на порядок ниже интенсивности износа контрольного образца, но интенсивность износа контртела не зависит от данного факта при больших дистанциях трения и в обоих случаях составляет примерно 5 мкг/м (рис. 4). Интенсивность износа шарика ШХ15 в паре с необработанным титановым образцом возрастает до 5 мкг/м на 500 м пути трения, а затем она выравнивается и не превышает данного значения. Если использовать данное контртело в паре с титановым образцом после АЭПН поверхности углеродом и азотом, то его интенсивность износа на 100 м пути составляет 6 мкг/м. Дальнейшее увеличение пути трения незначительно снижает интенсивность износа в среднем до 5 мкг/м.

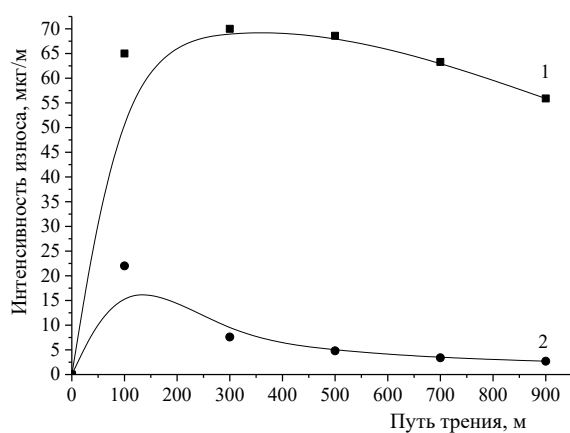


Рис. 3. Зависимость интенсивности износа титановых образцов от пути трения. 1 – необработанный титановый образец; 2 – титановый образец после нитроцементации

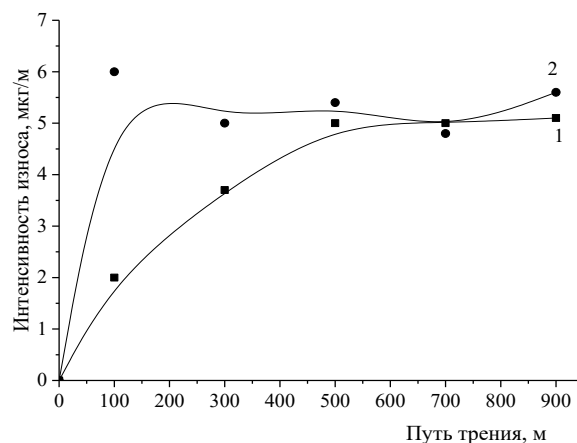


Рис. 4. Зависимость интенсивности износа контртела шарика из стали ШХ15 от пути трения. 1 – пара необработанный титановый образец – шарик ШХ15; 2 – пара нитроцементованный титановый образец – шарик ШХ15

Анодное электролитно-плазменное насыщение поверхности углеродом и азотом образцов из титанового сплава так же влияет на площадь контакта между образцом и контртелом во время трибологических испытаний (рис. 5). На малой дистанции в 100 м площадь контакта практически не отличается у пар с необработанным образцом и образцом после анодного нагрева. Дальнейшее увеличение пути трения приводит к увеличению разницы между площадями контакта у пар необработанный титановый образец – контртело ШХ15 и титановый образец после нитроцементации – контртело ШХ15. У первой пары площадь контакта на максимальном пути трения больше почти на четверть, чем у второй пары. Но при этом интенсивность износа контртела в обоих случаях примерно одинаковая. Это можно объяснить разным механизмом износа пар трения.

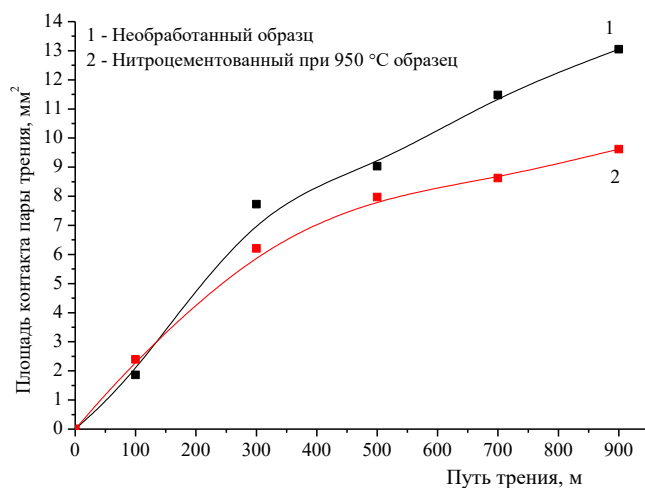


Рис. 5. Зависимость площади контакта пары трения от пути трения

Вид износа определялся по классификации, разработанной Крагельским. Она основана на характере взаимодействия и разрушения поверхностей.

Вид нарушения фрикционной связи зависит от геометрических, механических, физических и химических факторов. Геометрический фактор, характеризуемый отношением глубины внедрения к радиусу закругления вершины единичной неровности, позволяет различать упругий контакт, пластический и микрорезание, согласно [2, 3]. Глубокие царапины наблюдаются на дорожках трения (рис. 6, 7), как на необработанных титановых образцах, так и на контртеле.



а)

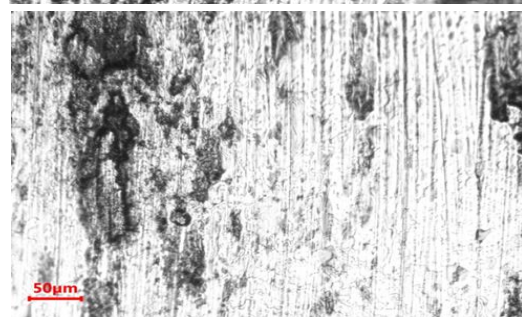


б)

Рис. 6. Дорожка трения на необработанном титановом образце. Путь трения: а – 100 м; б – 900 м



а)



б)

Рис. 7. Дорожка трения на контртеле ШХ15 после трибологических испытаний в паре с необработанным титановым образцом. Путь трения: а – 100 м; б – 900 м

У второй пары меняется механизм трения. Здесь уменьшается износ титанового образца, отсутствуют глубокие царапины на профилях дорожек пары трения (рис. 7, 8). В случае образцов после АЭПН фрикционные связи нарушаются вследствие пластического оттеснения металла. Характер взаимодействия поверхностей образца и контртела механический. Поверхности трения характеризуются остаточной деформацией после прохода микровыступа. При данном виде напряженного состояния возникает малоцикловая фрикционная усталость в поверхностном слое образца, которая и является причиной разрушения.

Для необработанных образцов характер нарушения фрикционной связи пластический при обтекании деформирующего выступа микрорезанием. Характер взаимодействия поверхностей образца и контртела молекулярный.

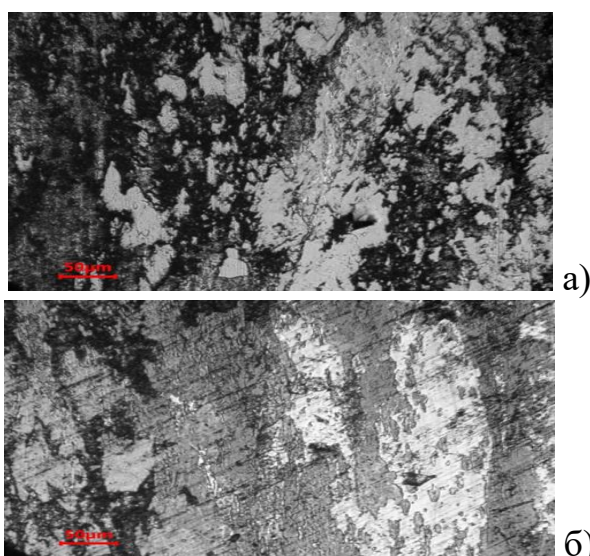


Рис. 8. Дорожка трения на титановом образце после АЭПНЦ. Путь трения: а – 100 м; б – 900 м

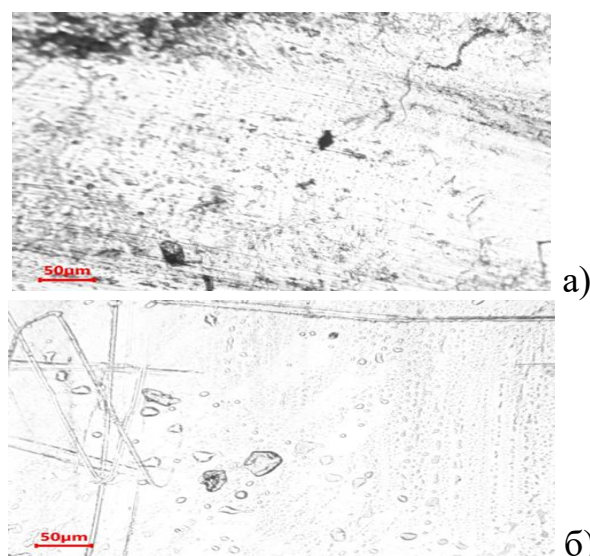


Рис. 9. Дорожка трения на контртеле ШХ15 после трибологических испытаний в паре с титановым образцом после АЭПНЦ. Путь трения: а – 100 м; б – 900 м

Следуя классификации по виду взаимодействия, механизму взаимодействия и процессу разрушения данный вид изнашивания может быть отнесен к абразивному в обоих случаях.

Наиболее предпочтительным видом нарушения фрикционной связи является упругое оттеснение. Характер взаимодействия поверхностей трения в этих условиях – механический. По классификации по виду взаимодействия, механизму взаимодействия и процессу разрушения данный вид изнашивания – умеренный. Пластическое оттеснение лучший вариант в сравнении с микрорезанием.

Анализ дальнейших результатов проведем на основании классических молекулярно-механической и усталостной теорий изнашивания.

Если пара трения изготовлена из неупрочненного титана и контртела из стали ШХ15, то в процессе испытаний происходит перенос титана с неупрочненной поверхности на поверхность с большой твердостью

(на контртело ШХ15). При этом в процессе трения происходит постепенный износ упрочненного слоя.

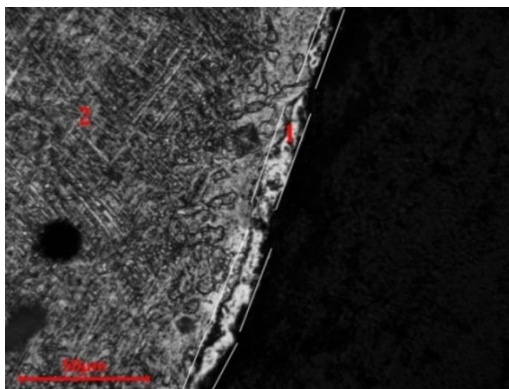


Рис. 10. Микроструктура края дорожки трения необработанного образца после пути трения 100 м. 1 – оксидный слой, образованный при трении; 2 – материал образца. Увеличение $\times 500$

Поверхностный слой неупрочненного титана сильно наклепывается и насыщается кислородом, так как титан имеет высокое химическое сродство к нему (рис. 10). Упрочненный таким образом слой становится хрупким из-за повышения микротвердости до 1000 HV, как и оксидного слоя у образца после АЭПН. При разрушении мостиков холодной сварки, возникающих на поверхностях трения, происходит его выкрашивание. Для такой пары трения характерна высокая интенсивность износа, линейно возрастающая с нагрузкой.

ВЫВОДЫ

1. Установлено влияние пути трения на трибологические свойства образцов из титанового сплава ВТ6 до обработки и после анодного насыщения углеродом и азотом при температуре 950 °С.

2. Выявлено, что коэффициент трения у необработанного титанового образца возрастает от $0,34 \pm 0,02$ на первых 100 м пути до $0,48 \pm 0,02$ на последующих 500 м пути. Дальнейшее увеличение дистанции трения до 900 м не приводит к значительным изменениям коэффициента трения. Интенсивность износа снижается с 70 мкг/м при 300 м пути до 55,9 мкг/м при 900 м.

3. Выявлено, что коэффициент трения титанового образца после анодного нагрева возрастает от $0,62 \pm 0,02$ на 100 м пути до $0,77 \pm 0,01$ на 700 м пути. Дальнейшее увеличение дистанции трения до 900 м не привели к значительным изменениям коэффициента трения. Интенсивность износа снизилась с 22 мкг/м при 100 м износа до 2,7 мкг/м при 900 м.

4. Механизм износа сухого трения изменяется с микрорезания у необработанного образца на пластическое оттеснение у образца после анодного насыщения углеродом и азотом.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mukhacheva T. L., Belkin P. N., Dyakov I. G., Kusmanov S. A. Wear mechanism of medium carbon steel after its plasma electrolytic nitrocarburising // Wear. 2020. Vol. 462–463. P. 203516.

2. Гаркунов Д. Н. Триботехника (конструирование, изготовление и эксплуатация машин) : учебник. 5-е изд., перераб. и доп. М. : Изд-во МСХА, 2002. 632 с.

