

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки «01.03.02 Прикладная математика и информатика»

Направленность «Анализ данных»

Квалификация выпускника: *бакалавр*

**Кострома
2025**

Рабочая программа дисциплины «Комплексный анализ» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утверждённым приказом №9 от 10.01.2018 г.

Разработал: Бабенко Алёна Сергеевна, доцент кафедры высшей математики, к.п.н., доцент

Рецензент: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующая кафедрой высшей математики, к.ф.-м.н.

ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры Прикладной математики и информационных технологий:

Протокол заседания кафедры №4 от 18.02.2025 г.

Заведующий кафедрой Прикладной математики и информационных технологий

Ивков Владимир Анатольевич, доц., к.э.н.

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины:

Сформировать способность использовать базовые знания в области математики в познавательной и профессиональной деятельности. Сформировать способность приобретать новые знания, работая с информацией из различных источников.

Задачи дисциплины:

- изучить основные понятия курса теории функций комплексного переменного: аналитическая и гармоническая функция, дифференцируемая функция, интеграл по комплексной переменной, степенные и обобщенные степенные ряды, конформные отображения;
- изучить основные свойства элементарных функций комплексного переменного;
- изучить разложение функции в ряд Тейлора и ряд Лорана;
- изучить теорию вычетов;
- научить применять теоретические знания к решению практических и профессиональных задач;
- повысить математическую подготовку бакалавра для успешного усвоения разделов профессионального цикла, требующих применения методов теории функций комплексного переменного.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

ОПК-1 — способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции :

ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями в области высшей математики, знает основные законы физики и теоретические методы анализа физических явлений.

ОПК-1.2. Умеет решать стандартные задачи математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и других дисциплин высшей математики.

ОПК-1.3. Имеет навыки проведения компьютерного вычислительного эксперимента с визуализацией полученных результатов расчётов.

Знать:

основные понятия курса теории функций комплексного переменного: аналитическая и гармоническая функция, дифференцируемая функция, интеграл по комплексной переменной, степенные и обобщенные степенные ряды, конформные отображения, основные свойства элементарных функций комплексного переменного, разложение функции в ряд Тейлора и ряд Лорана, теорию вычетов в рамках развития способности применять фундаментальные знания, полученные в области математических наук.

Уметь:

вычислять пределы, исследовать ряд на сходимость, исследовать функцию на непрерывность, дифференцируемость, аналитичность, осуществлять отображения областей и кривых основными элементарными функциями, интегрировать функции комплексного переменного, раскладывать функции в ряд Тейлора и ряд Лорана, находить особые точки функции и определять их характер, вычислять вычеты, применять теорию вычетов для

вычисления определенных и несобственных интегралов для формирования способности использовать фундаментальные знания в профессиональной деятельности.

Владеть:

базовыми понятиями, теоретическими фактами, методами решения задач теории функций комплексного переменного для развития способности применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 3 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках: аналитическая геометрия, математический анализ, линейная алгебра.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: дискретная математика, физика, комплексный анализ, дифференциальные уравнения, моделирование электронных схем, теоретические основы информатики, методы моделирования физических полей, прикладная статистика, преддипломная практика, подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	2
Общая трудоемкость в часах	72
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	
Лекции	14
Практические занятия	16
Лабораторные занятия	-
Самостоятельная работа в часах	42
Форма промежуточной аттестации	Зачет

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	14
Практические занятия	16
Лабораторные занятий	-
Консультации	-
Зачет/зачеты	-
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Всего	30

