

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования

«Костромской государственной университет»

(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Направление подготовки 03.03.02–Физика

Направленность: Физика

Квалификация выпускника: Бакалавр

**Кострома
2023**

Рабочая программа дисциплины «Уравнения математической физики» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования направления подготовки 03.03.02–Физика, утвержден 07.08.2020 г., приказ № 891

Разработал: Шадрин Сергей Юрьевич, заведующий кафедрой общей и общей и теоретической физики

Рецензент: Дьяков Илья Геннадьевич, доцент кафедры общей и теоретической физики, к.т.н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой общей и теоретической физики

Шадрин Сергей Юрьевич к.т.н, доцент

Протокол заседания кафедры № 6 от 27 февраля 2023 г.

Цели и задачи освоения дисциплины

Основной целью курса является подготовка бакалавров физики к научно-исследовательской, научно-инновационной, организационно-управленческой и педагогической деятельности в научно-исследовательских институтах, высших и средних учебных заведениях, лабораториях, конструкторских или проектных бюро, на предприятиях.

В результате изучения учебной дисциплины «Уравнения математической физики» обучающиеся должны приобрести общепрофессиональную компетенцию:

– способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности (ОПК-1)

Для достижения поставленной цели должны быть решены следующие задачи:

1. Научить формулировать математически и решать аналитическими методами физические проблемы, описываемые линейными и нелинейными уравнениями;
2. Изучить некоторые классы специальных функций (полиномы Лежандра, сферические функции, цилиндрические функции) в объеме, достаточном для этой цели, а также для приложений в других курсах и в инженерных расчетах.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате изучения дисциплины «Уравнения математической физики» обучающиеся должны

Освоить компетенции:

ОПК-1: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции

ОПК-1.1. Использует в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавая математические модели типовых профессиональных задач, и интерпретирует полученные результаты с учетом границ применимости моделей

знать

– базовые знания фундаментальных разделов математики, в частности основные типы задач математической физики, способы их решения;

уметь

– использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей, в частности интерпретировать формальные записи имеющихся физических моделей физических явлений, выделять в этих моделях физическое содержание и границы применимости;

владеть

– методами фундаментальных разделов математики, навыками создания математических моделей типовых профессиональных задач, в частности навыками решения задач математической физики.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВПО

Данная дисциплина изучается в четвертом и пятом семестрах обязательной части образовательной программы подготовки бакалавров физики.

Современное физическое образование требует серьезной подготовки студентов в области физико-математических наук. Курс «Уравнения математической физики» является ба-

зовой дисциплиной при подготовке специалистов с физическим образованием, как теоретиков, так экспериментаторов и педагогов.

Перед изучением дисциплины студент должен иметь четкие представления об основных понятиях и законах различных разделов курса общей физики, уметь использовать соответствующие уравнения и законы в различных физических моделях, обладать знаниями дифференциального и интегрального исчисления, математического анализа.

Освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее для последующих курсов: Квантовая теория, Термодинамика, Элементы теплофизики, Физика твердого тела.

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Всего
Общая трудоемкость в зачетных единицах	6
Общая трудоемкость в часах	216
Аудиторные занятия в часах	158
Лекции	70
Практические (лабораторные) занятия	88
Самостоятельная работа в часах	58
Вид итогового контроля (трудоемкость в зачетных единицах)	Зачет 4 семестр, Экзамен 5 семестр

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	70
Практические занятия	88
Лабораторные занятия	–
Консультации	2
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	–
Всего	160,6

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего зач.ед/час	Аудиторные		Самостоят. работа
			Лекции	Практ.	
1	Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных	20	8	10	2

2	Классификация уравнений в частных производных второго порядка	20	8	10	2
3	Уравнения гиперболического типа (методы решения)	20	8	10	2
4	Уравнения параболического типа	20	8	10	2
5	Уравнения эллиптического типа	22	8	12	2
6	Сферические функции	26	10	12	4
7	Цилиндрические функции	26	10	12	4
8	Гипергеометрические функции	26	10	12	4
	Экзамен	36			36
	ВСЕГО:	216	70	88	58

5.2. Содержание дисциплины

1. Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных.

