

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

**ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА**

Направление подготовки: 01.03.02 *Прикладная математика и информатика*

Направленность: *Прикладная математика и информатика*

Квалификация (степень) выпускника: *Бакалавр*

**Кострома**  
**2019**

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 01.03.02 *Прикладная математика и информатика*, утвержденным приказом № 9 от 10.01.2018

Разработал:

  
\_\_\_\_\_

подпись

Собашко Ю.А., доцент кафедры высшей математики, к.т.н.

Рецензент:

  
\_\_\_\_\_

подпись

Землякова И.В., заведующий кафедрой высшей математики, д.т.н., профессор.

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий

Протокол заседания кафедры № 12 от 22.05.2019 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий

  
\_\_\_\_\_ Секованов Валерий Сергеевич, д.п.н, к.ф.-м.н., профессор КГУ

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: сформировать способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, в частности линейной алгебры, в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

1. дать основные понятия и методы линейной алгебры;
2. научить применять методы линейной алгебры;
3. дать логически стройное изложение основных теоретических разделов линейной алгебры;
4. научить применению теоретических знаний к решению практических задач;
5. повысить математическую подготовку бакалавров для успешного усвоения разделов обязательной части учебного плана, требующих применения методов линейной алгебры.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

**ОПК-1.** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции:

**ОПК-1.1.** Обладает фундаментальными знаниями в области высшей математики, знает основные законы физики и теоретические методы анализа физических явлений.

**ОПК-1.2.** Умеет решать стандартные задачи математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и других дисциплин высшей математики.

**ОПК-1.3.** Имеет навыки проведения компьютерного вычислительного эксперимента с визуализацией полученных результатов расчётов.

**Знать:** основные определения; формулировки, а в ряде случаев и доказательства, важнейших теорем линейной алгебры; методы решения прикладных задач средствами линейной алгебры.

**Уметь:** использовать математический аппарат, обосновывать корректность поставленной задачи, применять известные алгоритмы к решению задач, проверять правильность найденного решения задачи; выполнять действия над комплексными числами; вычислять определители; решать системы линейных уравнений тремя способами; иметь понятия линейных операторов, билинейных и квадратичных форм.

**Владеть:** опытом ведения научной дискуссии, решения широкого круга математических

задач.

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается во 2 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на курсе элементарной математики, который изучают обучающиеся в средних общеобразовательных организациях, а также курсе аналитической геометрии.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Математический анализ, Комплексный анализ, Физика, Дискретная математика, Теория вероятности и математическая статистика, Теоретические основы информатики, Методы моделирования физических полей, Прикладная статистика.

Дисциплины и иные компоненты ОП, формирующие указанные выше компетенции: ОПК-1 (способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности) формируется при освоении дисциплин: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Математический анализ, Комплексный анализ, Физика, Дискретная математика, Дифференциальные уравнения, Теория вероятности и математическая статистика, Теоретические основы информатики, Методы моделирования физических полей, Прикладная статистика.

### 4. Объем дисциплины

#### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

| Виды учебной работы                      | Очная форма           |
|--|-----------------------|
| Общая трудоемкость в зачетных единицах   | 5                     |
| Общая трудоемкость в часах               | 180                   |
| Аудиторные занятия в часах, в том числе: | 68                    |
| Лекции                                   | 34                    |
| Практические занятия                     | 34                    |
| Лабораторные занятия                     | —                     |
| Самостоятельная работа в часах           | 76                    |
| Экзамен                                  | 36                    |
| Форма промежуточной аттестации           | экзамен во 2 семестре |

#### 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

|                                   |             |
|-----------------------------------|-------------|
| Виды учебных занятий              | Очная форма |
| Лекции                            | 34          |
| Практические занятия              | 34          |
| Лабораторные занятия              | –           |
| Консультации ( <i>на группу</i> ) | 2,4         |
| Зачет/зачеты                      | –           |
| Экзамен/экзамены                  | 0,7         |
| Курсовые работы                   | –           |
| Курсовые проекты                  | –           |
| Всего                             | 71,1        |