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1. Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			Лекц	Практ.	Лаб.	
3 семестр						
1	Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами	10	2	2	-	6
2	Предел последовательности, числовые ряды	4	1	1	-	2
3	Функции комплексного переменного, предел, непрерывность	4	1	1	-	2
4	Дифференцируемость функции комплексного переменного	10	2	2	-	6
5	Элементарные функции комплексного переменного. Конформные отображения	4	1	1	-	2
6	Интеграл от функции комплексного переменного	10	2	2	-	6
7	Разложение аналитической функции в ряд Тейлора	4	1	1	-	2
8	Теорема единственности. Аналитическое продолжение	2	1	-	-	1
9	Ряд Лорана	6	1	2	-	3
10	Классификация особых точек	3	1	1	-	1
11	Теория вычетов	3	1	1	-	1
Зачет		12		2		10
Итого:		2/72	14	16	-	42

5.2. Содержание:

Тема 1. Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами. Комплексные числа. Действия с комплексными числами. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа, их свойства. Операции возведения в целую степень и извлечение корня, формулы Эйлера и Муавра.

Тема 2. Предел последовательности, числовые ряды. Последовательность комплексных чисел, сходимость. Бесконечно удаленная точка. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана. Числовые ряды. Признаки сходимости.

Тема 3. Функции комплексного переменного, предел, непрерывность. Функции комплексного переменного. Предел функции в точке и на бесконечности. Непрерывность функции комплексного переменного.

Тема 4. Дифференцируемость функции комплексного переменного. Понятие производной функции по комплексной переменной. Условие Коши-Римана. Аналитические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного. Понятие конформного отображения.

Тема 5. Элементарные функции комплексного переменного. Конформные отображения. Элементарные функции и осуществляемые ими отображения: линейная и дробно-линейная функции, функции $w=z^n$, $w=\sqrt[n]{z}$, показательная и логарифмическая функции и функция Жуковского. Непрерывные однозначные ветви многозначных функций. Римановы поверхности.

Тема 6. Интеграл от функции комплексного переменного. Понятие интеграла от функции комплексного переменного. Условия независимости интеграла от пути интегрирования. Интегральная теорема Коши для односвязных и многосвязных областей. Интегральная формула Коши, теорема Лиувилля. Основная теорема алгебры.

Тема 7. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Степенные ряды. Радиус и круг сходимости. Разложение функции в степенной ряд. Теорема единственности разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Теорема о существовании разложения аналитической функции в степенной ряд. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.

Тема 8. Теорема единственности. Аналитическое продолжение. Нули аналитической функции. Свойство единственности аналитической функции. Понятие об аналитическом продолжении. Принцип максимума модуля и его применение.

Тема 9. Ряд Лорана. Обобщенный степенной ряд. Теорема о существовании разложения аналитической функции в обобщенный степенной ряд. Ряд Лорана. Теорема о единственности разложения функции в ряд Лорана.

Тема 10. Классификация особых точек. Изолированные особые точки аналитической функции, их классификация. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса, теорема Пикара.

Тема 11. Теория вычетов. Понятие вычета функции. Способы нахождения вычетов в точке. Основная теорема о вычетах. Вычет в точке бесконечность. Применение вычетов к вычислению интегралов.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (Литература)	Форма контроля
	3 семестр				
1	Понятие комплексного числа, действия над комплексными числами	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	6	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
2	Предел последовательности,	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет

	числовые ряды				Разбор домашних заданий
3	Функции комплексного переменного, предел, непрерывность	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
4	Дифференцируемость функции комплексного переменного	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	6	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
5	Элементарные функции комплексного переменного. Конформные отображения	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
6	Интеграл от функции комплексного переменного	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	6	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
7	Разложение аналитической функции в ряд Тейлора	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
8	Теорема единственности. Аналитическое продолжение	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
9	Ряд Лорана	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, экзамен Разбор домашних заданий
10	Классификация особых точек	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
11	Теория вычетов	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
		Подготовка к зачету.	10	Лекционный материал	Зачет

	Итого:		42		
--	---------------	--	----	--	--

6.2. Тематика и задания для практических занятий.

