

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ**

Направление подготовки: 01.03.02 Прикладная математика и информатика  
Направленность: Прикладная математика и информатика  
Квалификация выпускника: бакалавр

**Кострома  
2024**

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утверждённым приказом №9 от 10.01.2018 г.

Разработал: Ширяев Кирилл Евгеньевич, доцент кафедры высшей математики, к.ф.-м.н., доцент

Рецензент: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующая кафедрой высшей математики, к.ф.-м.н.

ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий:

Протокол заседания кафедры №6 от 14.05.2024 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий

Ивков Владимир Анатольевич, к.э.н., доцент КГУ

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: формирование у студента способности к применению системных научных теоретических знаний, умений и практических навыков в дисциплине «Дифференциальные уравнения» в педагогической деятельности по направленности.

### Задачи дисциплины:

- ознакомить студентов с основными понятиями и главными теоремами теории дифференциальных уравнений;
- сформировать навык решения главных видов обыкновенных дифференциальных уравнений;
- научить анализировать нелинейные системы, сводя их к решению линейных;
- научить решать прикладные задачи методом составления дифференциального уравнения и последующего его решения, научить интерпретировать полученные результаты.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

### освоить компетенцию:

**ОПК-1** Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции

**ОПК-1.1.** Обладает фундаментальными знаниями в области высшей математики, знает основные законы физики и теоретические методы анализа физических явлений.

**ОПК-1.2.** Умеет решать стандартные задачи математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и других дисциплин высшей математики.

**ОПК-1.3.** Имеет навыки проведения компьютерного вычислительного эксперимента с визуализацией полученных результатов расчётов.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

### Знать:

- основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории устойчивости;
- типы классических дифференциальных уравнений;
- теоремы существования и единственности решений дифференциальных уравнений в различных функциональных пространствах.

### Уметь:

- определять тип уравнения;
- правильно применять классический метод решения для уравнения указанного типа;
- исследовать решения на устойчивость;
- составлять дифференциальные уравнения для физических и геометрических задач;
- интерпретировать полученные решения с точки зрения физики и геометрии;
- решать линейные системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков;
- линеаризовывать нелинейные системы и исследовать их на устойчивость;
- строить фазовые портреты систем второго порядка.

### Владеть:

- методами решения классических дифференциальных уравнений первого и второго порядков;
- методами приближенного решения дифференциальных уравнений;
- методикой линеаризацией нелинейных систем и исследования их на устойчивость;
- методикой исследования фазовых портретов систем второго порядка.

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к *обязательной* части учебного плана.

Изучается в 4 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:

Математический анализ; Аналитическая геометрия; Линейная алгебра; Комплексный анализ

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

Методы моделирования физических полей; Преддипломная практика; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы - *базируются на изучении данной дисциплины.*

### 4. Объем дисциплины

#### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	58
Лекции	26
Практические занятия	32
Лабораторные занятия	
Самостоятельная работа в часах	50
Форма промежуточной аттестации Экзамен в 4 семестре	36

#### 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	26
Практические занятия	32
Лабораторные занятия	
Консультации (2 часа) на каждый экзамен	2
Зачет/зачеты	
Экзамен/экзамены (0,35 часа) на каждый экзамен	0,35
Курсовые работы	
Курсовые проекты	
Всего	60,35

### 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

## 5.1 Тематический план учебной дисциплины

№ п / п	Наименование темы	Всего часов	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Задача Коши для уравнения и системы		1	1		4
2	Теорема существования единственности решения задачи Коши		2	1		6
3	Некоторые виды обыкновенных дифференциальных уравнений		1	10		10
4	Общая теория линейных систем		4	2		2
5	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами		4	4		6
6	Линейная система с постоянными коэффициентами		4	4		6
7	Устойчивость		2	4		4
8	Фазовые портреты на плоскости		4	4		8
9	Теоремы зависимости от начальных условий и параметров		4	2		4
Итого:		108	26	32		50
Экзамен		36				36

### 5.2. Содержание:

**Тема 1. Задача Коши для уравнения и системы.** Дифференциальные уравнения первого порядка. Система уравнений  $n$ -го порядка. Дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Задача Коши для уравнений первого порядка, для уравнения  $n$ -го порядка, для системы  $n$ -го порядка.

