

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
МЕТОДЫ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность подготовки «Прикладная математика и информатика»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Кострома

2024

Рабочая программа дисциплины «Методы вычислительной математики» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утверждённым приказом №9 от 10.01.2018 г.

Разработал: Сухов Андрей Константинович, доцент, к.ф.-м.н., доцент

Рецензент: Козырев Сергей Борисович, доцент КГУ

ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры прикладной математики и информационных технологий:

Протокол заседания кафедры №6 от 14.05.2024 г.

Заведующий кафедрой прикладной математики и информационных технологий

Ивков Владимир Анатольевич, к.э.н., доцент КГУ

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины:

Развить у студентов способность работать с современными методами обработки приближенных чисел, численными методами решения обыкновенных и дифференциальных уравнений и их систем, численным дифференцированием и интегрированием.

Задачи дисциплины:

- научить грамотной постановке и анализу решений математических задач на компьютере;
- освоить работу с приближенными числами и оценивать точность проводимых вычислений;
- выработать практические навыки интерполяции и аппроксимации табличных функций;
- познакомить с применением вычислительных методов при решении математических задач, задаваемых уравнениями и их системами.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

ОПК-2 – (способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач).

Код и содержание индикаторов компетенции:

ОПК-2.1. Реализует методы вычислительной математики с использованием стандартного программного обеспечения и систем программирования при решении прикладных задач вычислительного характера.

ОПК-2.2. Работает с современными системами программирования для разработки прикладных приложений вычислительной, алгоритмической, логической, технологической, обучающей направленности, а также приложений, связанных с системами искусственного интеллекта.

ОПК-2.3. Реализует стандартные численные и получисленные алгоритмы в системах программирования при решении прикладных задач алгоритмического характера.

ОПК3: (способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности).

Код и содержание индикаторов компетенции

ОПК-3.1. Знать: технологии разработки и анализа математических моделей в профессиональной деятельности

ОПК-3.2. Уметь: разрабатывать математические модели и проводить их анализ

ОПК-3.3. Иметь навыки: построения математических моделей в области профессиональной деятельности.

Знать:

- этапы решения математической задачи на компьютере;
- источники погрешности при вычислениях;
- способы интерполяции и аппроксимации табличных функций;
- что такое конечные разности и квадратура;
- численное интегрирование дифференциальных уравнений и их систем;
- решение дифференциальных уравнений с помощью разностных сеток.

Уметь:

- записывать приближенные числа;
- проводить оценку погрешности приближенных вычислений;
- находить корни уравнений и систем с заданной точностью;

- интерполировать и аппроксимировать табличные функции полиномами;
- численно дифференцировать и интегрировать;
- вычислять численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.

Владеть:

- способами представления приближенных чисел;
- методами интерполяции и аппроксимации дискретных функций;
- методами построения вычислительных схем решения математических задач.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина «Методы вычислительной математики» относится к обязательной части учебного плана. Изучается в пятом и шестом семестрах обучения. Для изучения дисциплины «Методы вычислительной математики» необходимы знания, умения и навыки, формируемые дисциплинами «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Дискретная математика» и «Дифференциальные уравнения».

Дисциплина «Методы вычислительной математики» интегрирует с дисциплиной «Прикладное программирование». Данная интеграция включает в себя логическую и содержательную взаимосвязь, поскольку при ее изучении используются как программирование математических методов решения задач, так и информационные технологии обработки данных.

Изучение дисциплины «Методы вычислительной математики» является основой для освоения последующей дисциплины «Вычисления на многопроцессорных системах» и практики «Научно-исследовательская работа».

Компетенция ОПК-2 дополнительно формируется дисциплинами «Логическое программирование», «Теория формальных языков и грамматик», «Прикладные алгоритмические методы», «Методы вычислительной математики», «Логические структуры и алгоритмы».

Компетенция ОПК-3 дополнительно формируется дисциплинами «Методы оптимизации», «Математические основы компьютерной графики», «Основы синергетики», «Методы моделирования фрактальных множеств», «Элементы нелинейной динамики».