№	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
3 семестр Литература, необходимая для занятий: [1] Сборник задач по высшей математике. 1курс / К.Н.Лунгу, Д.Т.Письменный, С.Н.Федин, Ю.А.Шевченко. – М.: Айрис-пресс, 2008. [2] Балк М.Б., Петров В.А., Полукин А.А. Задачник-практикум по теории аналитических функций. – М.: Просвещение, 1976. [3] Сборник задач по высшей математике. 2курс / К.Н.Лунгу и др.; под ред. С.Н.Федина. – М.: Айрис-пресс, 2007. [4] Волковысский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. [5] Эйдерман В. Я. Основы теории функций комплексного переменного и операционное исчисление. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.		
1	Комплексные числа, основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел. Формы записи комплексного числа. Действия над комплексными числами.	[1] стр. 435 № 10.1.2, 10.1.4 (а), 10.1.6 (а, б), 10.1.7 (а, б), 10.1.8, стр. 439 № 10.2.3, 10.2.4
2	Предел последовательности. Числовые ряды	[2] стр. 21 № 61, 63, 65, 69, 71. [1] стр. 17 № 1.95, 1.97, 1.99, 1.100, 1.103.
3	Функции комплексного переменного	[4] Стр. 18 № 1.109, 1.113, 1.114(1), 1.115(1), [2] стр. 32 № 7.1.8, 7.1.9, 7.1.12, 7.1.17, стр. 443 № 7.1.35, 7.1.37.
4	Дифференцируемость функции комплексного переменного. Аналитическая функция	[3] стр. 445 № 7.2.5- 7, 7.2.33. [3] стр. 445 № 7.2.5 — 7, 7.2.33
5	Восстановление аналитической функции по ее действительной и мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.	[3] стр. 445 № 7.2.20-29 [4] № 1.187 (1,3), 1.188 (1,2)
6	Линейная функция	[4] № 2.1, 2.4 (1,2), 2.5(1) [4] № 2.2, 2.4(3), 2.5(2), 2.7.
7	Дробно-линейная функция Степенная функция.	[4] № 2.8(1,-4), 2.18, 2.21(1) [4] № 2.86 (1) [2] стр. 7 № 4(а), стр. 69 № 3.15 (а,в)
8	Показательная и логарифмическая функция.	[4] № 2.146(1,5,7), 2.148 (1,3) [2] стр. 61 № 276 (а,в,г) стр. 65 № 294, 296, 299.

9	Интеграл от функции комплексного переменного	[3] стр. 460 № 7.3.8, 7.3.10, 7.3.16 [3] стр. 461 № 7.3.9, 7.3.11, 7.3.12.
10	Интегральная формула Коши	[3] стр. 463 № 7.3.38, 7.3.39, 7.3.42, 7.3.47, 7.3.48. [3] стр. 463 № 7.3.40, 7.3.41, 7.3.43-7.3.45.
11	Степенные ряды. Разложение функции в ряд Тейлора.	[4] стр. 61 № 3.40, 3.42, 3.44, 3.57 [5] стр. 247 № 26(6)
12	Ряд Лорана	[3] стр. 471 № 7.4.5, 7.4.7, 7.4.8, 7.4.12, 7.4.19.
13	Ряд Лорана	[3] стр. 461 № 7.4.6, 7.4.9, 7.4.10, 7.4.11, 7.4.14, 7.4.21
14, 15	Классификация особых точек	[3] стр. 474 № 7.4.26, 7.4.27, 7.4.31, 7.4.34, 7.4.36. [3] стр. 474 № 7.4.28, 7.4.29, 7.4.32, 7.4.35, 7.4.38.
16	Вычисление вычетов	[3] стр. 481 № 7.5.5-7.5.9 [3] стр. 481 № 7.5.10-7.5.18
17, 18	Вычисление интегралов с помощью вычетов	[3] стр. 483 № 7.5.25-7.5.36. [3] стр. 483 № 7.5.37-7.5.40