**Тема 2. Теорема существования единственности решения задачи Коши.** Теорема существования единственности решения задачи Коши для уравнений первого порядка и для системы  $n$ -го порядка. Метод последовательных приближений. Теорема о продолжаемости решения.

**Тема 3. Некоторые виды обыкновенных дифференциальных уравнений.** Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Уравнения Бернулли и Риккатти. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнения, допускающие понижение порядка.

**Тема 4. Общая теория линейных систем.** Теорема существования и единственности решения для линейных систем. Линейная зависимость функций. Определитель Вронского. Линейное пространство решений однородной системы. Фундаментальная система решений. Решение линейной неоднородной системы. Метод вариации постоянных.

**Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.** Фундаментальная система решений линейных уравнений порядка  $n$  с постоянными коэффициентами (случаи различных корней характеристического уравнения). Линейные неоднородные уравнения с неоднородностью в виде квазимногочлена. Метод неопределенных коэффициентов для частных решений. Гармонический осциллятор.

**Тема 6. Линейная система с постоянными коэффициентами.** Фундаментальная система решений линейной системы с постоянными коэффициентами. Неоднородные системы с квазимногочленом в правой части. Частные решения таких систем.

**Тема 7. Устойчивость.** Задача об устойчивости. Оптимальное решение. Положения равновесия. Исследование на устойчивость методом функций Ляпунова и методом характеристических показателей.

**Тема 8. Фазовые портреты на плоскости.** Автономные системы, виды фазовых портретов. Узел, седло, фокус, центр. Вырожденные случаи.

**Тема 9. Теоремы зависимости от начальных условий и параметров.** Теоремы зависимости от начальных условий и параметров. Непрерывность и дифференцируемость.

## **6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины**

### **6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)**

№ п/п	Наименование темы	Задание	Кол-во часов	Формы текущего контроля
1	Задача Коши для уравнения и системы	Изучение литературы, разработка тестов	4	Контр. работа, опрос
2	Теорема существования единственности решения задачи Коши	Изучение литературы, разработка тестов	6	Контр. работа, опрос
3	Некоторые виды обыкновенных дифференциальных уравнений	Решение задач	10	Контр. работа, опрос
4	Общая теория линейных систем	Изучение литературы, разработка тестов	2	Контр. работа, опрос
5	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	Изучение литературы, решение задач, разработка тестов	6	Контр. работа, опрос
6	Линейная система с постоянными коэффициентами	Решение задач, разработка тестов	6	Контр. работа, опрос
7	Устойчивость	Изучение литературы, решение задач, разработка тестов	4	Контр. работа, опрос
8	Фазовые портреты на плоскости	Решение задач, разработка тестов	8	Контр. работа, опрос
9	Теоремы зависимости от начальных условий и параметров	Изучение литературы	4	Контр. работа, опрос

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

Ниже указаны страницы материалов по литературе для подготовки практическим занятиям.

№ п/п	Наименование темы	Учебник <i>Петровский И. Г.</i> Лекции по теории обыкновенных дифференциальных	Задачник <i>Филиппов А. Ф.</i> Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – М.: Изд-во ЛКИ, 2008

		уравнений. – М.: Физматлит, 2009	
1	Задача Коши для уравнения и системы	с.33-35	с.12-15
2	Теорема существования единственности решения задачи Коши	с.123-125	с.23-27
3	Некоторые виды обыкновенных дифференциальных уравнений	с.39-41	с.40-47
4	Общая теория линейных систем	с.65-67	с.34-37, 54-58
5	Линейные уравнения с постоянными коэффициентами	с.114-144	с.65-72
6	Линейная система с постоянными коэффициентами	с.149-152	с.59-64
7	Устойчивость	с.163-167	с.72-80
8	Фазовые портреты на плоскости	с.183-186	с.114-118
9	Теоремы зависимости от начальных условий и параметров	с.188-210	с.127-132