3. Металловедение и термическая обработка стали и чугуна : справ. изд. В 3 т. Т. 1. Методы испытаний и исследования / Б. С. Бокштейн, Ю. Г. Векслер, Б. А. Дроздовский [и др.] ; под общ. ред. Рахштадта А. Г., Капустиной Л. М., Прокошкина С. Д., Супова А. В. М. : Интернет Инжиниринг, 2004. 688 с.

4. Хрущов М. М., Бабичев М. А. Абразивное изнашивание. М. : Наука, 1970. 252 с.

УДК 621.357.77; 554.344.01

Г. Е. Медведева¹, И. Г. Дьяков², С. А. Силкин³

^{1,2,3}Костромской государственной университет

¹gmedvedeva238@gmail.com, ²igdyakov@mail.ru, ³longamin@mail.ru

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ НА ФАЗОВЫЙ СОСТАВ И МИКРОТВЁРДОСТЬ БИНАРНОГО СПЛАВА ЖЕЛЕЗО – ВОЛЬФРАМ

В статье рассмотрено влияние режимов термической обработки на микротвёрдость и фазовый состав бинарного сплава железо-вольфрамового покрытия. Для защиты поверхности осажденного сплава от окисления в ходе термической обработки последовательно наносить графитовое покрытие с последующим гальваническим меднением толщиной до 100 мкм. На основе данных рентгеноструктурного анализа показано, как изменение фазового состава влияет на значения микротвердости сплава. Установлено, что максимальная твердость покрытия бинарного сплава 2200 HV₂₀ достигается при температуре выдержки 850 °С. Выявлено, что при нагреве образцов до 5 минут протекает процесс первичной рекристаллизации с образованием карбидов Fe₃W₃C.

Ключевые слова: бинарные гальванические покрытия, рентгеноструктурный анализ, фазовые превращения.

G. E. Medvedeva, I. G. Dyakov, S. A. Silkin

Kostroma State University

EFFECT OF HEAT TREATMENT TEMPERATURE ON PHASE COMPOSITION AND MICROHARDNESS OF IRON – TUNGSTEN BINARY ALLOY

The influence of heat treatment regimes on the microhardness and phase composition of a binary iron-tungsten alloy are considered in the article. Graphite coating and then electrodeposited copper sublayer up to 100 μm thick was inflicted to protect the surface of the deposited alloy from oxidation during heat treatment. The dependence of a change of the phase composition on the values of the microhardness of the alloy was revealed based on the data of X-ray diffraction analysis. The maximum microhardness of the coating of the binary alloy is equal to 2200 HV_{20} and is leading at a holding temperature of 850 $^{\circ}\text{C}$. If samples are heated up to 5 minutes, the process of primary recrystallization proceeds with the formation of $\text{Fe}_3\text{W}_3\text{C}$ carbides.

Keywords: binary galvanic coatings, X-ray diffraction analysis, phase transformations.

Детали механизмов и узлы машин в ходе эксплуатации часто попадают под негативное воздействие, подвергаясь трению о другие комплектующие и, как следствие, быстрому износу. На данный момент существует множество различных вариантов повышения времени службы деталей. Один из них – создание покрытий на поверхности деталей. К таким покрытиям можно отнести, например, гальванически осажденные сплавы железо-никель, железо-хром или железо-вольфрам. Это бинарные сплавы, которые обладают высокими показателями максимальной микротвёрдости и износостойкости. Но никель является дорогостоящим компонентом, а от хрома стоит отказаться из-за высокой токсичности отходов производства, когда, в тоже время, бинарные сплавы на основе вольфрама могут быть получены из нетоксичных компонентов. Из литературных данных известно, что сплавы на основе железа и вольфрама, полученные методом гальванического осаждения, обладают высокой твердостью и хорошей коррозионной устойчивостью [1–3]. При этом известно, что их дальнейшая термическая обработка позволяет получать более высокие значения твердости за счет изменения фазового состава. Максимальное значение микротвердости составляет 2100 HV_{20} . Одним из основных недостатков используемой в настоящее время технологии термической обработки бинарных сплавов является использование защитной среды аргона или вакуума для предотвращения окисления поверхности сплава, а также длительное время выдержки, достигающее нескольких часов. Одним из вариантов решения может стать нанесение защитных покрытий, что и определяет актуальность работы.

Потому, целью проведенных исследований будет являться определение влияние температуры термической обработки на фазовый состав и микротвёрдость бинарного сплава железо-вольфрам.

Для достижения цели были поставлены некоторые задачи, а именно: нанесение слоя железо-вольфрама на торцевую часть, обработка деталей при разных температурных режимах, последующее определение и сравнительный анализ фазового состава и микротвердости подготовленных образцов.

В начале, на торцевую часть детали электрохимическим способом (гальванически) наносился слой железо-вольфрама. Гальваническое осаждение проводилось электрохимическим методом на торцевую часть цилиндрического образца из малоуглеродистой стали 20 диаметром 10 мм. Для этого использовался электролит следующего состава: сульфат железа семиводный – 49 г/л и цитрат натрия – 150 г/л. Во всех экспериментах pH

электролита поддерживался в пределах 7,4–7,7, температура электролита от 75 до 85 °С, а плотность тока 5 А/дм² [4–6]. Толщина осаждённого слоя составляла 10±1 мкм. В качестве защитного предлагалось использовать двухслойное покрытие. Внутренний слой графита наносился с использованием технического средства Graphite 33, а в качестве внешнего использовалась гальванически осажденное медное покрытие толщиной до 100 мкм.

Для нанесения покрытия использовался электролит следующего состава: 200 г/л сульфата меди пятиводного и 50 г/л серной концентрированной кислоты. Осаждение проводилось в гальваностатическом режиме при плотности тока 5 А/дм².

После чего были выполнены две серии эксперимента по ТО.

В первом случае термическая обработка проводилась в течение 5 минут. Образец помещался в предварительно разогретую до нужной температуры печь. Термическую обработку проводили в печи в диапазоне температур от 600 до 950 °С шагом в 50 °С. Далее образец охлаждался от температуры обработки до комнатной на воздухе. После термической обработки с образца удалялся защитный слой, поверхность покрытия подвергалась дополнительной полировке для удаления остатков защитного покрытия и продуктов пиролиза углерода, после чего измерялась микротвёрдость поверхности.

Во второй серии образцы подвергались ТО при фиксированной температуре 850 °С. Время выдержки образца в печи варьировалось от 1 до 15 мин. Рентгеноструктурный анализ выполнялся с помощью дифрактометра ДРОН-УМ1 с использованием $\text{Co-K}\alpha$ излучение. Диапазон движения детектора составлял 30–110°, с шагом в 0,01 градус. Такие параметры съёмки давали возможность получить значения всех основных пиков железа и меди. Дифрактограммы были получены в одинаковых условиях.

Микротвёрдость гальванического покрытия после осаждения составила 890±20 HV₂₀ (рис. 1). Согласно полученным результатам нагрев образцов при минимальной температуре 600 °С приводит к повышению микротвердости от начальной до величины в 1420±25 HV₂₀. Рост значений микротвердости наблюдается при повышении температуры до 850 °С, при которой наблюдается максимальное значение 2122±25 HV₂₀. Дальнейшее увеличение температуры нагрева до 950 °С приводит к монотонному снижению микротвердости до значений 1180±25 HV₂₀.

Осажденное покрытие обладает рентгеноаморфной структурой, а на дифрактограмме наблюдается размытое гало в диапазоне углов отражения от 42 до 58° (рис. 2). Согласно литературным данным после осаждения образуется раствор вольфрама в железе с наноразмерным размером зерна. Рост температуры нагрева от 650 °С приводит к уменьшению размеров гало, а при температуре 750 °С появляются пики, соответствующие фазам Fe₃W₃C. Эти изменения указывают на начало процесса рекристаллизации в осажденном покрытии. Дальнейший рост температуры до 850 °С приводит к завершению процесса рекристаллизации, так как на дифрактограмме обнаруживаются только пики, соответствующие сложным карбидам типа Fe₃W₃C твёрдой структуры и отсутствует рентгеноаморфное гало.

Дальнейший нагрев образцов в печи до 950 °С приводит к изменению фазового состава в покрытии. На дифрактограмме появляются переходные фазы типа $\text{Fe}_3\text{W}_3\text{C}$ – $\text{Fe}_2\text{W}_4\text{C}$ и $\text{Fe}_6\text{W}_6\text{C}$, которые накладываются друг на друга. Рост интенсивности пиков фаз типа $\text{Fe}_6\text{W}_6\text{C}$ и уменьшение интенсивности линий чистых твёрдых фаз типа $\text{Fe}_3\text{W}_3\text{C}$ приводит, как следствие, к снижению значений микротвёрдости.

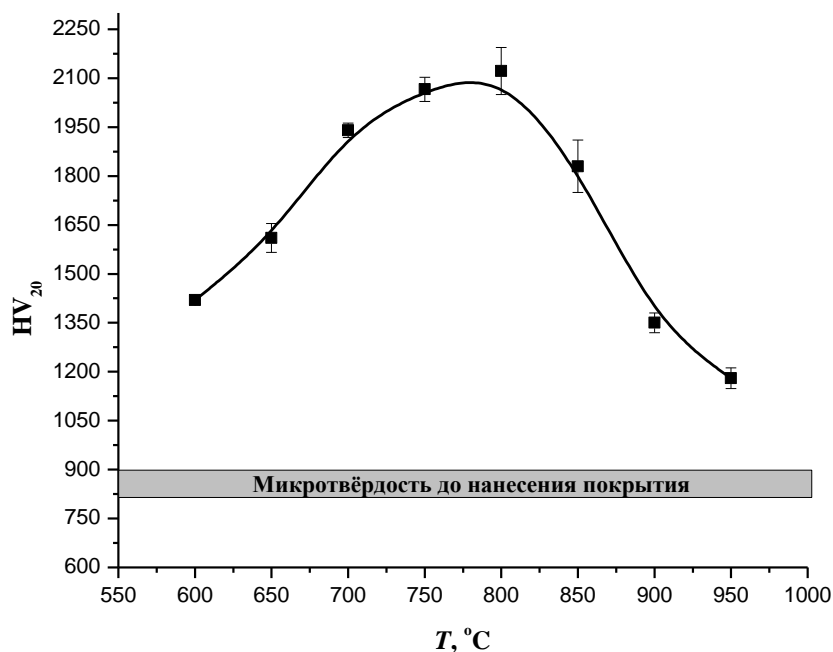


Рис. 1. Зависимость микротвёрдости от температуры термической обработки бинарного сплава на основе Fe-W

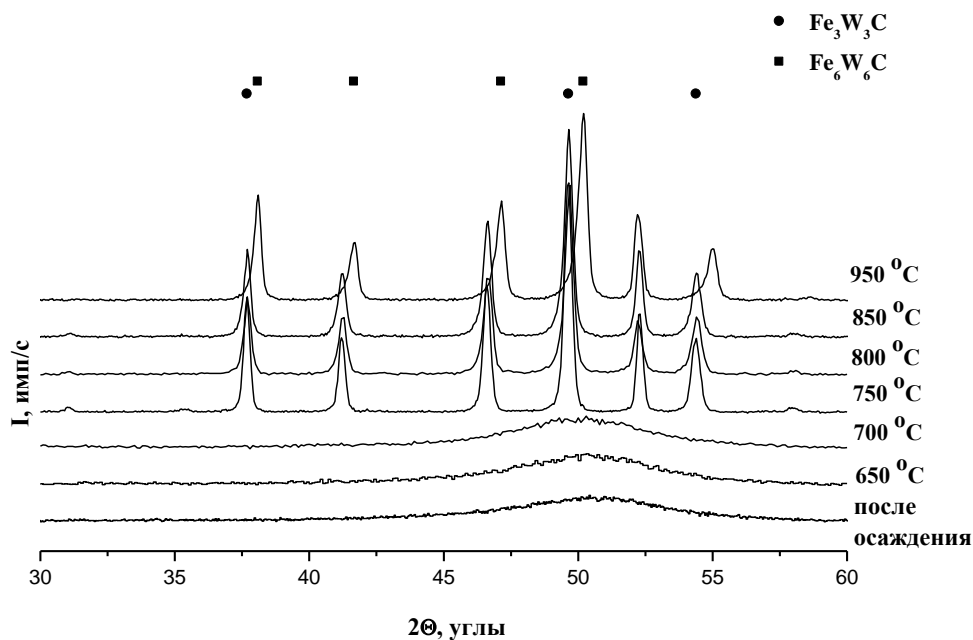


Рис. 2. Рентгенограммы, установленные в порядке увеличения температуры термической обработки, с указанными фазами, которые образуются в ходе данного эксперимента

Вторая серия экспериментов была посвящена изучению влияния времени выдержки образцов при заданной температуре ТО. В качестве температуры обработки было выбрано значение 850 °С. Увеличение времени выдержки в печи приводит к росту значений микротвёрдости покрытия (рис. 3). После 2 мин нагрева наблюдается повышение микротвёрдости до 1325 ± 25 HV₂₀. Рост значений микротвёрдости образцов наблюдается вплоть до времени выдержки 10 мин, после чего значения стабилизируются на уровне 1950 ± 20 HV₂₀.

