

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки: 01.03.02 *Прикладная математика и информатика*

Направленность: *Анализ данных*

Квалификация (степень) выпускника: *Бакалавр*

Кострома

2025

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утверждённым приказом №9 от 10.01.2018 г.

Разработал: Собашко Юлия Александровна, доцент кафедры высшей математики, к.т.н., доцент

Рецензент: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующая кафедрой высшей математики, к.ф.-м.н.

ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры Прикладной математики и информационных технологий:

Протокол заседания кафедры №4 от 18.02.2025 г.

Заведующий кафедрой Прикладной математики и информационных технологий

Ивков Владимир Анатольевич, доц., к.э.н.

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: сформировать способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин, в частности линейной алгебры, в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

1. дать основные понятия и методы линейной алгебры;
2. научить применять методы линейной алгебры;
3. дать логически стройное изложение основных теоретических разделов линейной алгебры;
4. научить применению теоретических знаний к решению практических задач;
5. повысить математическую подготовку бакалавров для успешного усвоения разделов обязательной части учебного плана, требующих применения методов линейной алгебры.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.

Код и содержание индикаторов компетенции:

ОПК-1.1. Обладает фундаментальными знаниями в области высшей математики, знает основные законы физики и теоретические методы анализа физических явлений.

ОПК-1.2. Умеет решать стандартные задачи математического анализа, алгебры, аналитической геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и других дисциплин высшей математики.

ОПК-1.3. Имеет навыки проведения компьютерного вычислительного эксперимента с визуализацией полученных результатов расчётов.

Знать: основные определения; формулировки, а в ряде случаев и доказательства, важнейших теорем линейной алгебры; методы решения прикладных задач средствами линейной алгебры.

Уметь: использовать математический аппарат, обосновывать корректность поставленной задачи, применять известные алгоритмы к решению задач, проверять правильность найденного решения задачи; выполнять действия над комплексными числами; вычислять определители; решать системы линейных уравнений тремя способами; иметь понятия линейных операторов, билинейных и квадратичных форм.

Владеть: опытом ведения научной дискуссии, решения широкого круга математических

задач.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 1 семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на курсе элементарной математики, который изучают обучающиеся в средних общеобразовательных организациях, а также курсе аналитической геометрии.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Математический анализ, Комплексный анализ, Физика, Дискретная математика, Теория вероятности и математическая статистика, Теоретические основы информатики, Методы моделирования физических полей, Прикладная статистика.

Дисциплины и иные компоненты ОП, формирующие указанные выше компетенции: ОПК-1 (способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности) формируется при освоении дисциплин: Линейная алгебра, Аналитическая геометрия, Математический анализ, Комплексный анализ, Физика, Дискретная математика, Дифференциальные уравнения, Теория вероятности и математическая статистика, Теоретические основы информатики, Методы моделирования физических полей, Прикладная статистика.

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	5
Общая трудоемкость в часах	180
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	68
Лекции	34
Практические занятия	34
Лабораторные занятия	–
Самостоятельная работа в часах	76
Экзамен	36
Форма промежуточной аттестации	экзамен во 2 семестре

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	34
Практические занятия	34
Лабораторные занятия	–
Консультации (<i>на группу</i>)	2,4
Зачет/зачеты	–
Экзамен/экзамены	0,7
Курсовые работы	–
Курсовые проекты	–
Всего	71,1

5 Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е./час.	Аудиторные занятия		Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	
1	Комплексные числа	6	2	2	2
2	Системы линейных уравнений	11	2	4	5
3	<i>Индивидуальное домашнее задание</i>	4			4
4	Арифметическое n -мерное пространство	11	4	4	3
5	Матрицы и определители	12	4	4	4
6	<i>Контрольная работа № 1</i>	5		2	3
7	Линейные пространства	12	6	4	2
8	<i>Индивидуальное домашнее задание</i>	4			4
9	Евклидовы пространства	10	4	4	2
10	Линейные операторы	14	6	4	4
11	<i>Контрольная работа № 2</i>	5		2	3
12	Билинейные и квадратичные формы	14	6	4	4
13	Подготовка к экзамену	36			36
14	Экзамен	36	□	□	
15	Итого:	180	34	34	76

5.2. Содержание:

Тема 1. Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексных чисел. Операции над комплексными числами. Геометрическое представление комплексных чисел и операций над ними. Тригонометрическая форма комплексных чисел. Примеры. Действия над комплексными

числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня n -ой степени). Показательная форма комплексного числа. Примеры.

Тема 2. Системы линейных уравнений. Равносильные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Примеры.