### 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Литература	Кол-во книг
<b>Основная литература</b>		
1	<b>Олейник, О. А.</b> Лекции об уравнениях с частными производными / Олейник, Ольга Арсеньевна ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 3-е изд., испр. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 260 с. - (Классический университетский учебник). - ISBN 978-5-94774-623-5 : 162.23.	10
2	<b>Курс лекций</b> по обыкновенным дифференциальным уравнениям : учебное пособие / Т.И. Бухарова, В.Л. Камынин, А.Б. Костин, Д.С. Ткаченко. - М. : МИФИ, 2011. - 228 с. - ISBN 978-5-7262-	

	1400-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231525">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=231525</a>	
3	<b>Алексеев, А. Д.</b> Уравнения с частными производными в примерах и задачах : учебное пособие / А.Д. Алексеев, С.Н. Кудряшов, Т.Н. Радченко ; Федеральное агентство по образованию Российской Федерации, Федеральное государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования "Южный федеральный университет", Факультет математики, механики и компьютерных наук. - Ростов-н/Д : Издательство Южного федерального университета, 2009. - 80 с. - библиогр. с: С. 78. - ISBN 978-5-9275-0609-5 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=240905">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=240905</a>	
<b>Дополнительная литература</b>		
1	<b>Понтрягин, Л. С.</b> Обыкновенные дифференциальные уравнения : [учеб. для ун-тов]. - Изд. 3-е, стер. - М. : Наука, 1970. - 331 с. - Предм. указ.: с. 329-331. - 0.75.	1
2	<b>Геворкян, П. С.</b> Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено Минобрнауки РФ. [ч. 2] / Геворкян, Павел Самвелович. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - Предм. указ.: с. 265-269. - ISBN 978-5-9221-0710-5 : 311.85.	3
3	<b>Письменный, Д. Т.</b> Конспект лекций по высшей математике : в 2 частях. Ч. 2 : 35 лекций / Письменный, Дмитрий Трофимович. - 6-е изд. - М. : Айрис Пресс, 2008. - 256 с. - ISBN 978-5-8112-2921-5 : 71.51.	20
4	<b>Дифференциальные и интегральные уравнения. Вариационное исчисление в примерах и задачах / А. Б. Васильева [и др.].</b> - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 432 с. - (Курс высшей математики и математической физики / под ред. А. Н. Тихонова [и др.] ; Вып. 10). - Библиогр.: с. 430-431. - ISBN 5-9221-0276-1 : 335.61.	5
5	<b>Демидович, Б. П.</b> Сборник задач и упражнений по математическому анализу : [учеб. пособие для вузов] : допущено Госкомитетом СССР по народ. образованию / Б. П. Демидович. - 10-е изд.,испр. - М. : Наука, 1990. - 624 с. : ил. - ISBN 5-02-014505-X : 1.40.	25
6	<b>Филиппов, А. Ф.</b> Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [учеб. пособие для высш. учеб. заведений]. - Изд. 4-е, доп. - М. : Наука, 1973. - 125, [2] с. - 0.22.	1
7	<b>Петровский, И. Г.</b> Лекции об уравнениях с частными производными. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 404 с. - (Классика и современность) (Математика). - ISBN 978-5-9221-1090-7 : 160.00.	1

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

*Информационно-образовательные ресурсы:*

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL:<http://vsegost.com/>

*Электронные библиотечные системы:*

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» » <http://znanium.com>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа.

Лицензионное программное обеспечение:

Windows 7 Pro лицензия 00180-912-906-507 постоянная-1шт.

Свободно распространяемое программное обеспечение:

– офисный пакет