## 5 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1 Тематический план учебной дисциплины

| №  | Название раздела, темы                  | Всего<br>з.е./час. | Аудиторные занятия |           | Самостоятельная работа |
|----|---|--------------------|--------------------|-----------|------------------------|
|    |   |                    | Лекц.              | Практ.    |                        |
| 1  | Комплексные числа                       | 6                  | 2                  | 2         | 2                      |
| 2  | Системы линейных уравнений              | 11                 | 2                  | 4         | 5                      |
| 3  | <i>Индивидуальное домашнее задание</i>  | 4                  |                    |           | 4                      |
| 4  | Арифметическое $n$ -мерное пространство | 11                 | 4                  | 4         | 3                      |
| 5  | Матрицы и определители                  | 12                 | 4                  | 4         | 4                      |
| 6  | <i>Контрольная работа № 1</i>           | 5                  |                    | 2         | 3                      |
| 7  | Линейные пространства                   | 12                 | 6                  | 4         | 2                      |
| 8  | <i>Индивидуальное домашнее задание</i>  | 4                  |                    |           | 4                      |
| 9  | Евклидовы пространства                  | 10                 | 4                  | 4         | 2                      |
| 10 | Линейные операторы                      | 14                 | 6                  | 4         | 4                      |
| 11 | <i>Контрольная работа № 2</i>           | 5                  |                    | 2         | 3                      |
| 12 | Билинейные и квадратичные формы         | 14                 | 6                  | 4         | 4                      |
| 13 | Подготовка к экзамену                   | 36                 |                    |           | 36                     |
| 14 | Экзамен                                 | 36                 |                    |           |                        |
| 15 | <b>Итого:</b>                           | <b>180</b>         | <b>34</b>          | <b>34</b> | <b>76</b>              |

### 5.2. Содержание:

**Тема 1. Комплексные числа.** Алгебраическая форма комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Примеры. Действия над комплексными

числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня  $n$ -ой степени). Показательная форма комплексного числа. Примеры.

**Тема 2. Системы линейных уравнений.** Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Примеры.

**Тема 3. Арифметическое  $n$ -мерное пространство.** Линейная зависимость и независимость системы векторов, их свойства. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений и способ его построения.

**Тема 4. Матрицы и определители.** Понятие матрицы. Операции над матрицами (сложения однотипных матриц, умножение матрицы на действительное число, умножение согласованных матриц) и их свойства. Квадратные и блочные матрицы. Обратимые матрицы. Условие существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы  $A^{-1}$  для невырожденной матрицы  $A$ . Запись и решение системы  $n$  линейных уравнений с  $n$  переменными в матричной форме. Понятие определителя квадратных матриц. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя  $n$ -ого порядка. Практический способ вычисления определителя. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя. Правило Крамера.

**Тема 5. Линейные пространства.** Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Свойства линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат при изменении базиса  $n$ -мерного линейного пространства.

**Тема 6. Евклидовы пространства.** Вещественное евклидово пространство и его простейшие свойства (неравенство Коши–Буняковского, понятие нормы вектора и его свойства, неравенство Минковского). Ортогональная система векторов и ее свойства. Ортонормированный базис.

**Тема 7. Линейные операторы.** Понятие линейного оператора. Примеры. Способы задания линейного оператора. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Подобные матрицы. Действия над линейными операторами (сложение линейных операторов, умножение линейного оператора на число, умножение линейных операторов) и их свойства. Связь между действиями над линейными операторами и действиями над их матрицами. Ранг и дефект линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов и их свойства. Характеристический многочлен матрицы линейного оператора. Нахождение собственных векторов линейного оператора. Условие приведения матрицы линейного оператора к

диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Понятие  $\lambda$ -матрицы и ее свойства. Жорданова форма матрицы линейного оператора.

**Тема 8. Билинейные и квадратичные формы.** Понятие билинейной формы и ее свойства. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Ранг билинейной формы. Понятие квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (т. е. сумме квадратов). Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

| № п/п | Раздел (тема) дисциплины                | Задание  | Часы | Методические рекомендации. Рекомендуемая литература | Форма контроля  |
|-------|---|--|------|---|---|
| 1     | Комплексные числа                       | Изучение теоретического материала лекций.  | 2    | Лекционный материал, [1]                            | Опрос на практическом занятии, экзамен                          |
| 2     | Системы линейных уравнений              | Изучение теоретического материала лекций.  | 5    | Лекционный материал, [1]                            | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |
|       |   | Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Системы линейных уравнений».           | 4    | Лекционный материал, [1], [2], [5]                  | Домашняя контрольная работа                                     |
| 3     | Арифметическое $n$ -мерное пространство | Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.                                    | 3    | Лекционный материал, [1], [2]                       | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |
| 4     | Матрицы и определители                  | Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.                                    | 4    | Лекционный материал, [1]                            | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |
|       |   | Подготовка к контрольной работе № 1 по теме "Определители второго и действия над матрицами". | 3    | Лекционный материал, [1], [2]                       | Контрольная работа  |
| 5     | Линейные пространства                   | Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.                                    | 2    | Лекционный материал, [1], [4]                       | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |

|    |                                 |   |           |  |   |
|----|---------------------------------|---|-----------|--|---|
|    |                                 | Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Линейные пространства». | 4         | Лекционный материал, [1], [2]            | Домашняя контрольная работа                                     |
| 6  | Евклидовы пространства          | Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з..                    | 2         | Лекционный материал, [1], [2]            | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |
| 7  | Линейные операторы              | Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.                     | 4         | Лекционный материал, [1], [2]            | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |
|    |                                 | Подготовка к контрольной работе № 2 по теме «Линейные операторы».             | 3         | Лекционный материал, [1], [2]            | Контрольная работа  |
| 8  | Билинейные и квадратичные формы | Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.                     | 4         | Лекционный материал, [1], [2]            | Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен |
| 9  | Подготовка к экзамену.          |   | 36        | Лекционный материал, [1], [2], [4], [11] | Экзамен   |
| 10 | <b>Итого</b>                    |   | <b>76</b> |  |   |

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

| № занят.   | Тема практического занятия                                    | Задания для практического занятия  |
|--|---|--|
| <b>Литература</b> , необходимая для занятий:<br><i>Фадеев Д. К.</i> , Соминский И. С. Сборник задач по высшей алгебре. [1]<br>Проскуракова И. В. [2] |   |  |
| 1  | Комплексные числа.  | [1]: №101, №105, №107, №108, №109, №118, №119, №124 №136, №143, №145, №146, №173, №176.<br>Раздать индивидуальные задания (Индивидуальная домашняя контрольная работа) |
| 2–3  | Методы решения СЛАУ.  | [2]: №578, №580, №693, №689, №700.   |
| 3  | Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов. | [2]: №639, №641, №642, №673, №672, №676, №681  |



|       |  |   |
|-------|--|---|
| 4     | Критерий совместности системы векторов.<br>Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.  | [2]: №608, №712, №736, №730, №725, №714, №729, №731 №740.   |
| 5–6   | Матрицы. Действия над матрицами. Обратные матрицы.   | [2]: №788, №791, №837, №841, №843, №861, №865, №792 №845, №844, №864.   |
| 7     | Решение систем с помощью матричных уравнений. Определители.  | [1]: №400 (b, d), №100, №236, №239, №255, №257, №259, №262.   |
| 8–9   | Аудиторная контрольная работа по теме «Нахождение ФНР для системы однородных уравнений. Вычисление определителя четвертого порядка. Решение систем линейных уравнений (методом Крамера и с помощью матричного уравнения). Нахождение базиса системы векторов. Нахождение ранга матрицы». | Подготовка к контрольной работе №2.<br>1) ФНР системы однородных уравнений (№724–726, 729–731);<br>2) Вычислить определитель четвертого порядка (№257–269);<br>3) Решить систему по правилу Крамера и с помощью матричного уравнения (№74–77 (двумя способами));<br>4) Вычислить ранг матрицы (№679–681);<br>5) Найти базис и выразить через него остальные векторы (№1277–1279). |
| 10–15 | Линейные пространства. Евклидовы пространства. Линейные операторы. Аудиторная контрольная работа. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.  | Задачи. №1285, №1297(б), №1298(в), №1277, №1363, №1454; №1465, №1467, №1468, №1470, №1466, №1472, №1479.  |
| 16–17 | Жордановы формы. Билинейные и квадратичные формы.  | Задачи. №1090, №1092, №1094, №1181, №1183, №1185, №1186.  |

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

## 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы отсутствуют.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

| №<br>п/п              | Литература   | Кол-во<br>книг |
|-----------------------|--|----------------|
| <i>Основная</i>       |  |                |
| 1                     | Математика: Учебное пособие: Том 1 / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. – М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 352 с.: 60x90 1/16. – (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2<br><a href="http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540">http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540</a> |                |
| 2                     | Математика Т.2: Учебное пособие. / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. – М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 360 с.: 60x90 1/16. – (Высшее образование: Бакалавриат)<br><a href="http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538">http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538</a>                    |                |
| 3                     | Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами: учеб. пособие для вузов. 1 курс. – 6-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2007. – 576 с.: ил.– (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 978-5-8112-2326-8: 154.90; 112.00.   | 210            |
| 4                     | Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами: учеб. пособие. 2 курс / под ред. С. Н. Федина. – 4-е изд.; 5-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2006; 2007. – 592 с.: ил. – (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 978-5-8112-2486-9: 122.00.                                    | 146            |
| <i>Дополнительная</i> |  |                |
| 5                     | Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие для вузов: в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд. – Минск: Вышэйш. шк., 2009. – 304 с.: ил. – ISBN 978-985-06-1594-7   | 233            |
| 6                     | Землякова, И. В. Численные методы: учеб. пособие для спец. 230104, 230201, 230203. – Кострома: КГТУ, 2011. – 94 с. – ОПД. – обязат. – ISBN 978-5-8285-0569-2: 13.78.   | 46             |
| 7                     | Землякова, И. В. Справочные материалы и задачи для подготовки к экзамену по высшей математике (линейная и векторная алгебра, аналитическая геометрия, введение в математический анализ)  | ЭБ             |