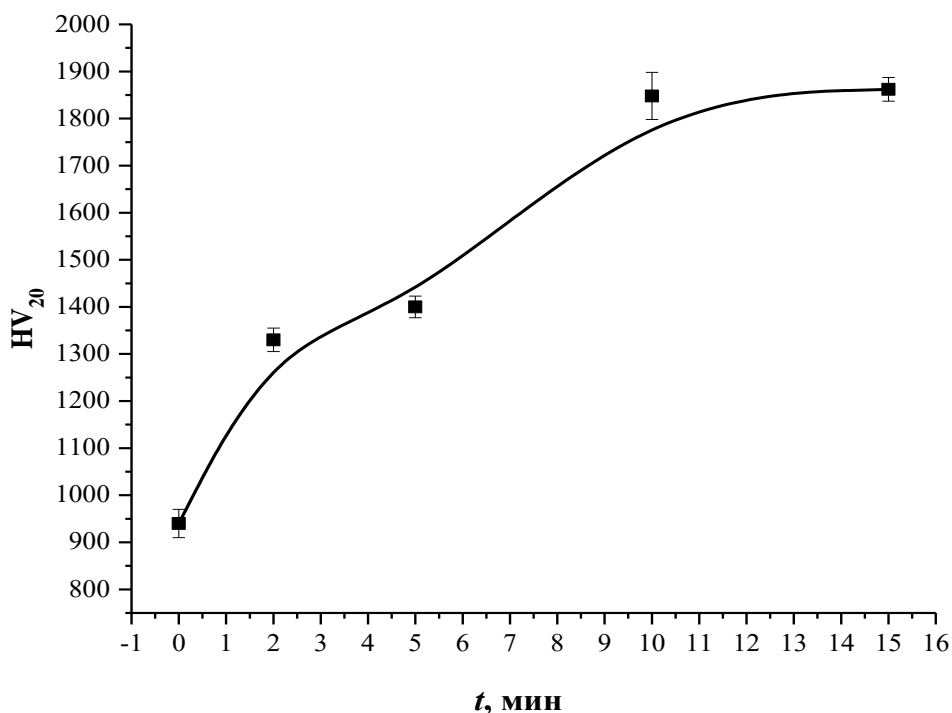


Рис. 3. Зависимость микротвёрдости образца от времени выдержки в печи после термической обработки при 850 °С

На рис. 4 показана зависимость фазового состава покрытия от времени термической обработки. Было установлено, что на начальных стадиях термической обработки до 5 мин рентгеноаморфное гало полностью не исчезает, но времени выдержки 5 мин начинают появляться пики карбидов Fe₃W₃C. Можно предположить, что такого количества времени термической обработки достаточно для начала процесса активной рекристаллизации и, как следствие, для повышения микротвёрдости исследуемого покрытия.

На дифрактограммах, соответствующих временам термической обработки 10 и 15 мин обнаруживаются только пики, которые соответствуют твёрдым фазам типа Fe₃W₃C, а гало не выявляется. Следовательно, к этому моменту времени процесс рекристаллизации аморфного сплава завершается и начинает протекать процесс собирательной рекристаллизации, что и приводит к стабилизации значений микротвёрдости покрытий.

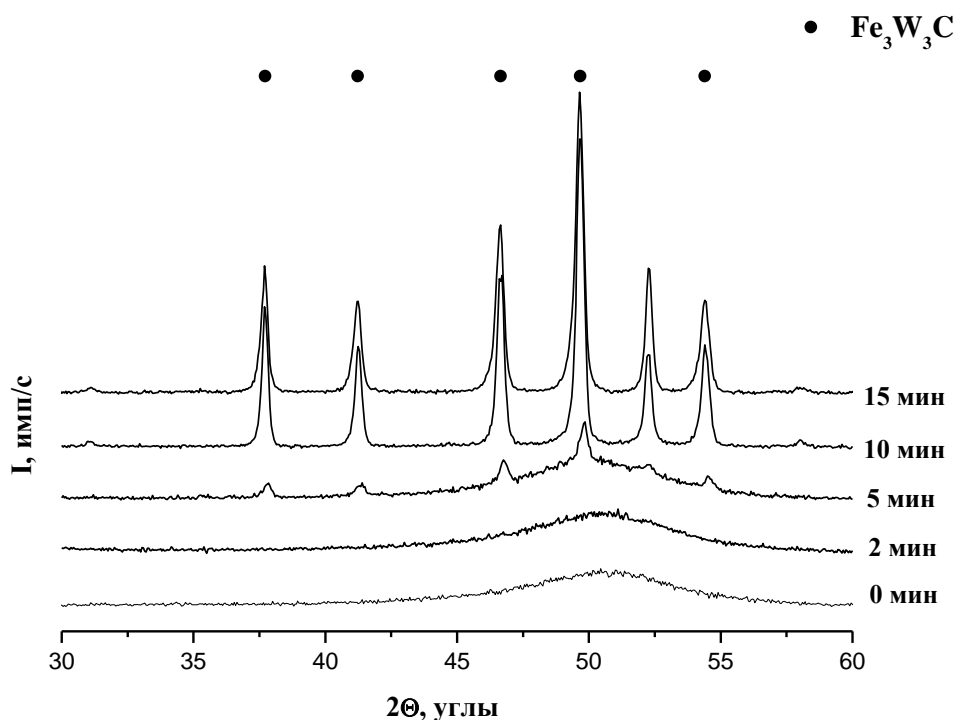


Рис. 4. Рентгенограммы, установленные в порядке увеличения времени термической обработки, с указанными фазами, которые образуются в ходе данного эксперимента

ВЫВОДЫ

1. Полученные данные по фазовому составу и микротвёрдости хорошо согласуются с опубликованными в литературе.
2. Использование защитных покрытий из графита и меди, которые стали альтернативой защитной атмосфере в печи в виде вакуума или аргона, помогло сократить время термической обработки.
3. Повышение микротвёрдости образцов в диапазоне температур от 650 до 850 °С связано с первичной рекристаллизацией, а снижение микротвёрдости связано с фазовым переходом.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

БИНАРНОГО СПЛАВА ЖЕЛЕЗО – ВОЛЬФРАМ

1. Ibrahim M. A. M., Abd El Rehim S. S., Moussa S. O. Electrodeposition of Noncrystalline Cobalt-Tungsten Alloys from Citrate Electrolyte // J. Appl. Electrochem. 2003. Vol. 33. P. 627–633.
2. Yang F. Z., Ma Z. H., Huang L. et al. Electrodeposition and Properties of Amorphous Ni-W-B Alloy Before and After Heat Treatment // Chinese Journal of Chem. 2006. № 24(1). P. 114–118.
3. Белевский С. С. Индуцированное соосаждение нанокристаллических Co-W покрытий и их механические свойства: дис. ... д-ра хим. наук: 02.00.05. Кишинев, 2012. 160 с.
4. Бобанова Ж. И., Грабко Д. З., Даницэ З., Миргогорская Я., Дикусар Д. И. Электроосаждение и свойства сплава железо – вольфрам // Электронная

обработка материалов. 2007. № 4. URL:
<https://cyberleninka.ru/article/n/elektroosazhdenie-i-svoystva-splava-zhelezo-volfram/viewer> (дата обращения: 10.04.2023).

5. Васько А. Т. Электрохимия молибдена и вольфрама. Киев, 1977.

6. Гамбург Ю. Д., Захаров Е. Н., Горюнов Г. Е. Электрохимическое осаждение, структура и свойства сплава железо – вольфрам // Электрохимия. 2001. Т. 37, № 7. С. 789–793.

УДК 554.344.01; 621.78.067

Т. А. Коврижных¹, И. Г. Дьяков²
^{1,2}Костромской государственной университет
¹tanjianaruto@gmail.com, ²igdyakov@mail.ru

ВЫБОР УСЛОВИЙ ТЕРМИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ КОНСТРУКЦИОННЫХ СТАЛЕЙ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ СТРУКТУРЫ

В ряде случаев после химико-термической обработки стальных деталей возникает необходимость получения равновесной структуры, для чего производится отжиг. В статье показано, что нагрев в кислородной атмосфере приводит к обезуглероживанию поверхности образца на глубину до 500 мкм. В качестве дорогостоящему оборудованию, в котором создаются закрытые защитные атмосферы, рассмотрены способы комбинированного сочетания защитных атмосфер в открытом «стакане» с сочетанием масок из гальванических покрытий, препятствующих диффузии углерода в сталь. Сформулированы рекомендации по минимизации обезуглероженного поверхностного слоя.

Ключевые слова: термическая обработка, защитные атмосферы, равновесная структура конструкционных сталей.

T. A. Kovrizhnykh, I. G. Dyakov
Kostroma State University

CHOICE OF HEAT TREATMENT CONDITIONS OF STRUCTURAL STEEL TO OBTAIN AN EQUILIBRIUM STRUCTURE

In some cases, after the chemical-thermal treatment of steel parts, it becomes necessary to obtain an equilibrium structure, for which annealing is performed. The article shows that heating in an oxygen atmosphere leads to decarburization of the sample surface to a depth of 500 μm. As an expensive equipment in which the closure of protective atmospheres is created, the methods of combined combination of protective atmospheres in an open "glass" with a combination of masks from galvanic coatings that prevent the diffusion of carbon into steel are considered. Recommendations for minimizing the decarburized surface layer are formulated.

Keywords: heat treatment, protective atmospheres, equilibrium structure of structural steels.

ВВЕДЕНИЕ

Улучшение комплекса механических свойств сталей после химико-термической обработки является следствием изменения фазового состава поверхности обрабатываемой детали. Итоговый фазовый состав определяется не только финальной термической обработкой, но и распределением диффундирующего элемента в поверхностном слое. Современные высокоточные методы, такие как EDX анализ при электронной микроскопии поверхности шлифа [1] в ряде случаев, например, при анализе лёгких элементов, имеют большую погрешность измерения. В случае изучения особенностей распределения углерода в диффузионном слое после цементации удобно воспользоваться методами, основанными на анализе фазового состава [1].

Альтернативой являются методы, основанные на анализе фазового состава. Особенностью данных методов является требование равновесности структуры. Однако получение равновесной структуры посредством термической обработки приводит к изменению распределения элементов в поверхностном слое. Возникает задача по подбору такого режима обработки, который позволил бы получить равновесную структуру в центре образца без изменения фазового состава поверхностного слоя при нагрев выше температуры A_{c3} в защитной газовой атмосфере [2].

Данная работа посвящена поиску способа получения равновесной структуры в поверхностном слое толщиной до 500 мкм без использования специализированного оборудования с применением твёрдых засыпок, позволяющих создавать в нагреваемом объеме контролируемую атмосферу, и защитных гальванических покрытий.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Обработке подвергались цилиндрические образцы диаметром 11 мм и длиной от 15 до 800 мм, изготовленные из стали 45 и 50. Выбор данных марок стали обусловлен тем, что по изменению ее структуры можно определить не только процесс обезуглероживания, но и цементации, что позволяет оптимизировать как процесс термической обработки, так и состав контролируемых атмосфер.

Предварительная подготовка поверхности образцов к нанесению гальванического медного покрытия заключалась в наведении шероховатости, обезжиривании образцов и активации 3 %-ным раствором серной кислоты.

Осаждение меди проводилось в сернокислом электролите [3]. В качестве противоиэлектрода использовалась спираль из медной проволоки марки М0. Плотность тока варьировалась от 0,5 до 2 А/дм², продолжительность обработки – от 1 до 15 ч с использованием потециостата-гальваностата Р-45Х.

Отжиг производился в муфельной печи при температурах от 800 до 950 °С с шагом в 50 °С в течение времени от 0,5 до 2 ч в толстостенном стальном стакане с песочным затвором [2]. В качестве контролируемой атмосферы использовались аргон, смесь древесного угля и карбоната кальция в объемных соотношениях 1:1.

Толщина обезуглероженного слоя определялась металлографическим методом. Структура поверхностного слоя образцов изучалась с помощью оптического металлографического микроскопа ЕС МЕТАМ РВ-21 после полирования и травления ниталем (4 %-ный раствор азотной кислоты в этиловом спирте) в течение 10 с [5].

За толщину цементованного слоя принималась толщина слоя от края шлифа до основной структуры металла. Концентрация углерода определялась методом Розиваля [1].

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

Насыщение углеродом малоуглеродистых сталей методом анодного электролитно-плазменного нагрева позволяет получить модифицированный слой толщиной до 200 мкм. Нагрев образцов в естественной атмосфере приводит как к обезуглероживанию поверхностных слоёв, так и к образованию толстого оксидного слоя, что делает невозможным анализ распределения углерода по толщине поверхностного слоя.

