

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**Математическая логика**

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность подготовки «Прикладная математика и информатика»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

**Кострома**

Рабочая программа дисциплины «Математическая логика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 12 марта 2015 года № 228 (рег. 14 апреля 2015 г., № 36844). Год начала подготовки 2017, 2018.

Разработал: \_\_\_\_\_ Сидоров Александр Васильевич, доцент кафедры высшей  
подпись математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: \_\_\_\_\_ Землякова Ирина Владимировна, заведующий кафедрой  
подпись высшей математики, доктор технических наук, профессор

СОГЛАСОВАНО:

Директор Института физико-математических и естественных наук  
\_\_\_\_\_ Кусманов Сергей Александрович, к.т.н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры высшей математики  
Протокол заседания кафедры № 11 от 03.07.2017 г.  
Заведующий кафедрой высшей математики  
\_\_\_\_\_ Землякова Ирина Владимировна, д.т.н, профессор

ПЕРЕУТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры высшей математики  
Протокол заседания кафедры № 9 от 30.05.2018 г.  
Заведующий кафедрой высшей математики  
\_\_\_\_\_ Землякова Ирина Владимировна, д.т.н, профессор

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель дисциплины:** формировать представление об основах математической логики, а именно о формализации математического языка, формализованном аксиоматическом методе построения аксиоматических теорий и его основных составных частях, а также о проблемах непротиворечивости, полноты, разрешимости теорий.

**Задачи дисциплины:**

- познакомить обучающихся с формализацией математического языка («Алгебра высказываний», «Логика предикатов»);
- научить доказывать равносильность формул алгебры высказываний и логики предикатов;
- научить решать логические задачи;
- познакомить обучающихся с основами аксиоматических теорий;
- изучить аксиоматическую теорию «Исчисление высказываний»;
- изучить аксиоматическую теорию «Исчисление предикатов».

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

- основные понятия математической логики;
- способы доказательства равносильности формул алгебры высказываний и логики предикатов;
- способы доказательства выводимости формул исчисления высказываний и исчисления предикатов;
- основные теоремы изученных разделов математической логики.

**уметь:**

- доказывать равносильность формул;
- формально доказывать формулы исчисления высказываний и предикатов;
- доказывать основные теоремы курса математической логики;
- решать логические задачи.

**владеть:**

- техникой логических преобразований;

**освоить компетенции:**

- ОПК-1 (способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой);
- ОПК-3 (способность к разработке алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования, математических, информационных и имитационных моделей, созданию информационных ресурсов глобальных сетей, образовательного контента, прикладных баз данных, тестов и средств тестирования систем и средств на соответствие стандартам и исходным требованиям);
- ПК-2 (способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат).

## 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к вариативной части учебного плана. Изучается в 4 семестре обучения. Дисциплина обеспечивает приобретение компетенций в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта нового поколения.

**Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:**

– «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Комплексный анализ», «Линейная алгебра», «Математический анализ», «Физика», «Химия», (для компетенции ОПК-1);

– «Аналитическая геометрия», «Дискретная математика», «Комплексный анализ», «Линейная алгебра», «Математический анализ», (для компетенции ПК-2).

**Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:**

– «Биология с основами экологии», «Дифференциальные уравнения», «Основы функционального анализа», «Теоретические основы информатики», «Теория вероятности и математическая статистика», «Теория игр и исследование операций», подготовки и сдачи государственного экзамена (для компетенции ОПК-1);

– «Архитектура компьютеров», «Базы данных», «Компьютерная графика», «Логическое программирование», «Прикладные компьютерные технологии», «Программирование и конфигурирование в 1С», «Технологии вычислительной математики», подготовки и защиты выпускной квалификационной работы (для компетенции ОПК-3);

– «Алгоритмы на графах», «Дифференциальные уравнения», «Информационные технологии в математике», «Методы оптимизации», «Основы функционального анализа», «Прикладные компьютерные технологии», «Специальные методы решения алгоритмических задач», «Сценарии перехода к хаосу», «Технологии вычислительной математики», «Численные методы», «Элементы нелинейной динамики», «Элементы теории катастроф», «Элементы теории фрактальных размерностей», производственной (преддипломной) практики (для компетенции ПК-2).

#### **4. Объем дисциплины (модуля)**

##### **4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических (астрономических) часов и виды учебной работы**

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	5
Общая трудоемкость в часах	180
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	52
Лекции	36
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	92+36
Форма промежуточной аттестации	Экзамен в 4 семестре

## 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	36
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Консультации (на группу)	3,8
Зачет/зачеты	-
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	56,15

## 5. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Алгебра высказываний	43	12	8	-	23
2	Исчисление высказываний	35	8	4	-	23
3	Логика предикатов	33	8	2	-	23
4	Исчисление предикатов	33	8	2	-	23
Экзамен		36	-	-	-	36
Итого:		5/180	36	16	-	92+36

### 5.2. Содержание

**Тема 1. Алгебра высказываний.** Введение. Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики. Тенденции в развитии современной математической логики. Логика высказываний. Логические операции над высказываниями. Язык логики высказываний, формулы. Истинностные значения формул. Равносильность. Равносильные преобразования формул. Представление истинностных функций формулами. Тавтологии – законы логики.