Уравнение малых поперечных колебаний струны. Уравнение продольных колебаний ступеней и струн. Энергия колебаний струны. Поперечные колебания мембраны. Уравнения для напряженности электрического и магнитного поля в вакууме. Граничные и начальные условия. Редукция общей задачи. Постановка краевых задач для случая многих переменных.

2. Классификация уравнений в частных производных второго порядка.

Дифференциальные уравнения с двумя независимыми переменными. Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типа. Классификация уравнений 2-го порядка со многими независимыми переменными. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами.

3. Уравнения гиперболического типа (методы решения).

Метод распространяющихся волн. Формула Даламбера. Физическая интерпретация. Неоднородное уравнение. Устойчивость решения. Полуограниченная прямая и метод продолжений.

Метод разделения переменных. Уравнение свободных колебаний струны. Интерпретация решения. Неоднородные уравнения. Общая первая краевая задача. Краевые задачи со стационарными неоднородностями. Общая схема метода разделения переменных.

4. Уравнения параболического типа.

Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа. Постановка краевых задач. Линейная задача о распространении тепла. Распространение тепла в пространстве. Постановка краевых задач. Функция источника для уравнения параболического типа. Неоднородное уравнение теплопроводности. Краевые задачи для полуограниченной прямой. Распространение тепла в ограниченном стержне.

5. Уравнения эллиптического типа.

Задачи, приводящие к уравнению Лапласа. Постановка краевых задач. Формулы Грина. Основные свойства гармонических функций. Решение краевых задач методом функций Грина. Свойство симметрии функции Грина. Особенности функции Грина для двухмерного и трехмерного случая. Физическая интерпретация функции Грина. Метод электростатических изображений. Функция источника для полупространства, полуплоскости, для сферы и круга.

6. Сферические функции

Полиномы Лежандра. Производящая функция и полиномы Лежандра. Рекуррентные формулы. Уравнение Лежандра. Ортогональность полиномов Лежандра. Норма полиномов Лежандра. Нули полиномов Лежандра. Присоединенные функции Лежандра. Норма присоединенных функций. Сферические функции, сферические гармоники, шаровые функции. Ортогональность системы сферических функций.

Полиномы Чебышёва-Эрмита. Дифференциальная формула. Рекуррентные формулы. *Норма полиномов Чебышёва-Эрмита. Функции Чебышёва-Эрмита. *Уравнение Чебышёва-Эрмита.

Полиномы Чебышёва-Лагерра. Дифференциальная формула. Рекуррентные формулы. Уравнение Чебышёва-Лагерра. Ортогональность и норма полиномов Чебышёва-Лагерра. Обобщенные полиномы Чебышёва-Лагерра.

Простейшие задачи для уравнения Шредингера. Уравнение Шредингера. Гармонический осциллятор. Ротатор. Движение электрона в кулоновском поле.

7. Цилиндрические функции.

Общее уравнение теории специальных функций. Поведение решений в окрестности $x=a$, $k(a)=0$. Постановка краевых задач. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя. Степенные ряды. Функции Бесселя 1-го рода ν -го порядка. Рекуррентные формулы. Функции полуцелого порядка. Асимптотический порядок цилиндрических функций. Краевые задачи для Уравнения Бесселя. Функции Ханкеля и Неймана. Функции мнимого аргумента. Функции $K_0(x)$.

8. Гипергеометрические функции.

Уравнение гипергеометрического типа и его решение. Основные свойства функций гипергеометрического типа. Рекуррентные соотношения. Разложения в степенные ряды. Функциональные соотношения и асимптотические представления. Представления различных функций через функции гипергеометрического типа. Некоторые элементарные функции. Полиномы Якоби, Лагерра и Эрмита. Функции второго рода. Цилиндрические функции.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Основное содержание предмета излагается в лекциях, аудиторные практические занятия позволяют закрепить приобретенные знания и проверить степень усвоения их при решении базовых для предмета задач. Дальнейшее закрепление материала происходит при самостоятельной работе с теоретической частью предмета и при решении заданного объема задач. Для получения допуска к зачету необходимо полностью решить эти задачи. Студентам предлагается использовать рекомендованную литературу для более прочного усвоения учебного материала, изложенного на лекциях, а также для изучения материала, запланированного для самостоятельной работы.