Одним из методов борьбы с обезуглероживанием, предлагаемым в литературе, является отжиг с использованием контролируемой атмосферы [7]. В качестве одного из первых вариантов был рассмотрен отжиг образцов в атмосфере аргона. Здесь техническим аргоном наполнялся металлический толстостенный стакан высотой 120 мм после закладки на дно образцов из стали 45. Было установлено, что в диапазоне температур отжига от 750 до 950 °С и времени выдержки от 30 мин до 2 ч всегда происходит формирование тонкого тёмного оксидного слоя, а минимальная толщина обезуглероженного слоя составляла 60 мкм. Это может быть обусловлено двумя причинами. Во-первых, в техническом аргоне в качестве примеси неизменно присутствует некоторое количество кислорода. Во-вторых, при нагревании аргон расширяется, вследствие чего некоторая его часть «вытекает» из стакана. При охлаждении объем аргона уменьшается, а верхняя часть стакана заполняется воздухом из внешней среды. Также нельзя исключить и перемешивание газов в процессах нагревания и охлаждения.

Одной из причин понижения концентрации углерода в поверхностном слое является разность концентраций его в поверхностном слое и во внешней среде, что создаёт градиент концентраций углерода и обеспечивает тем самым направление его «диффузии». Поэтому другим вариантом контролируемых атмосфер может быть создание при нагреве среды с повышенным содержанием монооксида углерода, который является активным источником углерода при цементации [5, 6].

Известно, что в качестве твёрдого карбюризатора используется древесный уголь с добавками активаторов. Термическая обработка при температуре 950 °С в течение 2 ч с использованием измельченного древесного угля в качестве засыпки приводит к цементации поверхностного слоя на глубину до 300 мкм. При этом распределение углерода носит немонотонный характер: максимальная концентрация достигается на некотором расстоянии от края шлифа. Наиболее вероятно, что при термической обработке протекают следующие процессы. При нагревании мелкодисперсного угля происходит его неполное сгорание в условиях

недостатка кислорода, что приводит к образованию монооксида углерода в количестве, достаточном для процесса цементации. Так как нагрев в печи осуществляется по всему объему, образование монооксида происходит во всем объеме металлического стакана. Охлаждение образцов происходит вместе с печью и занимает несколько часов. В этом случае можно считать, что охлаждение протекает при постоянном давлении. Поскольку при одинаковых температурах плотность монооксида углерода больше плотности кислорода, в ходе охлаждения объем, занимаемый угарным газом, уменьшается, а сам газ занимает нижнюю часть объема стакана. В то же время в верхнюю часть стакана поступает кислород из окружающей среды. Снижение температуры приводит к уменьшению скорости окисления до диоксида углерода, за счет этого контакт кислорода, поступившего в верхнюю часть стакана извне, с поверхностью образца приводит к окислению тонкого поверхностного слоя и снижению концентрации углерода на поверхности [6]. Толщина оксидного слоя не определяется на металлографическом шлифе при увеличении $\times 400$, но при этом концентрация углерода на краю образца даже при наличии обезуглероживания превосходит исходную.

Для уменьшения концентрации монооксида углерода было решено делать смесь на основе мелкодисперсного угля и карбоната кальция в пропорции 1:1. Для затруднения контакта кислорода при остывании использовался песочный затвор [2]. На этом этапе термической обработке подвергался образец длиной 80 мм, расположенный вертикально в стакане для определения влияния глубины слоя засыпки на распределение углерода (рис. 1). Для построения распределения углерода в глубину образца от вертикальной координаты металлографический шлиф делался путем удаления половины материала вдоль образца. Шаг построения по вертикальной координате составляет 5 мм, а глубина анализируемого слоя 1,5 мм с шагом в 100 мкм. При этом длина полосы для оценки концентрации углерода на данной глубине составляла 10 мкм. Из полученных данных можно сделать следующие выводы.

Распределение концентрации углерода по высоте монотонно возрастает с повышением глубины погружения. При этом в верхней части существует область с сильным обезуглероживанием, где концентрация углерода меньше начальной. В нижней части образца наблюдается превышение концентрации углерода по сравнению с исходной. Таким образом, высота засыпки смеси над образцом должна быть не менее 40 мм для подавления процессов обезуглероживания. Все дальнейшие эксперименты были проведены с образцами длиной 15 мм и высотой засыпки смеси над образцом не менее 50 мм.

Было установлено влияние условий охлаждения на распределение концентрации углерода по глубине образца (рис. 2). Следует отметить, что при охлаждении на воздухе также наблюдается не монотонная зависимость распределения углерода в поверхностном слое. Максимум концентрации углерода находится на глубине около 200 мкм от края образца. При таком варианте охлаждения доля углерода на глубине до 800 мкм во всех точках превышает содержание элемента в глубине образца. В случае варианта

охлаждения с печью в поверхностном слое наблюдается обезуглероживание, то есть снижение концентрации по сравнению со средними значениями в глубине образца. Распределение концентрации углерода отличается не только в поверхностном слое, но и в глубине образца. Это может быть связано со скоростью охлаждения: при охлаждении на воздухе за счет подавления процессов диффузии образуется структура с большим содержанием мелкопластинчатого перлита, соответствующая псевдоэвтектоиду, что приводит к завышению доли углерода.

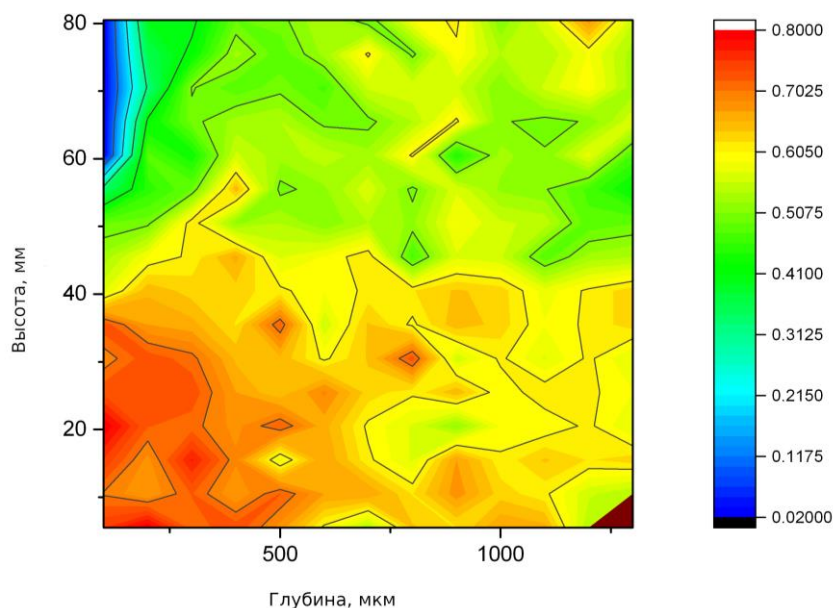


Рис. 1. Распределение содержания углерода в образце из стали марки 50 после отжига при температуре 950 °С в течение 2 ч в углеродсодержащей атмосфере

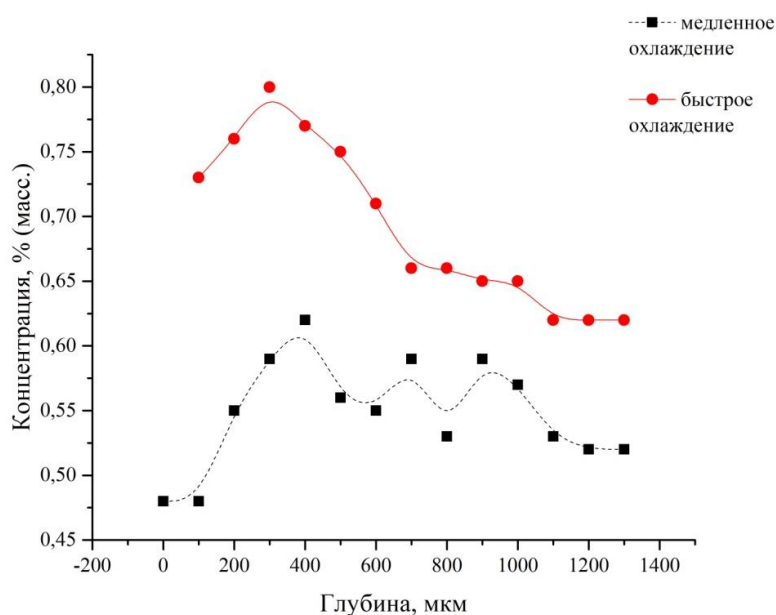


Рис. 2. Распределение содержания углерода в стальном образце после отжига при температуре 950 °С в течение 2 ч и последующим охлаждением в печи и на воздухе

Для защиты части детали от цементации традиционно используют медные покрытия [7]. Также предполагается, что защитный гальванический слой может снизить толщину обезуглероженной зоны за счет уменьшения контакта поверхности стали с кислородом. Другим варьируемым параметром выступает время нагрева. Термической обработке были подвергнуты три образца с медным покрытием при времени нагрева от 0,5 ч до 2 ч с шагом в 30 мин (рис. 3). Из полученных данных следует, что снижение времени выдержки в указанном диапазоне приводит к уменьшению толщины обезуглероженного слоя, но поверхностная концентрация для всех случаев составляет 0,3 % (масс.).

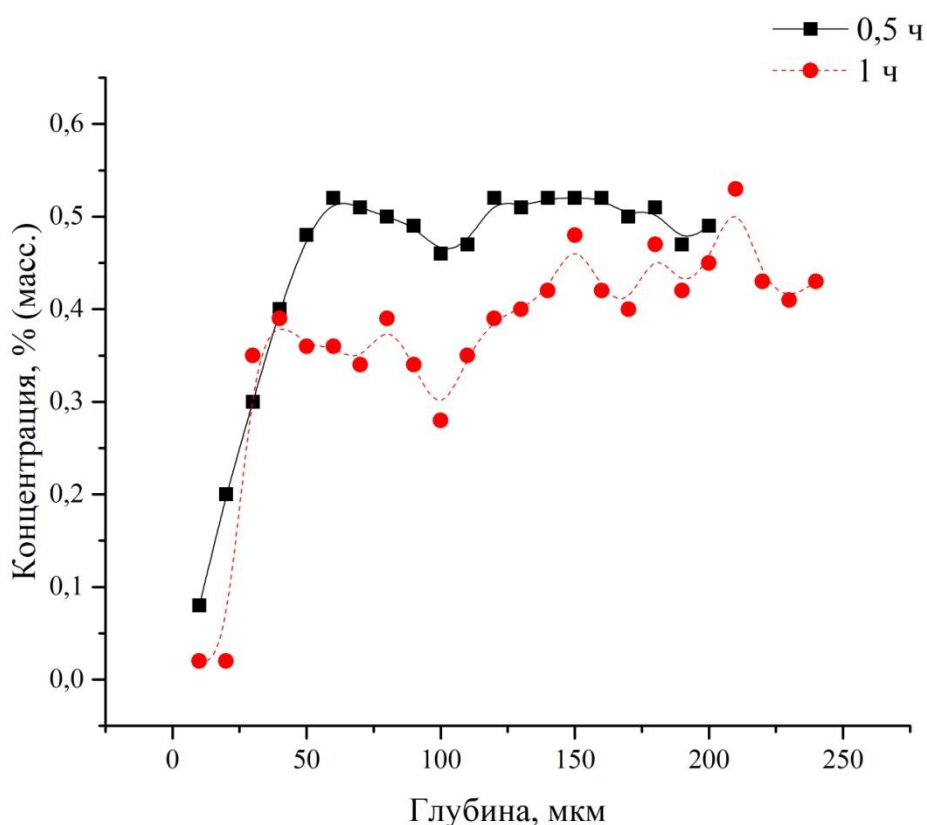


Рис. 3. Распределение концентрации углерода в поверхностном слое образцов в зависимости от времени отжига

Другим вариантом уменьшения интенсивности обезуглероживания стали во время нагрева является уменьшение температуры нагрева. На рис. 4 представлены зависимости распределения концентрации углерода по глубине слоя при разных температурах нагрева. Во всех трех случаях массовая доля углерода в глубине образца совпадает с учетом точности метода и допусков по концентрации данной марки стали. Снижение температуры нагрева приводит одновременно к подавлению процесса цементации образца, следствием чего является монотонная зависимость концентрации по глубине. При этом наблюдается снижение концентрации углерода в тонком поверхностном слое при снижении температуры нагрева.

Влияния толщины медного покрытия на распределение углерода обнаружено не было в диапазоне толщин гальванических покрытий от 50 до 150 мкм. На поперечных шлифах не было обнаружено сквозной пористости медного слоя, но наблюдается неплотное прилегание покрытия к материалу основы, что может быть следствием слабой адгезии. Низкие значения величины сцепления гальванического покрытия с материалом основы, а также разный коэффициент термического расширения меди и стали могут приводит к отслаиванию покрытий, что влечет за собой образование сплошных полостей и интенсификации контакта поверхности стали с кислородом при охлаждении образцов.