**Тема 2. Исчисление высказываний.** Принципы построения исчислений высказываний (гильбертовского или генценовского типа). Классическое и конструктивное (интуиционистское) исчисления. Аксиомы, правила вывода. Доказуемость формул. Выводимость из гипотез. Производные правила. Теорема дедукции. Характеристики исчислений высказываний – непротиворечивость, полнота, разрешимость и связанные с ними теоремы. Независимость аксиом, правил вывода. Законы исключенного третьего и снятия двойного отрицания – законы классической логики. Эффективные и неэффективные доказательства.

**Тема 3. Логика предикатов.** Предикаты и кванторы. Язык логики предикатов. Термы и формулы. Языки первого порядка. Интерпретации. Значение формулы в интерпретации. Равносильность. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема общезначимости, неразрешимость ее в общем случае. Применение языка логики

предикатов для записи математических предложений, построение отрицаний предложений.

**Тема 4. Исчисление предикатов.** Формализованные математические теории. Теории первого порядка. Аксиомы теории, правила вывода. Доказательства в теории. Характеристики теорий: непротиворечивость, полнота, разрешимость. Непротиворечивость исчисления предикатов. Модели теорий. Теорема о полноте для теорий.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

Литература для проведения практических занятий и самостоятельной работы обучающихся:

[1] Лавров, И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. - 5-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2002. - 258 с. - ISBN 5-9221-0026-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75576> (20.02.2018).

[2] Мендельсон, Э. Введение в математическую логику / Э. Мендельсон ; пер. с англ. Ф.А. Кабакова ; под ред. С.И. Адян. - Москва : Наука, 1971. - 320 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458257> (20.02.2018).

[3] Гиндикин, С.Г. Алгебра логики в задачах / С.Г. Гиндикин ; под ред. Ю.А. Гастева, В.В. Донченко. - Москва : Наука, 1972. - 288 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449478> (20.02.2018).

[4] Сидоров, А. В. Математическая логика: алгебра логики : учеб.-метод. пособие. Ч. 1. - Кострома : КГУ, 2006. - 32 с. - 15.00. Электронные ресурсы: Book100158

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Алгебра высказываний	Изучение теоретического материала. Решение домашних заданий.	23	Лекционный материал, [4]	Опрос, разбор домашних заданий, собеседование
2	Исчисление высказываний	Изучение теоретического материала. Решение домашних заданий.	23	Лекционный материал, [1] (часть 2, § 3)	Опрос, разбор домашних заданий, собеседование
3	Логика предикатов	Изучение теоретического материала. Решение домашних заданий.	23	Лекционный материал, [1] (часть 2, § 4, 5)	Опрос, разбор домашних заданий, собеседование

4	Исчисление предикатов	Изучение теоретического материала. Решение домашних заданий.	23	Лекционный материал, [1] (часть 2, § 6)	Опрос, разбор домашних заданий, собеседование
	Подготовка к сдаче экзамена	Изучение теоретического материала, решение типовых задач	36	Лекционный материал, [1], [2], [3], [4]	Экзамен

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

### Практическое занятие № 1

«Равносильные формулы алгебры высказываний. Булевы функции»

[1] Часть 2. Задачи из § 1.

[3] Задачи из § 1, § 2.

[2] Глава 1. Задачи из § 1, § 2.

### Практическое занятие № 2

«Равносильные формулы алгебры высказываний. Булевы функции»

[1] Часть 2. Задачи из § 2.

[3] Задачи из § 3, § 4, § 5.

### Практическое занятие № 3

«Полные системы булевых функций»

[2] Глава 1. Задачи из § 3.

[1] Часть 2. Задачи из § 2.

[3] Задачи из § 6.

### Практическое занятие № 4

Контрольная работа по теме:

«Замкнутые классы и полнота систем булевых функций»

Примерный вариант контрольной работы:

Задание: исследовать системы на полноту.

$$1. S = \{C \cap M, A \cap C, M \setminus A\}$$

$$1. f_1 \notin C \cap M$$

$$S = \{f_1, f_2\} \quad 2. f_2 \in M \setminus C$$

$$2. \quad 3. f_1 \rightarrow f_2 \equiv 1$$

$$\begin{array}{l}
 1. \quad f_1 \notin L \setminus M \\
 S = \{f_1, f_2\} \quad 2. \quad f_2 \in B \setminus C \\
 3. \quad 3. \quad f_1 + \overline{f_2} \equiv 1 \\
 \\
 1. \quad f_1 \notin L \cup (A \cap B) \\
 S = \{f_1, f_2, f_3\} \quad 2. \quad f_2 \in M \setminus L \\
 3. \quad \overline{f_1} \rightarrow \overline{f_2} \equiv 1 \\
 4. \quad 4. \quad \overline{f_1} \cdot \overline{f_3} \equiv 0
 \end{array}$$

Практическое занятие № 5  
«Исчисление высказываний. Выводимость формул»

- [1] Часть 2. Задачи из § 3.  
[2] Глава 1. Задачи из § 4.

