

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ**

Направление подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика»

Направленность «Прикладная математика и информатика»

Квалификация выпускника: *бакалавр*

**Кострома  
2024**

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утверждённым приказом №9 от 10.01.2018 г.

Разработал: Бабенко Алёна Сергеевна, доцент кафедры высшей математики, к.п.н., доцент

Рецензент: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующая кафедрой высшей математики, к.ф.-м.н.

ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий:

Протокол заседания кафедры №6 от 14.05.2024 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий

Ивков Владимир Анатольевич, к.э.н., доцент КГУ

# 1. Цели и задачи освоения дисциплины

## Цель дисциплины:

Сформировать способность использовать базовые знания в области математики в познавательной и профессиональной деятельности. Сформировать способность приобретать новые знания, работая с информацией из различных источников.

## Задачи дисциплины:

- изучить основные понятия курса теории функций комплексного переменного: аналитическая и гармоническая функция, дифференцируемая функция, интеграл по комплексной переменной, степенные и обобщенные степенные ряды, конформные отображения;
- изучить основные свойства элементарных функций комплексного переменного;
- изучить разложение функции в ряд Тейлора и ряд Лорана;
- изучить теорию вычетов;
- научить применять теоретические знания к решению практических и профессиональных задач;
- повысить математическую подготовку бакалавра для успешного усвоения разделов профессионального цикла, требующих применения методов теории функций комплексного переменного.

# 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

## освоить компетенции:

**ОПК-1** — способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции :

**ОПК-1.1.** Обладает фундаментальными знаниями в области высшей математики, знает основные законы физики и теоретические методы анализа физических явлений.

**ОПК-1.2.** Умеет решать стандартные задачи математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и других дисциплин высшей математики.

**ОПК-1.3.** Имеет навыки проведения компьютерного вычислительного эксперимента с визуализацией полученных результатов расчётов.

## Знать:

основные понятия курса теории функций комплексного переменного: аналитическая и гармоническая функция, дифференцируемая функция, интеграл по комплексной переменной, степенные и обобщенные степенные ряды, конформные отображения, основные свойства элементарных функций комплексного переменного, разложение функции в ряд Тейлора и ряд Лорана, теорию вычетов в рамках развития способности применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук.

## Уметь:

вычислять пределы, исследовать ряд на сходимость, исследовать функцию на непрерывность, дифференцируемость, аналитичность, осуществлять отображения областей и кривых основными элементарными функциями, интегрировать функции комплексного переменного, раскладывать функции в ряд Тейлора и ряд Лорана, находить особые точки функции и определять их характер, вычислять вычеты, применять теорию вычетов для

вычисления определенных и несобственных интегралов для формирования способности использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.

#### **Владеть:**

базовыми понятиями, теоретическими фактами, методами решения задач теории функций комплексного переменного для развития способности применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

### **3. Место дисциплины в структуре ОП ВО**

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 3 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках: аналитическая геометрия, математический анализ, линейная алгебра.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: дискретная математика, физика, комплексный анализ, дифференциальные уравнения, моделирование электронных схем, теоретические основы информатики, методы моделирования физических полей, прикладная статистика, преддипломная практика, подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

### **4. Объем дисциплины**

#### **4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы**

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	2
Общая трудоемкость в часах	72
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	
Лекции	14
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	42
Форма промежуточной аттестации	Зачет

#### **4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося**

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	14
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Зачет/зачеты	-
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	30

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			Лекц	Практ.	Лаб.	
<i>3 семестр</i>						
1	Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами	10	2	2	-	6
2	Предел последовательности, числовые ряды	4	1	1	-	2
3	Функции комплексного переменного, предел, непрерывность	4	1	1	-	2
4	Дифференцируемость функции комплексного переменного	10	2	2	-	6
5	Элементарные функции комплексного переменного. Конформные отображения	4	1	1	-	2
6	Интеграл от функции комплексного переменного	10	2	2	-	6
7	Разложение аналитической функции в ряд Тейлора	4	1	1	-	2
8	Теорема единственности. Аналитическое продолжение	2	1	-	-	1
9	Ряд Лорана	6	1	2	-	3
10	Классификация особых точек	3	1	1	-	1
11	Теория вычетов	3	1	1	-	1
Зачет		12		2		10
Итого:		2/72	14	16	-	42

### 5.2. Содержание:

**Тема 1. Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами.** Комплексные числа. Действия с комплексными числами. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Операции возведения в целую степень и извлечение корня, формулы Эйлера и Муавра.

**Тема 2. Предел последовательности, числовые ряды.** Последовательность комплексных чисел, сходимость. Бесконечно удаленная точка. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана. Числовые ряды. Признаки сходимости.

**Тема 3. Функции комплексного переменного, предел, непрерывность.** Функции комплексного переменного. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции комплексного переменного.

**Тема 4. Дифференцируемость функции комплексного переменного.** Понятие производной функции по комплексной переменной. Условие Коши-Римана. Аналитические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Понятие конформного отображения.