4. Объём дисциплины «Методы вычислительной математики»

4.1. Объём дисциплины в зачётных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	8
Общая трудоемкость в часах	288
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	92
Лекции	34
Практические занятия	–
Лабораторные занятия	68
Самостоятельная работа в часах	186
Форма промежуточной аттестации	Экзамен в 5 и 6 семестрах

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	34
Практические занятия	–
Лабораторные занятия	68
Консультации	4
Зачёт/зачёты	–
Экзамен/экзамены	0,7
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	106,7

**5. Содержание дисциплины «Методы вычислительной математики»,
структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и
видов занятий**

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№ п/п	Наименование темы	Всего з.е./час	Аудиторные занятия			Самос.
			Лекции	Практ.	Лабор.	
1.	Этапы решения задач на компьютере. Математические модели	0,61/22	4	-	4	14
2.	Основы теории приближенных вычислений	0,61/22	4	-	4	14
3.	Решение уравнений с одним неизвестным	0,61/22	4	-	4	14
4.	Решение систем линейных уравнений	0,78/28	4	-	6	18
5.	Аппроксимация функций	0,78/28	4	-	6	18
6.	Подбор эмпирических формул	0,61/22	4	-	4	14
7.	Численное дифференцирование и интегрирование	0,82/30	4	-	6	20
8.	Метод Монте-Карло	0,77/28	4	-	4	20
9.	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	0,82/30	4	-	6	20
10.	Краевые задачи	0,77/28	4	-	4	20
11.	Элементы теории разностных схем	0,82/30	4	-	4	22
12.	Решение прикладных задач, задаваемых уравнением с одной неизвестной	0,72/26	4	-	4	18
13.	Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка	0,72/26	4	-	4	18
14.	Решение прикладных задач, задаваемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка	0,74/28	4	-	4	20
15.	Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением высшего порядка	0,72/26	4	-	4	18
	Экзамен в 5 семестре	1/36	-	-	-	36
	Экзамен в 6 семестре	1/36	-	-	-	36
	ИТОГО:	13/468	60	-	68	340

5.2. Содержание:

ТЕМА 1. Этапы решения задач на компьютере. Математические модели. Основные этапы решения задачи на компьютере. Понятие математической модели. Методы решения математических моделей. Общая характеристика численных методов. Корректность и устойчивость задачи. Источники погрешностей. Особенности машинной арифметики. Структура полной погрешности. Методы точные и приближенные.

ТЕМА 2. Основы теории приближенных вычислений. Основные понятия теории приближенных вычислений. Округление приближенных чисел. Строгий учет погрешностей при арифметических действиях и вычислении функций. Прямая и обратная задачи теории приближенных вычислений. Строгие методы учета погрешностей при решении задач. Правила подсчета верных цифр.

ТЕМА 3. Решение уравнений с одним неизвестным. Итерационные методы решения нелинейных уравнений с одним неизвестным. Метод половинного деления. Метод хорд. Метод

Ньютона. Метод простой итерации.

ТЕМА 4. Решение систем линейных уравнений. Решение точное и приближенное, критерии близости. Плохо обусловленные системы. Методы прямые и итерационные. Вычисление определителей и обратных матриц. Метод прогонки. Проблема собственных значений. Метод простых итераций, достаточные условия сходимости итерационного процесса, оценка точности.

ТЕМА 5. Аппроксимация функций. Понятие о приближении функций. Таблично заданные функции, основные понятия. Критерии приближения функций. Интерполяция, ее виды. Интерполяционный полином Лагранжа. Сплайны. Конечные разности. Интерполяционные формулы Ньютона.

ТЕМА 6. Подбор эмпирических формул. Характер экспериментальных данных. Критерии равномерного и среднеквадратичного приближения. Метод наименьших квадратов. Определение подходящей степени приближающего алгебраического полинома. Приближение тригонометрическими и экспоненциальными полиномами.

ТЕМА 7. Численное дифференцирование и интегрирование. Некорректность задачи численного дифференцирования. Разностные производные. Погрешность численного дифференцирования. Аппроксимация производных. Постановка задачи численного интегрирования. Метод средних прямоугольников и метод трапеций. Метод Симпсона. Априорная и апостериорная оценки погрешности.