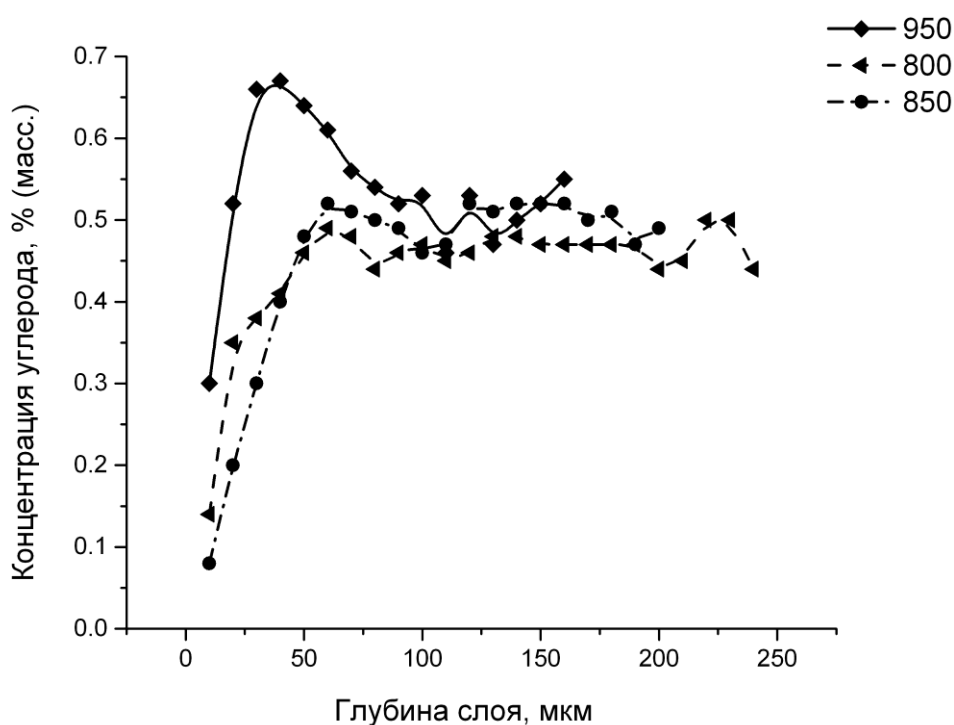


Рис. 4. Распределение концентрации углерода в поверхностном слое образцов в зависимости от температуры отжига

Таким образом, было установлено, что при использовании муфельной печи возможно уменьшение толщины обезуглероженного слоя до 25 мкм при следующих условиях термической обработки: 1) снижение температуры нагрева до 850 °C, а времени выдержки до 30 мин. Высокая концентрация веществ-карбюризаторов приводит к формированию сплошного цементованного слоя. Применение гальванических покрытий позволяет частично уменьшить как толщину цементации, так и обезуглероженного слоя. Одним из путей дальнейшего совершенствования технологии является улучшение сцепления медного слоя с материалом основы, возможно с добавлением промежуточного слоя из никеля.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Вейнберг Ф. Приборы и методы физического материаловедения. Т. 1. М. : Мир, 1973.
2. Муравьев В. И. Применение защитных сред и обмазок при термической обработке // *Металловедение и термическая обработка металлов*. 1968. № 12. URL: <https://inductor.su/tehnickeskaya-biblioteka/primenenie-zaschitnyh-sred-obmazok-pri-termicheskoy-obrabotke/> (дата обращения: 10.04.2023).
3. Галанин С. И. Нанесение защитных и защитно-декоративных медных и никелевых электролитических покрытий : методические указания. Кострома : КГТУ, 1998.
4. Коваленко В. С. Металлографические реактивы. М. : Metallurgia, 1970. 133 с.
5. Лахтин Ю. М., Леонтьева В. П. *Материаловедение*. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Машиностроение, 1990. 528 с.
6. Жук Н. П. *Курс коррозии и защиты металлов*. М. : Metallurgia, 1976. 473 с.
7. Владиславлен В. С. *Справочник металлиста*. Т. 3. М. : Машгиз, 1958. 560 с.

УДК 554.344.01; 620.178.162

Л. В. Емцева¹, М. Х. Махмудова², Г. М. Язмурдова³, И. Г. Дьяков⁴

^{1,2,3,4}Костромской государственной университет

¹*lub.yem@mail.ru*, ²*Mashanashewa15@gmail.com*, ³*yazmuradowa00@gmail.com*,

⁴*igdyakov@mail.ru*

ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ АНОДНОЙ ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ ЦЕМЕНТАЦИИ СТАЛИ 20 НА ФАЗОВЫЙ СОСТАВ И ТРИБОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УПРОЧНЕННОГО СЛОЯ

В работе рассматривается влияние температуры анодной электролитно-плазменной цементации образцов из стали 20 на фазовый состав поверхностного слоя и массовый износ в условиях сухого трения. Установлено, что минимальные значения убыли массы при трении определяются максимальной долей остаточного аустенита в упрочненном слое, которые получают при насыщении образца в диапазоне температур 850 – 900 °С.

Ключевые слова: анодная электролитно-плазменная цементация, рентгеноструктурный анализ, трение, массовый износ, фазы.

INFLUENCE OF THE TEMPERATURE OF ANODE ELECTROLYTE-PLASMA CEMENTATION OF STEEL 20 ON THE PHASE COMPOSITION AND TRIBOLOGICAL PROPERTIES OF THE HARDENED LAYER

The influence on the phase composition of the surface layer and mass wear under dry friction conditions of the temperature of anodic electrolytic-plasma carburizing of low carbon steel 20 are considered in the article. The dependence of the mass loss of the sample during friction on the proportion of retained austenite in the hardened layer is established. The minimum mass wear in samples treated at the temperature range of 850-900 °C are observed.

Keywords: anode electrolytic-plasma carburizing, X-ray diffraction analysis, friction, mass wear, phases.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из основных проблем современного машиностроения является изнашивание рабочих частей узлов трения в процессе эксплуатации [1]. Увеличение срока службы контактирующих частей деталей возможно с применением химико-термической обработки поверхности (ХТО). Анодный электролитно-плазменный нагрев представляет собой один из вариантов скоростной ХТО [2]. К преимуществам этого варианта обработки деталей можно отнести простоту используемого оборудования, отсутствие необходимости в специальной подготовке поверхности образца перед обработкой и возможность совмещения химико-термической обработки с последующей закалкой путем отключения напряжения в системе.

Одним из наиболее эффективных и простых вариантов анодной ХТО является цементация. Для ее осуществления используются водные растворы с добавлением углеродсодержащих компонентов [3]. К настоящему времени выполнен большой объем экспериментальных исследований, позволивший установить основные характеристики процесса. Например, зависимость толщины слоя и распределение микротвердости в нем от состава электролита, температуры насыщения и времени [4]. Однако в литературе присутствуют только отрывочные сведения о влиянии условий анодной цементации на количественный фазовый состав поверхностного слоя и о взаимосвязи полученных слоев с эксплуатационными характеристиками.

В данной статье рассматривается влияние температуры анодной электролитно-плазменной цементации малоуглеродистой стали 20 на фазовый состав и трибологические свойства упрочненного слоя при использовании глицерина в качестве углеродсодержащего компонента.

МЕТОДЫ И МАТЕРИАЛЫ

Для исследования была выбрана малоуглеродистая сталь 20. Выбор материала обусловлен тем, что в силу своего фазового состава при нагреве и

быстром охлаждении материал не претерпевает фазовых переходов, связанных с образованием мартенсита. Следовательно, свойства поверхностного слоя будут определяться как скоростью охлаждения, так и распределением углерода в нем.

Анодной электролитно-плазменной цементации подвергались образцы стали 20 цилиндрической формы диаметром 11 мм и высотой 15 мм. Перед обработкой шероховатость поверхности образцов составляла $1 \pm 0,05$ мкм. В качестве рабочего электролита использовался водный раствор, содержащий 10 % (масс.) глицерина и 10 % (масс.) хлорида аммония. Выбор состава электролита обусловлен низкой летучестью, высокими науглероживающим потенциалом и коэффициентом диффузии глицерина.

Анодная ЭПЦ проводилась на установке с переливом рабочего раствора через край осесимметричной цилиндрической ячейки с последующим охлаждением в теплообменнике [4]. Скорость подачи электролита составляла 2 л/мин. Охлаждение электролита осуществлялось в теплообменнике водопроводной водой с постоянной скоростью протока равной 3 л/мин.

Обработка производилась в диапазоне температур от 750 до 950 °С с шагом 50 °С. Время обработки составляло 5 мин. Охлаждение после насыщения осуществлялось непосредственно в электролите от температуры насыщения путем отключения напряжения на рабочей ячейке.

Значение напряжения фиксировалось с помощью вольтметра ЛМ-1. Сила тока измерялась с помощью клещевого мультиметра MASTECHMS2101. Скорость расхода электролита определялась с помощью поплавкового ротаметра РМФ–0,16 ЖУЗ. Для определения температуры анода использовался мультиметр MS-8221 и хромель-алюмелевая термопара М89-К1 с точностью 2 % в диапазоне от 400 до 1000 °С.

Трибологические испытания проводились на установке, позволяющей производить трение по схеме «плоскость по диску» [5]. Контртело из закаленной стали ШХ15 изготовлено в форме диска с твердостью поверхности 58–60 HRC. Испытания производились в режиме сухого трения.

Было проведено две серии экспериментов. Для изучения влияния скорости скольжения на трибологические характеристики в первой серии трению подвергались образцы стали 20, обработанные при температуре 850 °С. Нормальная нагрузка, действующая на систему «плоскость-диск» составляла 5,3 Н. Линейная скорость скольжения варьировалась в диапазоне от 0,5 до 1,5 м/с, с шагом 0,25 м/с. Общий путь трения для каждого образца составлял 5 км. Через каждые 1 км пути трения измерялся массовый и объемный износ, а также рассчитывался коэффициент трения на этом участке.

Для выявления влияния температуры насыщения на параметры износа проводилась вторая серия экспериментов. Трению подвергались образцы стали 20 после анодной электролитно-плазменной цементации при температуре от 750 °С до 950 °С с шагом 50 °С. Сила нормального давления

была увеличена до 14,2 Н для повышения величины массового износа. Линейная скорость скольжения составляла 1 м/с. Общий путь трения для всех образцов составлял 15 км. Каждые 3 км пути трения измерялся массовый и объемный износ, а также рассчитывался коэффициент трения.

Дифрактограммы поверхностного слоя образцов были получены на дифрактометре ДРОН-УМ1 с кобальтовым излучением $\text{Co-K}\alpha$ длиной волны $\lambda = 1,79026 \text{ \AA}$. Здесь шаг сканирования составлял $0,05^\circ$ и временем набора импульсов 4 с. Фокусировка дифрактометра была произведена по методу Зеемана – Болина. Для того, чтобы на дифрактограммах не появлялись отражения длин волн линий α_2 и β , в качестве кристалла монохроматора использовался пиролитический графит. Сила тока в трубке составляла 20 мкА при напряжении 30 кВ.

Анализ профиля линий, а также разделение пиков при их частичном перекрытии осуществлялось с использованием функции Пирсона VII:

$$y = y_0 + A \frac{2\Gamma(m)\sqrt{2^{\frac{1}{m}} - 1}}{\sqrt{\pi}\Gamma\left(m - \frac{1}{2}\right)w} \left[1 + 4 \frac{2^{\frac{1}{m}} - 1}{w^2} (x - x_c)^2 \right]^{-m}, \quad (1)$$

где y_0 – уровень фонового излучения в окрестностях рассматриваемого пика, A – амплитудное значение интенсивности, фиксируемое детектором с учетом вычитания уровня фона, x_c – положение центра пика, w – значение полуширины пика на полувысоте, m – фактор симметричности пика [6].

Для количественного определения соотношения аустенита (γ) и мартенсита (α) использовали следующее уравнение (2):

$$f_\gamma = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{I_{hkl,i}^\gamma}{R_{hkl,i}^\gamma}}{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \frac{I_{hkl,j}^\gamma}{R_{hkl,j}^\gamma} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{I_{hkl,i}^\gamma}{R_{hkl,i}^\gamma}} \times 100\%, \quad (2)$$

где n , m – число пиков аустенита и мартенсита соответственно, $I_{hkl,i}^\gamma$ и $I_{hkl,i}^\alpha$ – экспериментальные интенсивности фаз, а $R_{hkl,i}^\gamma$ и $R_{hkl,i}^\alpha$ – теоретические интенсивности аустенита и мартенсита [7]. Текстурный эффект учитывали усреднением отношений измеренных интенсивностей нескольких (hkl) рефлексов γ фазы I_{hkl}^γ и α фазы I_{hkl}^α фаз к теоретическим интенсивностям соответствующих дифракционных пиков ($R_{hkl,i}^\gamma$ и $R_{hkl,i}^\alpha$).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Согласно полученным с рентгеноструктурного анализа данным в поверхностном слое выявляются только фазы остаточного аустенита и мартенсита (рис. 1). При этом на дифрактограммах отсутствуют пики,

характерные для оксидов железа, хотя визуально на поверхности образца можно рассмотреть тонкий полупрозрачный слой оксидов. Наиболее вероятно, что при резком охлаждении происходит аморфизация кристаллической структуры оксидов, что и приводит к отсутствию пиков на дифрактограмме.