**Тема 5. Элементарные функции комплексного переменного. Конформные отображения.** Элементарные функции и осуществляемые ими отображения: линейная и дробно-линейная функции, функции  $w=z^n$ ,  $w=\sqrt[n]{z}$ , показательная и логарифмическая функции и функция Жуковского. Непрерывные однозначные ветви многозначных функций. Римановы поверхности.

**Тема 6. Интеграл от функции комплексного переменного.** Понятие интеграла от функции комплексного переменного. Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Интегральная формула Коши, теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры.

**Тема 7. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.** Степенные ряды. Радиус и круг сходимости. Разложение функции в степенной ряд. Теорема единственности разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема о существовании разложения аналитической функции в степенной ряд. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

**Тема 8. Теорема единственности. Аналитическое продолжение.** Нули аналитической функции. Свойство единственности аналитической функции. Понятие об аналитическом продолжении. Принцип максимума модуля и его применение.

**Тема 9. Ряд Лорана.** Обобщенный степенной ряд. Теорема о существовании разложения аналитической функции в обобщенный степенной ряд. Ряд Лорана. Теорема о единственности разложения функции в ряд Лорана.

**Тема 10. Классификация особых точек.** Изолированные особые точки аналитической функции, их классификация. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, теорема Пикара.

**Тема 11. Теория вычетов.** Понятие вычета функции. Способы нахождения вычетов в точке. Основная теорема о вычетах. Вычет в точке бесконечность. Применение вычетов к вычислению интегралов.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (Литература)	Форма контроля
<b>3 семестр</b>					
1	Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	6	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
2	Предел последовательности,	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет

	числовые ряды				Разбор домашних заданий
3	Функции комплексного переменного, предел, непрерывность	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
4	Дифференцируемость функции комплексного переменного	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	6	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
5	Элементарные функции комплексного переменного. Конформные отображения	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
6	Интеграл от функции комплексного переменного	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	6	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
7	Разложение аналитической функции в ряд Тейлора	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
8	Теорема единственности. Аналитическое продолжение	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
9	Ряд Лорана	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, экзамен Разбор домашних заданий
10	Классификация особых точек	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
11	Теория вычетов	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
		Подготовка к зачету.	10	Лекционный материал	Зачет

<b>Итого:</b>		42	
---------------	--	----	--

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий.

№	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
<b>3 семестр</b>		
<b>Литература</b> , необходимая для занятий:		
[1] Сборник задач по высшей математике. 1 курс / К.Н.Лунгу, Д.Т.Письменный, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко. – М.: Айрис-пресс, 2008.		
[2] Балк М.Б., Петров В.А., Полукин А.А. Задачник-практикум по теории аналитических функций. – М.: Просвещение, 1976.		
[3] Сборник задач по высшей математике. 2 курс / К.Н.Лунгу и др.; под ред. С.Н.Федина. – М.: Айрис-пресс, 2007.		
[4] Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006.		
[5] Эйдерман В. Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционное исчисление. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.		
1	Комплексные числа, основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел. Формы записи комплексного числа. Действия над комплексными числами.	[1] стр. 435 № 10.1.2, 10.1.4 (а), 10.1.6 (а, б), 10.1.7 (а, б), 10.1.8, стр. 439 № 10.2.3, 10.2.4
2	Предел последовательности. Числовые ряды	[2] стр. 21 № 61, 63, 65, 69, 71. [1] стр. 17 № 1.95, 1.97, 1.99, 1.100, 1.103.
3	Функции комплексного переменного	[4] Стр. 18 № 1.109, 1.113, 1.114(1), 1.115(1), [2] стр. 32 № 7.118, 7.119, [3] стр. 439 № 7.1.2, 7.1.4, 7.1.6, 7.1.9., 7.1.12, 7.1.17, стр. 443 № 7.1.35, 7.1.37.
4	Дифференцируемость функции комплексного переменного. Аналитическая функция	[3] стр. 445 № 7.2.5- 7, 7.2.33. [3] стр. 445 № 7.2.5 — 7, 7.2.33
5	Восстановление аналитической функции по ее действительной и мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.	[3] стр. 445 № 7.2.20-29 [4] № 1.187 (1,3), 1.188 (1,2)
6	Линейная функция	[ 4] № 2.1, 2.4 (1,2), 2.5(1) [ 4] № 2.2, 2.4(3), 2.5(2), 2.7.
7	Дробно-линейная функция Степенная функция.	[4 ] № 2.8(1,-4), 2.18, 2.21(1) [ 4] № 2.86 (1) [2 ] стр. 7 № 4(а), стр. 69 № 3.15 (а,в)
8	Показательная и логарифмическая функция.	[ 4] № 2.146(1,5,7), 2.148 (1,3) [2 ] стр. 61 № 2.76 (а,в,г) стр. 65 № 2.94, 2.96, 2.99.