ТЕМА 8. Метод Монте-Карло. Метод статистических испытаний. Вычисление объемов многомерных тел и интегралов методом Монте-Карло. Оценка погрешности. Реализация на компьютере.

ТЕМА 9. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений, задача Коши. Метод Эйлера. Усовершенствованный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Оценка точности. Многошаговые методы. Метод Адамса. Решение систем дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений высших порядков.

ТЕМА 10. Краевые задачи. Методы решения краевых задач. Метод стрельбы. Методы деления отрезка пополам и Ньютона. Решение систем дифференциальных уравнений для краевых задач. Метод конечных разностей. Метод прогонки.

ТЕМА 11. Элементы теории разностных схем. Дифференциальные уравнения с частными производными. Краевая задача, задача Коши, нестационарная краевая задача. Разностные методы. Методы решения задач математической физики. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Построение разностных схем. Сходимость. Аппроксимация. Устойчивость. Разностные схемы для одномерных и многомерных уравнений.

ТЕМА 12. Решение прикладных задач, задаваемых уравнением с одной неизвестной. Определение уравнения. Графический метод отделения корней. Методы дихотомии, хорд и касательных. Условие прерывания итерационного процесса. Оценка погрешности решения. Визуализация решения.

ТЕМА 13. Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка. Постановка задачи. Разбиение интервала решения с помощью сетки. Задание сеточной функции. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Оценка погрешности решения с помощью двойного просчета.

ТЕМА 14. Решение прикладных задач, задаваемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Компьютерная технология решения системы дифференциальных уравнений первого порядка численными методами. Алгоритмизация численного решения. Оценка погрешности решения с помощью двойного просчета.

ТЕМА 15. Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением высшего порядка. Задача Коши для дифференциального уравнения высшего порядка. Приведение его к системе дифференциальных уравнений первого порядка. Алгоритмизация численного решения. Оценка погрешности решения с помощью двойного просчета.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

«Методы вычислительной математики»

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Этапы решения задач на компьютере. Математические модели	Изучение теоретического материала	14	Используйте литературу [1], [2], [5]	Устный опрос
2	Основы теории приближенных вычислений	Изучение литературы, составление компьютерных программ	14	Используйте литературу [1], [2], [5]	Индивидуальное собеседование, проверка домашних заданий
3	Решение уравнений с одним неизвестным	Изучение литературы, составление компьютерных программ, решение задач	14	Используйте литературу [1], [2], [3]	Индивидуальное собеседование, проверка домашних заданий, контрольная работа
4	Решение систем линейных уравнений	Изучение литературы, составление компьютерных программ	18	Используйте литературу [1], [3], [4]	Индивидуальное собеседование, проверка домашних заданий
5	Аппроксимация функций	Изучение литературы, разработка индивидуального проекта	18	Используйте литературу [1], [2], [5]	Индивидуальное собеседование, тестирование экспертной системы
6	Подбор эмпирических формул	Решение индивидуальных заданий	14	Используйте литературу [1], [2], [5]	Проверка
7	Численное дифференцирование и интегрирование	Решение индивидуальных заданий	20	Используйте литературу [1], [2], [3], [5]	Проверка
8	Метод Монте-Карло	Решение индивидуальных заданий	20	Используйте литературу [1], [3], [4]	Проверка
9	Решение обыкновенных дифференциальных уравнений	Решение индивидуальных заданий	20	Используйте литературу [1], [2], [5]	Проверка
10	Краевые задачи	Изучение литературы и Интернет-источников	20	Используйте литературу [1], [2], [3]	Тестирование
11	Элементы теории разностных схем	Изучение литературы и Интернет-источников	22	Используйте литературу [1], [3], [4]	Тестирование

12	Решение прикладных задач, задаваемых уравнением с одной неизвестной	Изучение теоретического материала	18	Используйте литературу [1], [2], [5]	Устный опрос
13	Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка	Изучение литературы, составление компьютерных программ	18	Используйте литературу [1], [2], [5]	Индивидуальное собеседование, проверка домашних заданий
14	Решение прикладных задач, задаваемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка	Изучение литературы, составление компьютерных программ, решение задач	20	Используйте литературу [1], [2], [3]	Индивидуальное собеседование, проверка домашних заданий, контрольная работа
15	Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением высшего порядка	Изучение литературы, составление компьютерных программ	18	Используйте литературу [1], [3], [4]	Индивидуальное собеседование, проверка домашних заданий

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Не предусмотрено.