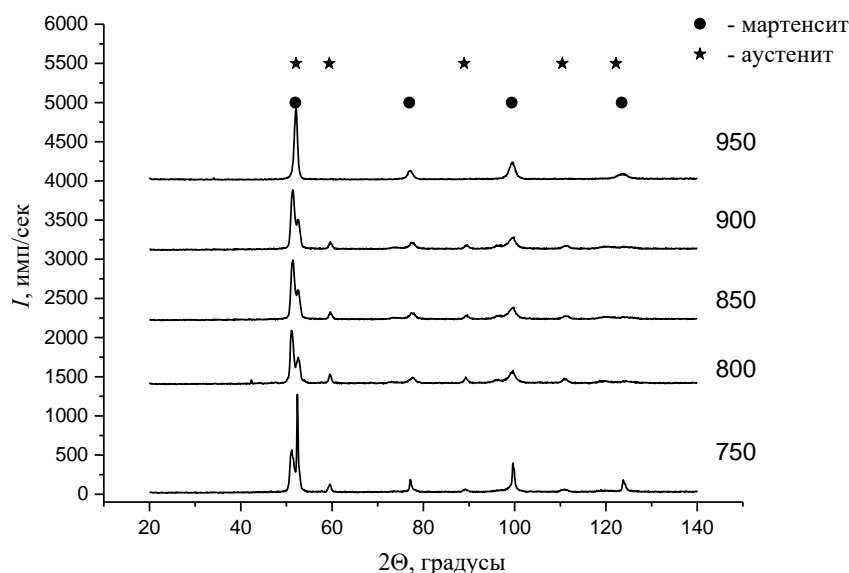


Рис. 1. Дифрактограммы образцов сталь 20 после цементации в течение 5 мин в растворе с глицерином: α -Fe, γ -Fe. Закалка в электролите от температуры насыщения

Из данных рентгеноструктурного анализа следует, что интенсивность линий мартенсита и остаточного аустенита определяется температурой закалки, которая в данном случае совпадала с температурой цементации. Так как линии пиков остаточного аустенита (101) и мартенсита (111) частично перекрывают друг друга, то для получения интенсивности каждой линии проводилось их разделение. Форма пиков аппроксимировалась согласно уравнению (1). Данные по исправленным интенсивностям позволили с учетом выражения (2) получить зависимость доли остаточного аустенита и мартенсита от условий анодной цементации (рис. 2). Доля аустенита растет с повышением температуры нагрева и связанного с ним фазового перехода феррита и перлита. Увеличение концентрации углерода за счет его более высокой растворимости в высокотемпературной фазе приводит к понижению температуры превращения, что, согласно диаграмме состояния железа-цементит также приводит к смещению фазового равновесия вправо [8]. С ростом толщины диффузионного слоя и температуры цементации в поверхностных слоях растет число центров образования мартенсита. В этом случае рост остаточного аустенита связан с увеличением доли мартенсита за

счет увеличения сжимающих напряжений, стабилизирующих остаточный аустенит.

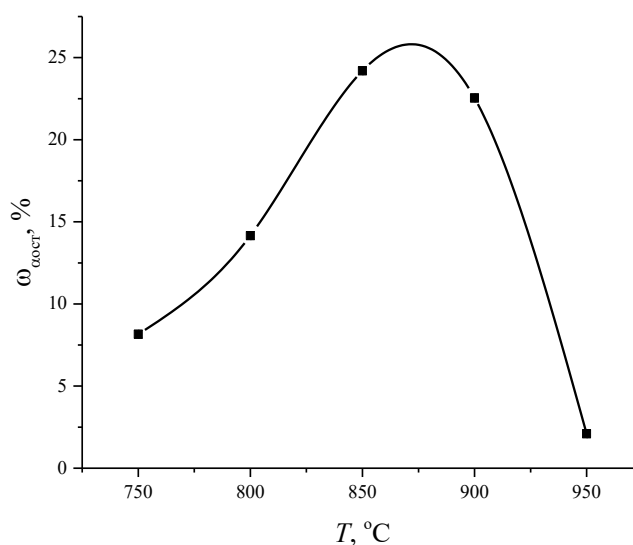


Рис. 2. Зависимость доли фаз остаточного аустенита (γ -Fe) от температуры закалки

С ростом температуры обработки от 850 до 950 °C уменьшение доли остаточного аустенита. Известно, что толщина рассеивающего слоя или информационная глубина t_u определяется выражением:

$$t_u = \frac{\sin \gamma \sin(2\Theta - \gamma)}{\mu[\sin \gamma + \sin(2\Theta - \gamma)]}, \quad (3)$$

где Θ – угол падения, а $\gamma = \Theta - \Psi$ – угол скольжения [9]. В рассматриваемом случае съемка проводилась при угле скольжения $\Psi = 0^\circ$, то есть толщина информационного слоя будет равна

$$t_u = \frac{\sin \gamma}{2\mu}, \quad (4)$$

что дает значения этой величины от 4 до 9 мкм в диапазоне изменения углов съемки от 45 до 120 ° при использовании данных о массовом коэффициенте поглощения излучения, взятых в [10].

Рост температуры закалки приводит к более полному превращению аустенита в мартенсит в поверхностных тонких слоях, и, как следствие, вытеснению из них остаточного аустенита в более глубокие слои [11]. Для дальнейшего уточнения картины распределения аустенита в поверхностном слое необходимо будет выполнить послойный рентгеноструктурный анализ с шагом удаления слоя около 10 мкм.

Рассмотрим, каким образом такие структурные изменения оказывают влияние на износ при сухом трении.

Полученный характер зависимости убыли массы от скорости трения при различных значениях пути трения схож с приводимыми в литературе данными (рис. 3) [1]. По данным графика видно, что значение убыли массы на пути трения в 1 км невелико, поэтому для повышения достоверности полученных результатов для дальнейших испытаний была выбрана скорость трения в 1 м/с, так как при этом режиме трения наблюдается максимальная интенсивность износа. Так же было решено использовать более длинные участки пути скольжения в 3 км, а общий путь испытаний увеличить до 15 км.

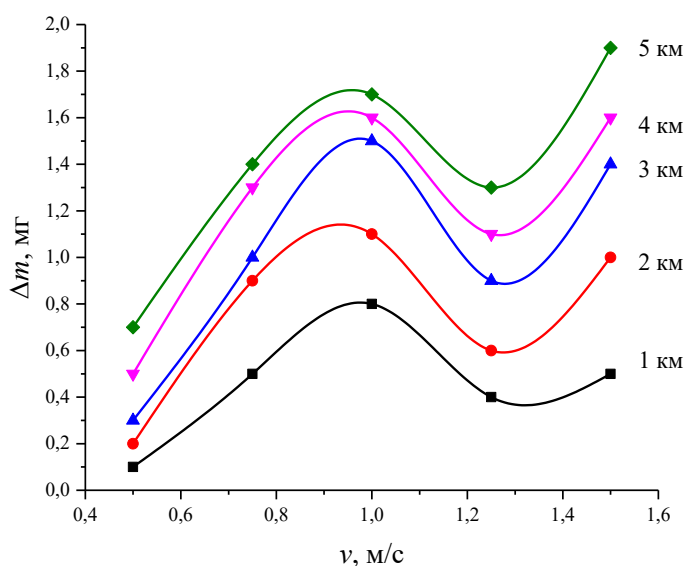


Рис. 3. Зависимость убыли массы образцов стали 20 после анодной цементации при температуре 850 °С от скорости трения

Также виден рост массового износа при скорости 1,5 м/с, но данная скорость является граничным режимом используемой в испытаниях машины трения.

На рис. 4. представлены зависимости убыли массы образцов стали 20 от температуры цементации для разных расстояний трения. Убыль массы образцов определяется толщиной оксидного слоя и фазовым составом упрочненного слоя материала. Рост температуры анодной электролитно-плазменной цементации связан с повышением напряжения в системе. Увеличение температуры приводит к интенсификации процессов окисления поверхности парами воды, что способствует росту толщины оксидного слоя. Вольт-амперная характеристика процесса носит убывающий характер, но при этом было установлено, что парциальный ток растворения поверхности монотонно возрастает с ростом напряжения. Таким образом, повышение напряжения в системе приводит к интенсификации факторов,

противоположно влияющих на рост оксидного слоя. По данным оптической металлографии толщина оксидного слоя для всех исследованных температур насыщения стали углеродом не превышает 5 мкм. При этом зависимости толщины оксидного слоя от условий обработки обнаружено не было. Можно предположить, что в начальный момент трения оксидный слой за счет более низкой микротвердости по сравнению с упрочненным слоем служит в качестве смазки и приводит к уменьшению пути, на котором наблюдается переход к установившемуся режиму трения и микрогеометрии в зоне трибологического контакта.

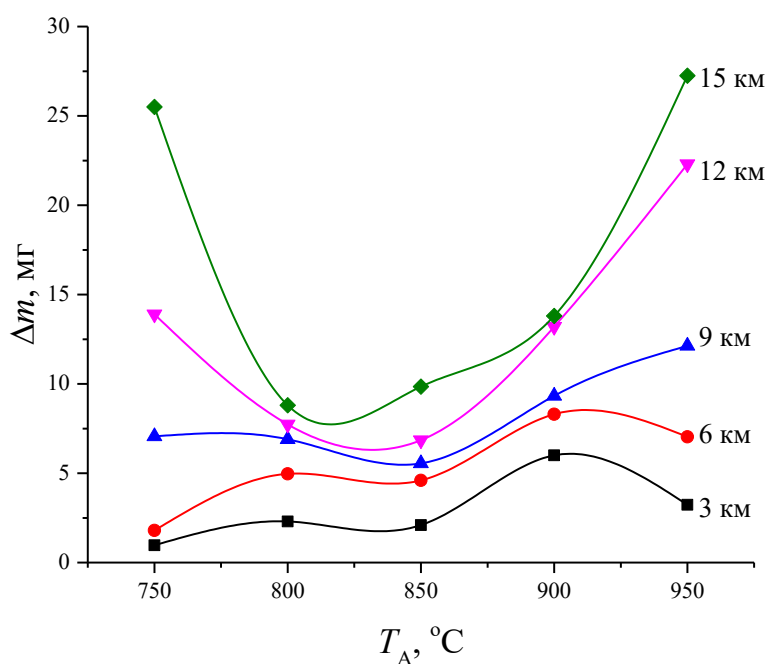


Рис. 4. Зависимость средней суммарной убыли массы после трения от температуры обработки

Следует предположить, что большее влияние на характер трения оказывает фазовый состав поверхностного слоя. На первых 6 км трения для всех случаев насыщения наблюдаются примерно одинаковые значения убыли массы. Существует небольшая тенденция к увеличению убыли массы с ростом температуры насыщения. Дальнейшее увеличение пути трения в случае образцов, подвергнутых анодной цементации при температуре 750 °C, приводит к резкому возрастанию массового износа из-за значительно меньшей толщины упрочненного слоя. Значения микротвердости резко уменьшаются от $916 \pm 25 \text{ HV}_{10}$ на расстоянии 5 мкм от края образца до $380 \pm 25 \text{ HV}_{10}$ на глубине 30 мкм, поскольку износу начинает подвергаться неупрочненный слой. При температурах цементации более 800 °C толщина диффузионного слоя превышает 50 мкм по данным значений микротвердости, поэтому износ будет контролироваться фазовым составом упрочненного слоя. Ведущую роль в снижении массового износа которого

играет доля остаточного аустенита, способствующего лучшей прирабатываемости пары трения в зоне трибологического контакта. Этими же причинами объясняется и рост массового износа при дальнейшем повышении температуры насыщения образца. Снижение доли остаточного аустенита и рост доли мартенсита приводит к тому, что в зоне контакта уменьшается доля пластических деформаций и увеличивается механический износ материала.