9	Интеграл от функции комплексного переменного	[ 3 ] стр. 460 № 7.3.8, 7.3.10, 7.3.16 [ 3 ] стр.461 № 7.3.9, 7.3.11, 7.3.12.
10	Интегральная формула Коши	[ 3 ] стр.463 № 7.3.38, 7.3.39, 7.3.42, 7.3.47, 7.3.48. [ 3 ] стр. 463 № 7.3.40, 7.3.41, 7.3.43-7.3.45.
11	Степенные ряды. Разложение функции в ряд Тейлора.	[ 4 ] стр.61 № 3.40, 3.42, 3.44, 3.57 [ 5 ] стр.247 № 26(б)
12	Ряд Лорана	[ 3 ] стр.471 № 7.4.5, 7.4.7, 7.4.8, 7.4.12, 7.4.19.
13	Ряд Лорана	[3] стр. 461 №7.4.6, 7.4.9, 7.4.10, 7.4.11, 7.4.14, 7.4.21
14,15	Классификация особых точек	[ 3 ] стр.474 №7.4.26, 7.4.27, 7.4.31, 7.4.34, 7.4.36. [ 3 ] стр. 474 № 7.4.28, 7.4.29, 7.4.32, 7.4.35, 7.4.38.
16	Вычисление вычетов	[ 3 ] стр.481 № 7.5.5-7.5.9 [ 3 ] стр.481 № 7.5.10-7.5.18
17,18	Вычисление интегралов с помощью вычетов	[ 3 ] стр.483 № 7.5.25-7.5.36. [ 3 ] стр. 483 № 7.5.37-7.5.40

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы отсутствуют.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Владимирский, Борис Михайлович. Математика : Общий курс : [учеб. для бакалавров естественнонаучных направлений] / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. - Изд. 4-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 957, [2] с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 948-950. - Предм. указ.: с. 951-957. - ISBN 978-5-8114-0445-2 : 869.88.	6
2	Волковвыский, Лев Израилевич. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано Мин-вом общего и специального обр. РФ / Волковвыский, Лев Израилевич, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - Изд. 4-е, перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. -	6

	312 с. : ил. - ISBN 5-9221-0264-8 : 231.32.	
3	Курс высшей математики : Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения : лекции и практикум : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено МО РФ / И. М. Петрушко [и др.] ; под общ. ред. И. М. Петрушко. - Изд. 2-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 603, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 595. - ISBN 978-5-8114-0633-3 : 551.98.	6
4	Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по высшей математике : в 2 частях. Ч. 2 : 35 лекций / Письменный, Дмитрий Трофимович. - 6-е изд. - М. : Айрис Пресс, 2008. - 256 с. - ISBN 978-5-8112-2921-5 : 71.51.	20
<i>Дополнительная</i>		
5	Волковвыский, Лев Израилевич. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано Мин-вом общего и специального обр. РФ / Волковвыский, Лев Израилевич, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - Изд. 4-е, перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. : ил. - ISBN 5-9221-0264-8 : 231.32.	6
6	Геворкян, Павел Самвелович. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено Минобрнауки РФ. [ч. 2] / Геворкян, Павел Самвелович. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - Предм. указ.: с. 265-269. - ISBN 978-5-9221-0710-5 : 311.85.	3
7	Маркушевич, А. И. Введение в теорию аналитических функций : [учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов] : допущено М-вом просвещения СССР / А. И. Маркушевич, Л. А. Маркушевич. - М. : Просвещение, 1977. - 320 с. : ил. - Библиогр.: с. 315. - Предм. указ.: с. 316-317. - 0.93.	51
8	Половинкин Евгений Сергеевич. Курс лекций по теории функций комплексного переменного / Половинкин, Евгений Сергеевич. - М. : Физматкнига, 2003. - 208 с. : ил. - Библиогр.: с. 199. - Предм. указ.: с. 200-203. - ISBN 5-89155-115-9 : 293.27.	3
9	Посицельская, Любовь Наумовна. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях : [учеб. пособие для студ. вузов] : допущено Науч. метод советом Минборнауки / Посицельская, Любовь Наумовна. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. - (Математика и прикладная математика). - Библиогр.: с. 133. - ISBN 978-5-9221-0794-5 : 194.99.	3
10	Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : [учеб. для физ.-мат. спец. вузов] : допущено М-вом образования СССР / И. И. Привалов. - Изд. 12-е, стер. - М. : Наука, 1977. - 444 с. : ил. - Алф. указ.: с. 438-444. - 1.10.	25
11	Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : [учеб. для студентов вузов] : допущено М-вом образования СССР / И. И. Привалов. - Изд. 13-е. - М. : Наука, 1984. - 432 с. : ил. - Предм. указ.: с. 429-432. - 1.30.	2

12	Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / М.И.Шабунин, М.И.Карлов, Е.С.Половинкин. - 3-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 363 с. - ISBN 978-5-9963-0801-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222878">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=222878</a> (11.03.2015).
----	--

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

*Информационно-образовательные ресурсы:*

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL:<http://vsegost.com/>

*Электронные библиотечные системы:*

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» » <http://znanium.com>

## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа.

Лицензионное программное обеспечение:

Windows 7 Pro лицензия 00180-912-906-507 постоянная-1шт.

Свободно распространяемое программное обеспечение:

- математический пакет Mathcad -14,
- офисный пакет