|    |  |    |
|----|--|----|
|    | [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / И. В. Землякова, Т. А. Чебунькина, Л. А. Ширина ; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Каф. высшей математики. – Электрон. текст. данные. – Кострома: КГУ, 2017. – 39 с.   |    |
| 8  | Чебунькина, Т. А. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс]: в 3 ч. Ч. 1 / Т. А. Чебунькина, И. В. Землякова, Л. А. Ширина; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Каф. высш. математики. – Электрон. текст. данные. – Кострома: КГУ, 2017. – 91 с. – Библиогр.: с. 91. – ISBN 978-5-8285-0840-2 | ЭБ |
| 9  | Балабко, Л.В. Численные методы: учебное пособие / Л.В. Балабко, А.В. Томилова; Сев. (Арктич.) федер. ун-т им. М.В. Ломоносова. – Архангельск: ИД САФУ, 2014. – 163 с. <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>  |    |
| 10 | Численные методы: лабораторный практикум / Шевченко Г.И., Куликова Т.А. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2016. – 107 с. <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>  |    |
| 11 | Глазырина, П.Ю. Нормированные пространства. Типовые задачи: [учеб. пособие] / П.Ю. Глазырина, М.В. Дейкалова, Л.Ф. Коркина, – Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2012. – 108 с. <a href="http://biblioclub.ru">http://biblioclub.ru</a>   |    |

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru>
3. ЭБС «Znanium» <http://znanium.com/>
4. Консультант Студента. Электронная библиотека технического вуза <http://www.studentlibrary.ru/>

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы        | Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы   | Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа       |
|---|---|--|
| Аудитория для занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных | Специализированная мебель; ноутбук; переносной мультимедийный проектор; экран; рабочее место преподавателя; учебно-наглядные пособия, обеспечивающие наглядные иллюстрации; доска | Windows Pro 8.1 (поставщик ООО Софт-лайт Проекты, договор №50155/ЯР4393 от 12.12.2014 г.); |

|  |   |   |
|--|---|---|
| консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации   | меловая   | Свободно распространяемое программное обеспечение: LibreOffice (тип лицензии - <a href="#">GNU LGPL v3+</a> )   |
| Аудитория для занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации | Специализированная мебель; ноутбук; переносной мультимедийный проектор; экран; рабочее место преподавателя; учебно-наглядные пособия, обеспечивающие наглядные иллюстрации; доска меловая   | Windows Pro 8.1 (поставщик ООО Софт-лайт Проекты, договор №50155/ЯР4393 от 12.12.2014 г.);<br>Свободно распространяемое программное обеспечение: LibreOffice (тип лицензии - <a href="#">GNU LGPL v3+</a> )   |
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся   | Специализированная мебель; рабочие места, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КГУ; демонстрационная LCD-панель; принтеры, в т.ч. большеформатный и цветной; сканеры (форматы А2 и А4); web-камеры; микрофоны | Windows XP по лицензии OEM Software (поставщик ООО «Системный интегратор», договор № 22 ГК от 16.12.2016 г.);<br>АИБС «Марк-SQL» (поставщик НПО «Информ-система», договор № 260420060420 от 26.04.2006 г.);<br>LibreOffice (тип лицензии - GNU LGPL v3+);<br>Google Chrome (тип лицензии – BSD);<br>Adobe Reader Acrobat BC (тип лицензии – free) |
| Помещение для самостоятельной работы обучающихся   | Специализированная мебель; рабочие места, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КГУ; доска меловая   | Windows Pro 8.1 (поставщик ООО Софт-лайт Проекты, договор №50155/ЯР4393 от 12.12.2014 г.);<br>LibreOffice (тип лицензии - GNU LGPL v3+);<br>Google Chrome (тип лицензии – BSD);<br>Adobe Reader Acrobat BC (тип лицензии – free)  |