ВЫВОДЫ

1. Выявлена нелинейная зависимость доли остаточного аустенита от температуры обработки. Максимальная доля остаточного аустенита 22–24 % формируется при закалке от температур в диапазоне от 850 до 900 °С
2. Показано, что поверхностный оксидный слой имеет рентгеноаморфную структуру на всем диапазоне исследованных температур обработки.
3. Установлено влияние фазового состава поверхностного слоя на массовый износ образцов при сухом трении: рост доли остаточного аустенита снижает убыль массы образцов за счет пластических деформаций в нем.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Мухачёва Т. Л., Белкин П. Н. Основы трибологии : учебное пособие. Кострома : КГУ, 2017. 180 с
2. Кусманов С. А., Дьяков И. Г., Белкин П. Н. Теоретические основы электролитно-плазменного нагрева и его применение для диффузионного насыщения металлов и сплавов : монография. Кострома : КГУ, 2017. 420 с.
3. Белкин П. Н., Кусманов С. А. Электролитно-плазменная цементация металлов и сплавов // Электронная обработка материалов. 2020. Т. 56, № 5. С. 40–74.
4. Дьяков И. Г., Кусманов С. А., Белкин П. Н. Влияние углеродсодержащих компонентов электролита на характеристики электрохимико-термической цементации // Вопросы материаловедения. 2009. № 4. С. 7–14.
5. Mukhacheva T. L., Belkin P. N., Kusmanov S. A., Dyakov I. G. Wear Mechanism of Medium Carbon Steel after its Plasma Electrolytic Nitrocarburising // Wear. 2020. Vol. 462–463. P. 203516.
6. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М. : Наука, 1985. 640 с.
7. Ашмарин А. А., Бецофен С. Я., Лозован А. А., Лебедев М. А. Остаточные напряжения в поверхностных слоях с градиентной структурой // Деформация и разрушение материалов. 2022. № 2. С. 18–26.

8. *Лахтин Ю. М., Леонтьева В. П.* Материаловедение : учебник для высших технических учебных заведений. 3-е изд., перераб. и доп. М. : Машиностроение, 1990. 528 с.

9. *Бецофен С. Я., Банных И. О., Сарычев С. М., Ашмарин А. А.* Измерение остаточных напряжений в поверхностных слоях конструкционных материалов // Материалы II Международной научно-технической конференции. Кострома : КГУ им Н. А. Некрасова ; М. : МАТИ – РГТУ им. К. Э. Циолковского, 2007. С. 10–31.

10. *Миркин Л. И.* Справочник по рентгеноструктурному анализу поликристаллов. М. : Гос. изд-во физ.-матем. лит., 1961. 863 с

11. *Васильева Л. А., Тофпенев Р. Л.* Сравнительное исследование структуры и свойств стали 18Х2Н4ВА, закаленной в вибропсевдооживленном слое и масле // Изв. АН БССР. Сер. физ.-техн. 1970. № 3. С. 129–131.

УДК 621.9.015; 620.178.169

Т. Л. Мухачева¹, С. А. Кусманов², Е. Т. Смирнов³, П. М. Бобкова⁴

¹Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»,

^{2,3,4}Костромской государственный университет

¹*mukhachevatl@mail.ru*, ²*sakusmanov@yandex.ru*, ³*egusiksmir@mail.ru*,

⁴*Shurakova-2000@mail.ru*

ПОВЫШЕНИЕ ИЗНОСОСТОЙКОСТИ ПАЛЬЦЕВ ИЗ СТАЛИ 45 ЭЛЕКТРОЛИТНО-ПЛАЗМЕННОЙ НИТРОЦЕМЕНТАЦИЕЙ

В данной работе рассматривается задача повышения ресурса пальцев из стали 45, работающих по бронзовым направляющим с сильным износом. Выбирается технология упрочняющей электролитно-плазменной обработки стали 45, обеспечивающей максимальную износоустойчивость пары трения. Проводятся лабораторные и опытно-промышленные испытания на трение и изнашивание.

Ключевые слова: инженерия поверхности; электролитно-плазменная нитроцементация; сталь 45; бронза; износостойкость.

T. L. Mukhacheva, S. A. Kusmanov, E. T. Smirnov, P. M. Bobkova

Moscow State University of Technology «STANKIN»,

Kostroma State University

INCREASING THE WEAR RESISTANCE OF STEEL 45 PINS BY ELECTROLYTE-PLASMA NITROCARBURING

In this paper, the problem of increasing the resource of fingers made of 45 steel working on bronze guides with strong wear is considered. The technology of strengthening electrolytic plasma treatment of steel 45 is selected, which ensures maximum wear resistance of the friction pair. Laboratory and pilot tests for friction and wear are carried out.

Keywords: surface engineering; plasma electrolytic nitrocarburizing; 45 steel; bronze; wear resistance.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект № 21-79-30058) с использованием оборудования Центра коллективного пользования МГТУ «СТАНКИН».

ВВЕДЕНИЕ

Основными показателями качества машин являются их надёжность и долговечность. Для обеспечения более высокой надёжности деталей машин и механизмов зачастую приходится подбирать материал, поступаясь его износостойкостью. Во фрикционных узлах и соединениях широко применяют трение закалённой стали по закалённой стали. Между тем, в ряде случаев такое сочетание металлов может оказаться катастрофическим по причине возникновения задиров и последующего заедания. Переход на бронзовые контртела ухудшают износостойкость пары трения, но зато повышают её надёжность. Вместе с тем, зачастую важно избежать повышенного износа контртела, которое не является расходной деталью и обладает высокой стоимостью.

В данной работе решается задача повышения ресурса пальцев из стали 45, работающих по бронзовым направляющим с сильным износом. Выбирается технология упрочняющей электролитно-плазменной обработки стали 45, обеспечивающей максимальную износоустойчивость пары трения [1, 2]. Проводятся лабораторные и опытно-промышленные испытания на трение и изнашивание.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Для обработки использовалась конструкционная углеродистая качественная сталь 45. Цилиндрические образцы диаметром 11 мм, высотой 15 мм подвергались электролитно-плазменному нитроцементации (ЭПНЦ) в цилиндрической рабочей камере. Использовался водный электролит следующего состава: 10 % (масс.) хлорида аммония NH_4Cl , 20 % (масс.) карбамида $(\text{NH}_2)_2\text{CO}$. Температура обработки варьировалась от 550 до 850 °С с шагом в 50 °С. Время насыщения составляло 5 мин.

Испытания на трение проводились по схеме «вал-колодка» [3]. Цилиндрический образец устанавливается на вал, приводимый во вращение электродвигателем (рис. 1). К боковой поверхности образца прижимается контртело, представляющее собой пластину, толщиной 2 мм с полукруглой выемкой с одного из краев. Выемка имеет радиус 5 мм и плотно охватывает боковую поверхность образца. Таким образом в процессе изнашивания пары трения площадь контакта пары трения практически не изменяется. Контртело закрепляется на подвижном столике, и прижимается к образцу под действием штока поршня пневматического цилиндра. Давление воздуха в цилиндре определяет силу, с которой контртело прижимается к образцу. Контртело вместе с цилиндром и столиком закреплено на кривошипе, имеющем

возможность вращения соосно цилиндрическому образцу. В процессе испытаний кривошип остается неподвижным, т. к. связан с тензодатчиком, ограничивающим перемещение кривошипа. Сигнал с тензодатчика позволяет определить момент силы трения. Второй тензодатчик связан с подвижным столиком и служит для определения значения силы, с которой контртело прижимается к образцу. Температура измеряется на дорожке трения в точке выхода дорожки из зоны сопряжения образца и контртела с помощью инфракрасного пирометра.

Для трибологических испытаний была выбрана нормальная нагрузка в 10 Н и скорость скольжения образцов по контртелу 1,555 м/с. Общий путь трения составил 5 км. На протяжении всех 5 км через каждые 0,3 с фиксировались значения коэффициента трения и температуры в трибосопряжении. После 1, 3 и 5 км трения образец и бронзовое контртело взвешивались на аналитических весах для определения убыли массы в процессе испытаний на трение.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 показаны средние коэффициенты трения на последних 100 м пути после трения на 1, 3 и 5 км для различных температур ЭПНЦ. Начнем рассмотрение с результатов трения на 1 км. Увеличение температуры ЭПНЦ с 550 до 700 °С приводит к снижению коэффициента трения за первый километр пути с 0,481 до 0,359, при этом коэффициент трения контрольного образца составляет 0,607. Минимальное значение коэффициента трения на первом километре пути 0,359 достигается у образца после ЭПНЦ при температуре 700 °С, что в 1,7 раза меньше, чем у контрольного. Повышение температуры ЭПНЦ до 750 °С ведет к увеличению коэффициента трения до 0,415. Дальнейший рост температуры ЭПНЦ до 850 °С снижает коэффициент трения до значения 0,396. По завершению первого километра пути трения минимальное значение коэффициента трения было достигнуто у образца после ЭПНЦ при температуре 700 °С, более высокие температуры ЭПНЦ от 750 до 850 °С приводят к более низким значениям коэффициента трения, чем температуры от 550 до 650 °С.

В конце третьего километра испытания (рис. 2) средние значения коэффициента трения возрастают в сравнении с первым километром пути трения, но остаются ниже чем у контрольного образца. Общий характер зависимости среднего значения коэффициента трения от температуры ЭПНЦ остаётся таким же, как и после одного километра. Минимальное значение коэффициента трения 0,440 фиксируется у образца после ЭПНЦ при температуре 700 °С. Это значение в 1,4 раза меньше, чем у контрольного необработанного и на 18 % больше значения после 1 км трения. Более высокие значения коэффициента трения от 0,516 до 0,491 соответствуют температурам от 750 до 850 °С, с ростом температуры в этом интервале коэффициент трения падает. Самые высокие коэффициенты трения, как и в случае трения на 1 км, наблюдаются у образцов после ЭПНЦ при

температурах от 550 до 650 °С и составляют от 0,575 до 0,544, что ниже коэффициента трения контрольного образца соответственно на 5 и 10 %.

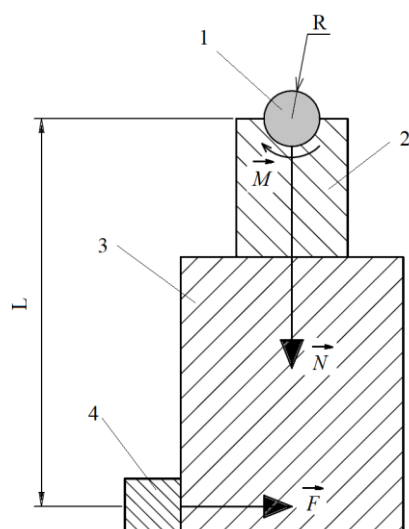


Рис. 1. Схема трения: 1 – образец; 2 – контроло; 3 – маятник; 4 – тензодатчик

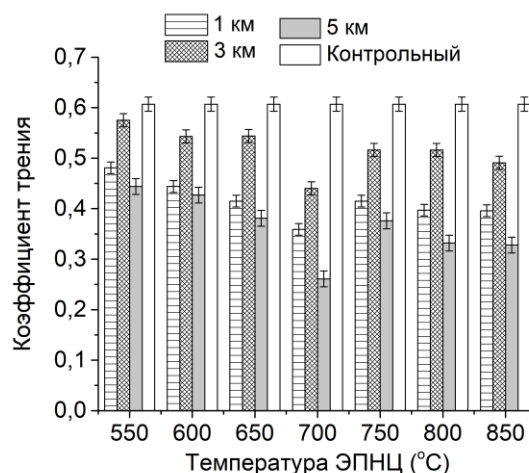


Рис. 2 Средний коэффициент трения за последние 100 метров пути трения после 1, 3 и 5 км испытаний для образцов после ЭПНЦ при различных температурах и контрольного необработанного

Самые низкие значения коэффициента трения наблюдаются в конце пятого километра пути трения (рис. 2). Наименьшее его значение 0,261 достигается после ЭПНЦ при температуре 700 °С, что в 2,3 раза или на 57 % меньше чем у контрольного. Трение на 1 и 3 км также даёт самые низкие значения коэффициента трения при температуре ЭПНЦ 700 °С. Наиболее высокие значения коэффициента трения в конце пятого километра от 0,444 до 0,381 соответствуют самым низким температурам ЭПНЦ от 550 до 650 °С. С ростом температуры ЭПНЦ от 750 до 850 °С коэффициент трения снижается от 0,376 до 0,328.

Общий характер зависимости коэффициента трения от температуры ЭПНЦ не изменяется за пять километров пути трения. Выявлена тенденция к снижению коэффициента трения с ростом температуры. Максимальное значение коэффициента трения фиксируется при минимальной температуре 550 °С. Затем коэффициент трения снижается с ростом температуры до 650 °С. Температура 700 °С соответствует минимальному значению коэффициента трения на всех пяти километрах трибологических испытаний. Повышение температуры ЭПНЦ до 750 °С приводит к более высокому значению коэффициента трения в сравнении с минимальным, но более низкому, чем в интервале температур 550–650 °С. Дальнейший рост температуры ЭПНЦ от 750 до 850 °С приводит к снижению коэффициента трения. На протяжении 5 км испытаний коэффициенты трения образцов нитроцементованных при любой температуре ниже коэффициента трения контрольного образца.

Зависимости коэффициента трения от температуры ЭПНЦ (рис. 2) хорошо согласуются с данными потерь массы в процессе испытаний на трение (рис. 3, 4).