Студенты должны регулярно изучать лекционный материал, поскольку пропущенные термины и понятия, неизученный материал не позволят полноценно освоить последующие лекции и получить необходимый объем знаний по изучаемому предмету, что приведёт в итоге к «пробелу» в комплексе знаний, необходимых физико. Курс строится таким образом, что понятия, введённые на предшествующих лекциях, широко используются в дальнейшем.

Для глубокого понимания предмета студенту недостаточно только разбирать лекции, необходимо также уметь применять полученные на лекциях знания в ходе практических занятий. Умением решать задачи проверяется полнота усвоения полученных теоретических знаний. Студент обязан решать вместе с преподавателем на практических занятиях предлагаемые задачи, а, кроме того, обязательно решать однотипные задачи, предложенные для самостоятельной (внеаудиторной) работы.

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Физические задачи, приводящие к уравнениям в частных производных	Обзор литературы	2	Для подготовки к ответу рекомендуется пользоваться учебником [1] из списка основной литературы	Устный опрос
2	Классификация уравнений в частных производных второго порядка	Решение индивидуальных заданий	2	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	Индивидуальная проверка
3	Уравнения гиперболического типа (методы решения)	Решение задач по теме, подготовка докладов	2	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	Индивидуальная проверка, презентация докладов
4	Уравнения параболического типа	Решение задач по теме	2	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	Индивидуальная проверка
5	Уравнения эллиптического типа	Аналитический обзор литературы, подготовка докладов	2	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	Выступление с презентацией
6	Сферические функции	Обзор литературы, решение задач	4	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	Устный опрос, проверка решений
7	Цилиндрические функции	Решение задач по теме	4	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется	Индивидуальная проверка

				пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	
8.	Гипергеометрические функции	Решение задач по теме	4	Для подготовки к решению индивидуальных заданий рекомендуется пользоваться учебными пособиями [1–3] из списка основной литературы	Письменная самостоятельная работа

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Условные обозначения:

- 1) «Т и С» – Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 798 с.
- 2) «Б и К» – Бизадзе А.В., Калинин Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1977. – 224 с.
- 3) «М» – Мисюркеев И.В. Сборник задач по методам математической физики. – М.: Просвещение, 1975. – 168 с.

Тема № 1.

Классификация уравнений с частными производными 2-го порядка. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического, параболического и эллиптического вида.

Задачи для аудиторной работы:

«Т и С» – вывод формул для коэффициентов \bar{a}_{11} \bar{a}_{12} \bar{a}_{22} , β_1 , β_2 . Задачи к главе № 1: задача № 1, а, б, в, г, д, е, ж, з, и. «Б и К» – §1 – № 1-№12; §2 – № 25-36, §3 – № 68-№76.

Задачи для самостоятельной работы:

«Б и К» – §1 – № 13-№ 24, §2 № 37, §3 – № 77-88; № 91, № 97, № 100.

Тема № 2

Решение уравнений в частных производных методом Фурье (однокамерное уравнение)

«М» стр. 126, задача № 1, задача № 17, № 18.

Тема № 3

Решение уравнения для прямоугольной мембраны.

«М» – № 227, № 229.

Тема № 4

Решение уравнений параболического вида методом Фурье.

«М» – задача № 245.

Тема № 5.

Решение уравнений эллиптического вида:

Найти собственные числа и собственные функции задачи Дирихле для оператора Лапласа для прямоугольника

$0 < x < a$, $0 < y < b$.

Тема № 6

Решение уравнений параболического типа методом функций Грина

«Т и С» – стр. 213, стр. 222-224.

Распространение тепла на бесконечной прямой.

Стр. 228-232.

Тема № 7.

Решение уравнений эллиптического вида методом функций Грина:

Построить функцию Грина для:

- а) полупространства;
- б) полуплоскости;
- в) сферы радиуса R ;
- г) круга радиуса R .

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

а) основная литература:

1. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. - Изд. 5-е, стереотип. - Москва : Наука, 1977. - 734 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468275> (11.11.2018).
2. Марголина Н.Л. Уравнения математической физики : учеб.-метод. пособие / Н. Л. Марголина ; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т им. Н. А. Некрасова. - Кострома : КГУ, 2012. - 41, [1] с. (14 экз.)
3. Арсенин, В.Я. Методы математической физики и специальные функции / В.Я. Арсенин. - Москва : Издательство Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1974. - 432 с. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479568> (11.11.2018).
4. Сборник задач по уравнениям математической физики : учебное пособие / В.С. Владимиров, В.П. Михайлов, Т.В. Михайлова, М.И. Шабунин. - 4-е изд., перераб. и доп. - Москва : Физматлит, 2016. - 518 с. : граф. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-9221-1692-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485543> (11.11.2018).