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия 1–2. Теория приближенных вычислений.

Источники погрешностей. Полная погрешность решения задачи, ее структура. Погрешность, явная и неявная формы ее записи. Правила округления.

Лабораторные занятия 3–4. Оценка погрешности приближенных вычислений.

Строгий учет погрешностей при арифметических действиях. Строгий учет погрешностей при вычислении функций. Нестрогий учет погрешностей. Правила подсчета верных цифр при арифметических действиях и вычислении функций.

Методы строгого учета погрешностей при решении задач

Лабораторные занятия 5-6. Вычисление действительных корней уравнений с одним неизвестным.

Отделение и уточнение корней. Метод дихотомии (половинного деления). Метод хорд, метод касательных.

Лабораторные занятия 7-9. Решение систем линейных уравнений.

Прямые и итерационные методы решения. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Учет погрешности. Решение систем линейных уравнений методом простых итераций. Достаточное условие сходимости итераций.

Лабораторные занятия 10-12. Табличная обработка данных. Интерполирование.

Интерполяция. Линейная интерполяция. Полином Лагранжа. Множители Лагранжа. Глобальная и локальная интерполяция. Сплайны. Конечные разности. Правильная таблица конечных разностей. Интерполяционные формулы Ньютона.

Лабораторные занятия 13-14. Среднеквадратичное приближение.

Метод наименьших квадратов для линейной и квадратичной приближающей функции. Степенная и показательная приближающие функции.

Лабораторные занятия 15-17. Численное дифференцирование и интегрирование.

Разностные производные. Оценка погрешности разностной производной. Оптимальный шаг дифференцирования. Дифференцирование табличной функции. Оценка точности дифференцирования. Формулы численного интегрирования: средних прямоугольников, трапеций, Симпсона. Оценка погрешности априорная и апостериорная.

Лабораторные занятия 18-19. Метод Монте-Карло.

Вычисление объемов многомерных тел и интегралов методом Монте-Карло. Оценка погрешности.

Лабораторные занятия 20-22. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений.

Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера. Усовершенствованный метод Эйлера. Метод Рунге-Кутты. Оценка точности решения с помощью двойного просчета. Многошаговые методы. Метод Адамса. Метод прогноза и коррекции.

Лабораторные занятия 23-25. Решение краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений.

Численное решение краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка методом прогонки

Лабораторные занятия 26–27. Решение прикладных задач, задаваемых уравнением с одной неизвестной.

Для заданной прикладной задачи отделить корни графическим методом, составить программу численного решения уравнения с одной неизвестной. Вычислить результат, определить его точность и построить график решения.

Лабораторные занятия 28–29. Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка.

Для заданной прикладной задачи используя метод Рунге-Кутты, составить программу численного решения обыкновенного дифференциального уравнения первого порядка. Вычислить результат, определить его точность и построить график решения.

Лабораторные занятия 30-31. Решение прикладных задач, задаваемых системой обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Для заданной прикладной задачи используя метод Рунге-Кутты, составить программу численного решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Вычислить результат, определить его точность и построить график решения.

Лабораторные занятия 32-33. Решение прикладных задач, задаваемых обыкновенным дифференциальным уравнением высшего порядка.

Для заданной прикладной задачи используя метод Рунге-Кутты, составить программу численного решения обыкновенного дифференциального уравнения высшего порядка. Вычислить результат, определить его точность и построить график решения.