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы отсутствуют.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Владимирский, Борис Михайлович. Математика : Общий курс : [учеб. для бакалавров естественнонаучных направлений] / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. - Изд. 4-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 957, [2] с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - Библиогр.: с. 948-950. - Предм. указ.: с. 951-957. - ISBN 978-5-8114-0445-2 : 869.88.	6
2	Волковыский, Лев Израилевич. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано Мин-вом общего и специального обр. РФ / Волковыский, Лев Израилевич, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - Изд. 4-е, перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. -	6

	312 с. : ил. - ISBN 5-9221-0264-8 : 231.32.	
3	Курс высшей математики : Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения : лекции и практикум : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено МО РФ / И. М. Петрушко [и др.] ; под общ. ред. И. М. Петрушко. - Изд. 2-е, стер. - СПб. : Лань, 2008. - 603, [1] с. : ил. - Библиогр.: с. 595. - ISBN 978-5-8114-0633-3 : 551.98.	6
4	Письменный, Дмитрий Трофимович. Конспект лекций по высшей математике : в 2 частях. Ч. 2 : 35 лекций / Письменный, Дмитрий Трофимович. - 6-е изд. - М. : Айрис Пресс, 2008. - 256 с. - ISBN 978-5-8112-2921-5 : 71.51.	20
<i>Дополнительная</i>		
5	Волковыский, Лев Израилевич. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано Мин-вом общего и специального обр. РФ / Волковыский, Лев Израилевич, Г. Л. Лунц, И. Г. Араманович. - Изд. 4-е, перераб. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. : ил. - ISBN 5-9221-0264-8 : 231.32.	6
6	Геворкян, Павел Самвелович. Высшая математика. Интегралы, ряды, ТФКП, дифференциальные уравнения : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] : допущено Минобрнауки РФ. [ч. 2] / Геворкян, Павел Самвелович. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 272 с. - Предм. указ.: с. 265-269. - ISBN 978-5-9221-0710-5 : 311.85.	3
7	Маркушевич, А. И. Введение в теорию аналитических функций : [учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов] : допущено М-вом просвещения СССР / А. И. Маркушевич, Л. А. Маркушевич. - М. : Просвещение, 1977. - 320 с. : ил. - Библиогр.: с. 315. - Предм. указ.: с. 316-317. - 0.93.	51
8	Половинкин Евгений Сергеевич. Курс лекций по теории функций комплексного переменного / Половинкин, Евгений Сергеевич. - М. : Физматкнига, 2003. - 208 с. : ил. - Библиогр.: с. 199. - Предм. указ.: с. 200-203. - ISBN 5-89155-115-9 : 293.27.	3
9	Посицельская, Любовь Наумовна. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях : [учеб. пособие для студ. вузов] : допущено Науч. метод советом Минборнауки / Посицельская, Любовь Наумовна. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007. - 136 с. - (Математика и прикладная математика). - Библиогр.: с. 133. - ISBN 978-5-9221-0794-5 : 194.99.	3
10	Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : [учеб. для физ.-мат. спец. вузов] : допущено М-вом образования СССР / И. И. Привалов. - Изд. 12-е, стер. - М. : Наука, 1977. - 444 с. : ил. - Алф. указ.: с. 438-444. - 1.10.	25
11	Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : [учеб. для студентов вузов] : допущено М-вом образования СССР / И. И. Привалов. - Изд. 13-е. - М. : Наука, 1984. - 432 с. : ил. - Предм. указ.: с. 429-432. - 1.30.	2

12	Шабунин, М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / М.И.Шабунин, М.И.Карлов, Е.С.Половинкин. - 3-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 363 с. - ISBN 978-5-9963-0801-9 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=222878 (11.03.2015).	
----	--	--

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL:<http://vsegost.com/>

Электронные библиотечные системы:

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» » <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа.

Лицензионное программное обеспечение:

Свободно распространяемое программное обеспечение:

- математический пакет Mathcad
- офисный пакет