б) дополнительная литература:

1. Владимиров В. С. Уравнения математической физики : [учебник для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано МО РФ. - Изд. 2-е, стер. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 400 с. (6 экз.)
2. Будак Б. М. Сборник задач по математической физике : [учеб. пособие для студ. ун-тов] : рекомендовано МО РФ. - Изд. 4-е, испр. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 688 с. (6 экз.)
3. Очан, Ю.С. Сборник задач по методам математической физики / Ю.С. Очан. - Москва : Высш. школа, 1967. - 195 с. - ISBN 978-5-4458-4416-7 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=213720> (11.11.2018).

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL: <http://vsegost.com/>

Электронные библиотечные системы:

1. <http://studentam.net>
2. <http://mexalib.com>

3. <http://booksee.org>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Аудитория для лекций

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа (например, корпус Е, № 226, количество посадочных мест – 60, мультимедийный комплекс, включающий экран, компьютер и проектор)

Аудитория для практических занятий:

Корпус Е, № 304, количество посадочных мест – 24.

Аудитории для самостоятельной работы:

Читальный зал корпуса «Е», количество посадочных мест – 22, 9 компьютеров (6 для читателей, 3 для сотрудников); 1 сканер.

Читальный зал корпуса «Б1», количество посадочных мест – 200. 3 компьютера для сотрудников; 1 принтер; 1 копир/принтер; 1 проектор; 2 экрана для проектора; 1 ворота «Антивор»; 1 WIFI-точка доступа. Лицензионное ПО: АИБС МаркSQL.

Компьютерный класс, корпус "Е", ауд.227, количество посадочных мест – 16, Блок системный КМ Office T3-4170, монитор Philips. Лицензионное ПО: Windows 8.1 Pro договор № 50155/ЯР4393 от 12.12.2014 с ООО Софт-лайн Проекты, MathCAD Education договор № 208/13 от 10.06.2013 с ООО ЮнитАльфаСофт.

Аннотация		
Наименование дисциплины	Уравнения математической физики	
Направление подготовки	03.03.02–Физика	
Направленность подготовки	Физика	
Трудоемкость дисциплины	Зачетные единицы	Часы
	6	216
Формы контроля	Зачет, Экзамен	
Цели освоения дисциплины		
<p>Основной целью курса является подготовка бакалавров физики к научно-исследовательской, научно-инновационной, организационно-управленческой и педагогической деятельности в научно-исследовательских институтах, высших и средних учебных заведениях, лабораториях, конструкторских или проектных бюро, на предприятиях.</p>		
Задачи дисциплины		
<ol style="list-style-type: none"> 1. Научить формулировать математически и решать аналитическими методами физические проблемы, описываемые линейными и нелинейными уравнениями; 2. Изучить некоторые классы специальных функций (полиномы Лежандра, сферические функции, цилиндрические функции) в объеме, достаточном для этой цели, а также для приложений в других курсах и в инженерных расчетах. 		
Место дисциплины в структуре ОП		
<p>Данная дисциплина изучается в четвертом и пятом семестрах базовой части образовательной программы подготовки бакалавров физики. Она является одной из базовых частей модуля «Теоретическая физика».</p>		
Формируемые компетенции		
<p>ОПК-1: способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности</p>		
Требования к уровню освоения содержания дисциплины:		
<p>знать:</p>		
<p>базовые знания фундаментальных разделов математики, в частности основные типы задач математической физики, способы их решения;</p>		
<p>уметь:</p>		
<p>использовать в профессиональной деятельности базовые знания фундаментальных разделов математики, создавать математические модели типовых профессиональных задач и интерпретировать полученные результаты с учетом границ применимости моделей, в частности интерпретировать формальные записи имеющихся физических моделей физических явлений, выделять в этих моделях физическое содержание и границы применимости;</p>		
<p>владеть:</p>		
<p>методами фундаментальных разделов математики, навыками создания математических моделей типовых профессиональных задач, в частности навыками решения задач математической физики.</p>		