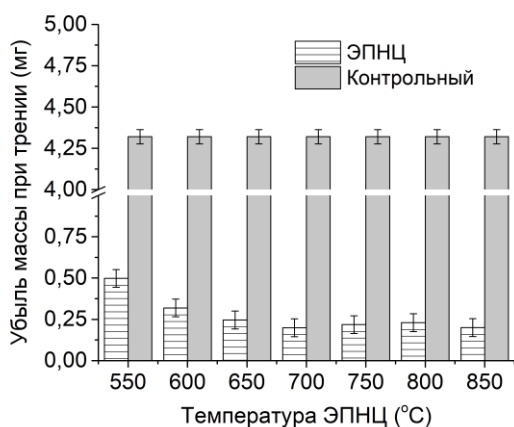


Рис. 3. Убыль массы в процессе первого километра испытаний на трение образцов после ЭПНЦ при различных температурах и контрольного необработанного образца

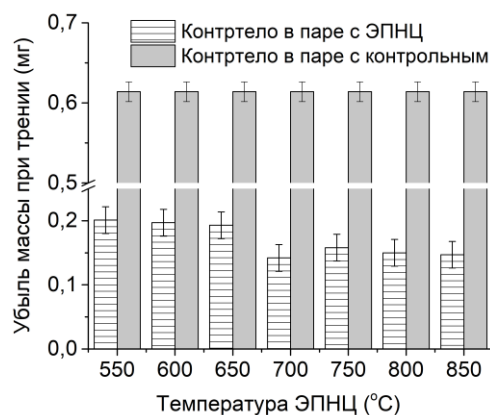


Рис. 4. Убыль массы бронзового контртела, работающего в паре с образцами после ЭПНЦ при различных температурах и контрольным, в процессе первого километра испытаний на трение

После первого километра испытаний (рис. 3, 4) убыль массы образца в процессе трения снижается с ростом температуры ЭПНЦ. Максимальное значение убыли массы наблюдается после ЭПНЦ при температуре 550 °С, что в 8,7 раза меньше, чем у контрольного образца. Рост температуры до 700 °С снижает массовые потери до 0,199 мг за 1 км или в 21,7 раза по сравнению с контрольным. Дальнейшее увеличение температуры ЭПНЦ до 850 °С даёт чуть более высокие, но в пределах погрешности мало отличимые потери массы от минимальных при 700 °С.

Убыль массы бронзового контртела (рис. 4), работающего в паре с образцами после ЭПНЦ заметно ниже, чем в паре с контрольным. На первом километре испытаний убыль массы контртела в паре с образцами после ЭПНЦ при температурах в интервале 550–650 °С снижается в 3,0–3,2 раза. Образцы после обработки при более высоких температурах от 700 до 850 °С приводят к еще меньшим потерям массы контртела при работе во фрикционном контакте. В сравнении с работой пары из контрольного необработанного образца с бронзовым контртелом ЭПНЦ образца в интервале температур 700–850 °С снижает массовые потери контртела в 3,9–4,3 раза на первом километре испытаний. Убыль массы на втором и третьем километрах испытаний (рис. 5) возрастает в сравнении с первым километром пути трения, что соотносится с максимальными значениями коэффициента трения на этом участке пути. Наибольшие массовые потери в паре трения, как у образца, так и у контртела наблюдаются после ЭПНЦ образца при температурах от 550 до 650 °С. Образец теряет от 1,03 мг за 2 км при 550 °С до 0,92 мг при 650 °С, то есть в 9,1–10,2 раз меньше

контрольного. Масса контртела при этом убывает с ростом температуры ЭПНЦ образца от 0,426 мг за 2 км при 550 °С до 0,374 мг при 650 °С, что соответственно в 3,5 и 4,0 раза меньше, чем в контрольной паре с необработанным образцом. Минимальные потери массы за второй и третий километры испытания у образца, обработанного при температуре 700 °С и у контртела, работавшего в паре с ним. Потеря массы образца при данной температуре в 19,6 раза меньше, чем у необработанного. У контртела масса убывает в 5,2 раза медленнее, чем в контрольной паре. Согласно рис. 2 температура 700 °С на данном участке фрикционного пути отвечает самому низкому значению коэффициента трения, что коррелирует с минимальными массовыми потерями при трении. Возрастание температуры ЭПНЦ от 750 до 850 °С приводит к большей убыли массы в паре трения чем при температуре 700 °С, но меньшей по сравнению с интервалом 550–650 °С. Образец при возрастании температуры ЭПНЦ от 750 до 850 °С теряет в 13,2–14,5 раз меньше массы за 2 км пути трения, чем контрольный. Контртело при этом теряет в массе в 4,9–5,1 раз меньше контрольной пары. Меньшие фрикционные потери массы образцов после ЭПНЦ в температурном интервале 750–850 °С в сравнении с интервалом 550–650 °С согласуются со значениями коэффициентов трения, меньшими при более высоких температурах (рис. 5, 6).

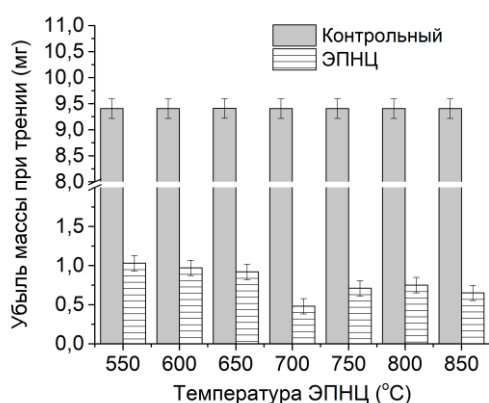


Рис. 5. Убыль массы в процессе второго и третьего километров испытаний на трение образцов после ЭПНЦ при различных температурах и контрольного необработанного образца

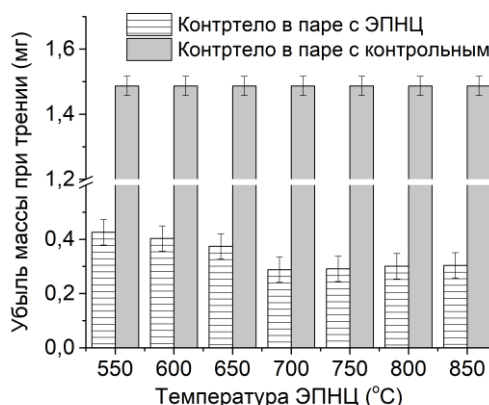


Рис. 6. Убыль массы бронзового контртела, работающего в паре с образцами после ЭПНЦ при различных температурах и контрольным, в процессе второго и третьего километров испытаний на трение

Четвертый и пятый километры трения характеризуются помимо самых низких за испытание коэффициентов трения (рис. 2) и самыми низкими массовыми потерями как образца, так и контртела (рис. 7, 8). Минимальная убыль массы обоих тел фрикционной пары, как и на предшествующих трех километрах, фиксируется после ЭПНЦ при 700 °С. Образец при данной температуре теряет в 24,9 раза меньше массы, чем контрольный. Контртело убывает за 2 км на 0,19 мг, то есть в 5,9 раз меньше пары с контрольным

необработанным образцом (рис. 7, 8). Общий характер зависимости массовых потерь при трении от температуры ЭПНЦ образца сохраняется на всех пяти километрах испытания. Наибольшие потери массы в паре трения наблюдаются при низких температурах насыщения от 550 до 650 °С, причем с ростом температуры убыль массы снижается с 0,554 мг до 0,491 мг за 2 км трения. Далее следует минимум, соответствующий температуре ЭПНЦ 700 °С. Температуры 750–850 °С обеспечивают потери массы выше точки минимума, но ниже интервала температур 550-650 °С, а именно в 19,6–22,1 раз меньше контрольного образца. Убыль массы контртела в паре трения с образцом после ЭПНЦ при различных температурах повторяет характер убыли массы образца. После ЭПНЦ образца в интервале 550–650 °С контртело теряет в массе в 4,8–5,2 раз меньше пары с контрольным, затем следует минимум при 700 °С. ЭПНЦ образца при более высоких температурах в интервале от 750 до 850 °С приводит к убыли снижения массы контртела в процессе трения в 5,4–5,6 раз в сравнении с контрольной парой.

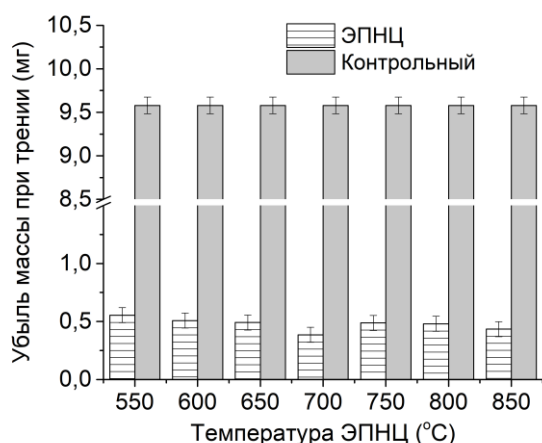


Рис. 7. Убыль массы в процессе четвертого и пятого километров испытаний на трение образцов после ЭПНЦ при различных температурах и контрольного необработанного образца

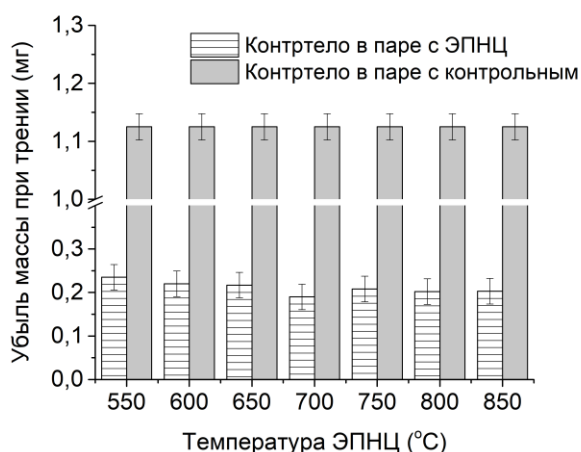


Рис. 8. Убыль массы бронзового контртела, работающего в паре с образцами после ЭПНЦ при различных температурах и контрольным, в процессе четвертого и пятого километров испытаний на трение

Таким образом, в работе установлено, что:

1. ЭПНЦ стали 45 в растворе электролита на основе карбамида при температурах от 550 до 850 °С снижает коэффициент трения в паре с бронзой, и массовые потери как образца, так и бронзового контртела.

2. Коэффициент трения и убыль массы образца и контртела снижаются по мере роста пути трения. Минимальные значения коэффициента трения за всё время испытаний фиксируются в конце пятого километра фрикционного пути после ЭПНЦ образца при любой температуре. Наименьшие убыли масс как образца после ЭПНЦ, так и работающего с ним

в паре бронзового контртела также достигаются на пятом километре испытаний.

3. Установлен оптимальный режим ЭПНЦ, обеспечивающий минимальные значения как коэффициента трения, так и убыли масс образца и контртела на любом километре испытания. ЭПНЦ при температуре 700 °С позволяет получить к концу 5 км испытаний значение коэффициента трения 0,261, что в 2,3 раза меньше контрольного необработанного образца. Убыль массы образца после ЭПНЦ при температуре 700 °С за четвертый и пятый километры испытания в 24,9 раза меньше, чем у контрольного. Контртело за последние 2 км испытания теряет в массе в 5,9 раз меньше по сравнению с контрольной парой.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. *Tambovskiy I., Mukhacheva T., Gorokhov I., Suminov I., Silkin S., Dyakov I., Kusmanov S., Grigoriev S.* Features of Cathodic Plasma Electrolytic Nitrocarburizing of Low-Carbon Steel in an Aqueous Electrolyte of Ammonium Nitrate and Glycerin // *Metals*. 2022. Vol. 12. P. 1773. DOI: 10.3390/met12101773.

2. *Mukhacheva T., Kusmanov S., Suminov I., Podrabinnik P., Khmyrov R., Grigoriev S.* Increasing Wear Resistance of Low-Carbon Steel by Anodic Plasma Electrolytic Sulfiding // *Metals*. 2022. Vol. 12. P. 1641. DOI: 10.3390/met12101641.

3. *Kusmanov S., Tambovskii I., Korableva S., Mukhacheva T., D'yakonova A., Nikiforov R., Naumov A.* Wear resistance increase in Ti6Al4V titanium alloy using a cathodic plasma electrolytic nitriding // *Surface Engineering and Applied Electrochemistry*. 2022. Vol. 58, № 5. P. 451–455. DOI: 10.3103/S1068375522050088.

Научное издание

БЕЛКИНСКИЕ ЧТЕНИЯ

Материалы Всероссийской
научно-методической конференции

(г. Кострома, 25–26 апреля 2023 г.)

Научный редактор и составитель
Дьяков Илья Геннадьевич

16+

Подписано в печать 08.06.2023. Формат бумаги 60×90 1/16.
Печать трафаретная. Печ. л. 14,0.
Заказ 119. Тираж 500.

Издательско-полиграфический отдел
Костромского государственного университета
156005, г. Кострома, ул. Дзержинского, 17.
Тел. 49-80-84, e-mail: ipo@ksu.edu.ru