Лабораторное занятие 34. Зачет.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины «Методы вычислительной математики»

а) основная:

1. Лапчик, М. П. Численные методы : Учеб. пособие для студ. вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер ; Под ред. М. П. Лапчика. - М. : Академия, 2004. - 384 с. - (Высшее профессиональное образование). - Библиогр.: с. 381. - ISBN 5-7695-1339-X : 134.55.
2. Волков, Е. А. Численные методы : Учеб. пособие / Е. А. Волков. - 3-е изд., испр. - СПб.: М.: Краснодар : Лань, 2004. - 256 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 244. - Предм. указ.: с. 245-248. - ISBN 5-8114-0538-3 : 139.10.
3. Волков, Евгений Алексеевич. Численные методы : учеб. пособие / Волков, Евгений Алексеевич. - Изд. 5-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 256 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 244. - Предм. указ.: с. 245-248. - ISBN 978-5-8114-0538-1 : 288.00.

б) дополнительная:

4. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов : Учеб. для студ. высш. учеб заведений / В. М. Вержбицкий. - М. : Высш. шк., 2002. - 840 с. - Библиогр.: с. 820-828. - Предм. указ.: с. 829-838. - ISBN 5-06-004020-8 : 121.55.
5. Исаков, В. Н. Элементы численных методов : Учеб. пособие для студ. пед. высш. учеб. заведений / В. Н. Исаков. - М. : Академия, 2003. - 192 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 185-186. - Предм. указ.: с. 187-189. - ISBN 5-7695-0795-0 : 54.90.
6. Программа дисциплины "Численные методы" : спец. 010200 "Прикладная математика и информатика" / Костром. гос. ун-т ; сост. С. Б. Козырев. - Кострома : КГУ, 2004. - 7 с. - Библиогр.: с. 6. - 5.00.
7. Вержбицкий, В. М. Основы численных методов : Учеб. для студ. высш. учеб заведений / В. М. Вержбицкий. - Изд. 2-е, перераб. - М. : Высш. шк., 2005. - 840 с. - Библиогр.: с. 820-828. - Предм. указ.: с. 829-838. - ISBN 5-06-005493-4 : 469.00.
8. Турчак, Л. И. Основы численных методов : учеб. пособие для студ. вузов / Л. И. Турчак, П. В. Плотников. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. - 304 с. - Библиогр.: с. 290-292. - Предм. указ.: с. 293-300. - ISBN 5-9221-0153-6 : 171.33.
9. Самарский, А. А. Введение в численные методы : учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский ; Москов. гос. ун-т. - 3-е изд., стер. - М. : Лань, 2005. - 288 с. - (Классический университетский учебник) (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 281. - Предм. указ.: с. 284-286. - ISBN 5-8114-0602-9 : 158.13.
10. Заварыкин, В. М. Численные методы : [учеб. пособие для студентов физ.мат. спец. пед. ин-тов] : допущено Госкомитетом СССР по народ. образованию / В. М. Заварыкин, В. Г. Житомирский, М. П. Лапчик. - М. : Просвещение, 1991. - 176 с. : ил. - Библиогр.: с. 173 (18 назв.). - ISBN 5-09-000599-0 : 0.80.
11. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы Издатель: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012 biblioclub.ru
12. Вержбицкий В. М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): учебное пособие Издатель: Директ-Медиа, 2013 biblioclub.ru
13. Рашиков В. И. Численные методы. Компьютерный практикум Издатель: МИФИ, 2010 biblioclub.ru
14. Фомина А. В. Лабораторные работы по курсу «Численные методы». Методические рекомендации для студентов дневного отделения физико-математического факультета Издатель: Кузбасская государственная педагогическая академия, 2008 biblioclub.ru

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL:<http://vsegost.com/>

Электронные библиотечные системы:

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» » <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа.

Лабораторные работы проводятся в компьютерных классах.

Лицензионное программное обеспечение:

Windows 7 Pro лицензия 00180-912-906-507 постоянная-1шт.; LibreOffice 5.0, лицензия GNU LGPL; Microsoft Visual Studio 2013, лицензия;

Свободно распространяемое программное обеспечение:

– офисный пакет.