Практическое занятие № 6  
«Исчисление высказываний. Независимость системы аксиом. Решение логических задач»

- [1] Часть 2. Задачи из § 3.  
[2] Глава 1. Задачи из § 1, § 2, § 3, § 4.

Практическое занятие № 7  
«Логика предикатов. Кванторы. Равносильные формулы. Выполнимость формул. Задание формулами конкретных конечных множеств»

- [3] Задачи из § 12.  
[1] Часть 2. Задачи из § 4, § 5.  
[2] Глава 2. Задачи из § 1, § 2.

Практическое занятие № 8  
«Исчисление предикатов. Выводимость формул»

- [1] Часть 2. Задачи из § 6.  
[2] Глава 2. Задачи из § 3, § 4, § 5.

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий *при наличии*

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов) *при наличии*

Курсовая работа (курсовой проект) по данной дисциплине не запланирована.



## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

№	Литература	Кол-во книг
<b>Основная литература</b>		
1	Лавров, И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. - 5-е изд., исправл. - Москва : Физматлит, 2002. - 258 с. - ISBN 5-9221-0026-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=75576">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=75576</a> (20.02.2018).	
2	Мендельсон, Э. Введение в математическую логику / Э. Мендельсон ; пер. с англ. Ф.А. Кабакова ; под ред. С.И. Адян. - Москва : Наука, 1971. - 320 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458257">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=458257</a> (20.02.2018).	
3	Гиндикин, С.Г. Алгебра логики в задачах / С.Г. Гиндикин ; под ред. Ю.А. Гастева, В.В. Донченко. - Москва : Наука, 1972. - 288 с. : ил. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=449478">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=449478</a> (20.02.2018).	
4	Сидоров, А. В. Математическая логика: алгебра логики : учеб.-метод. пособие. Ч. 1. - Кострома : КГУ, 2006. - 32 с. - 15.00. Электронные ресурсы: Book100158	
<b>Дополнительная литература</b>		
1	Гладких, О.Б. Математическая логика : учебно-методическое пособие / О.Б. Гладких, О.Н. Белых ; Министерство образования Российской Федерации, Елецкий государственный университет. - Елец : ЕГУ им. И.А. Бунина, 2011. - 142 с. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=272140">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=272140</a>	
2	Лихтарников, Л.М. Курс лекций по математической логике : Учеб.пособие / Л. М. Лихтарников, Т. Г. Сукачева ; Новгородский гос.пед.ин-т. - Новгород : Изд-во НГПИ, 1993. - 156 с. - 1100.00.	3
3	Мальцев, А. И. Алгоритмы и рекурсивные функции : [учеб. пособие для студентов матем. вузов] / А. И. Мальцев. - Изд. 2-е. - М. : Наука, 1986. - 368 с. - Библиогр.: с. 348-354. - Предм. указ.: с. 365-367. - 1.70.	42
4	Новиков, П. С. Элементы математической логики / П. С. Новиков. - Изд. 2-е, испр. - М. : Наука, 1973. - 399 с. - (Математическая логика и основания математики). - Предм. указ.: с. 397-399. - 1.43.	18
5	Новиков, П. С. Элементы математической логики / П. С. Новиков. - Изд. 2-е, испр. - М. : Наука, 1973. - 399 с. - (Математическая логика и основания математики). - Предм. указ.: с. 397-399. - 1.43.	4
6	Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано УМО / М. М. Глухов [и др.]. - СПб. : Лань, 2008. - 110, [2] с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 109-110. - ISBN 978-5-8114-0853-5 : 175.12.	11
7	Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано УМО / М. М. Глухов [и др.]. - СПб. : Лань, 2008. - 110, [2] с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 109-110. - ISBN 978-5-8114-0853-5 : 175.12.	11

<b>8</b>	<p>Судоплатов, С.В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник / С.В. Судоплатов, Е.В. Овчинникова. - 3-е изд. - Новосибирск : НГТУ, 2012. - 254 с. - (Учебники НГТУ). - ISBN 978-5-7782-1838-3 ; То же [Электронный ресурс]. -  URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=135676">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=135676</a></p>	
----------	--	--

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>  
ЭБС «Лань» <http://e.lanbook.com/>  
ЭБС Университетская библиотека онлайн <http://biblioclub.ru>  
ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, ноутбук. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.