Тема 3. Арифметическое n -мерное пространство. Линейная зависимость и независимость системы векторов, их свойства. Эквивалентные системы векторов. Базис и ранг конечной системы векторов. Критерий совместности системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Фундаментальный набор решений и способ его построения.

Тема 4. Матрицы и определители. Понятие матрицы. Операции над матрицами (сложения однотипных матриц, умножение матрицы на действительное число, умножение согласованных матриц) и их свойства. Квадратные и блочные матрицы. Обратимые матрицы. Условие существования обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы A^{-1} для невырожденной матрицы A . Запись и решение системы n линейных уравнений с n переменными в матричной форме. Понятие определителя квадратных матриц. Разложение определителя по строке или столбцу. Свойства определителя n -ого порядка. Практический способ вычисления определителя. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя. Правило Крамера.

Тема 5. Линейные пространства. Понятие линейного пространства. Примеры линейных пространств. Свойства линейных пространств. Подпространства линейного пространства. Линейная оболочка. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в данном базисе. Преобразование координат при изменении базиса n -мерного линейного пространства.

Тема 6. Евклидовы пространства. Вещественное евклидово пространство и его простейшие свойства (неравенство Коши–Буняковского, понятие нормы вектора и его свойства, неравенство Минковского). Ортогональная система векторов и ее свойства. Ортонормированный базис.

Тема 7. Линейные операторы. Понятие линейного оператора. Примеры. Способы задания линейного оператора. Матричная запись линейных операторов. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Подобные матрицы. Действия над линейными операторами (сложение линейных операторов, умножение линейного оператора на число, умножение линейных операторов) и их свойства. Связь между действиями над линейными операторами и действиями над их матрицами. Ранг и дефект линейного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейных операторов и их свойства. Характеристический многочлен матрицы линейного оператора. Нахождение собственных векторов линейного оператора. Условие приведения матрицы линейного оператора к

диагональному виду. Канонический вид линейных операторов. Понятие λ -матрицы и ее свойства. Жорданова форма матрицы линейного оператора.

Тема 8. Билинейные и квадратичные формы. Понятие билинейной формы и ее свойства. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Ранг билинейной формы. Понятие квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (т. е. сумме квадратов). Закон инерции квадратичных форм. Классификация квадратичных форм. Критерий Сильвестра.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации. Рекомендуемая литература	Форма контроля
1	Комплексные числа	Изучение теоретического материала лекций.	2	Лекционный материал, [1]	Опрос на практическом занятии, экзамен
2	Системы линейных уравнений	Изучение теоретического материала лекций.	5	Лекционный материал, [1]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Системы линейных уравнений».	4	Лекционный материал, [1], [2], [5]	Домашняя контрольная работа
3	Арифметическое n -мерное пространство	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
4	Матрицы и определители	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	4	Лекционный материал, [1]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Подготовка к контрольной работе № 1 по теме "Определители второго и действия над матрицами".	3	Лекционный материал, [1], [2]	Контрольная работа
5	Линейные пространства	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал, [1], [4]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен

		Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Линейные пространства».	4	Лекционный материал, [1], [2]	Домашняя контрольная работа
6	Евклидовы пространства	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з..	2	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
7	Линейные операторы	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	4	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
		Подготовка к контрольной работе № 2 по теме «Линейные операторы».	3	Лекционный материал, [1], [2]	Контрольная работа
8	Билинейные и квадратичные формы	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	4	Лекционный материал, [1], [2]	Опрос на практическом занятии, разбор домашних заданий, экзамен
9	Подготовка к экзамену.		36	Лекционный материал, [1], [2], [4], [11]	Экзамен
10	Итого		76		

6.2. Тематика и задания для практических занятий

№ занят.	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
Литература , необходимая для занятий: <i>Фадеев Д. К., Соминский И. С.</i> Сборник задач по высшей алгебре. [1] <i>Проскурякова И. В.</i> [2]		
1	Комплексные числа.	[1]: №101, №105, №107, №108, №109, №118, №119, №124 №136, №143, №145, №146, №173, №176. Раздать индивидуальные задания (Индивидуальная домашняя контрольная работа)
2–3	Методы решения СЛАУ.	[2]: №578, №580, №693, №689, №700.
3	Линейная зависимость векторов. Базис и ранг системы векторов.	[2]: №639, №641, №642, №673, №672, №676, №681

4	Критерий совместности системы векторов. Фундаментальный набор решений системы линейных однородных уравнений.	[2]: №608, №712, №736, №730, №725, №714, №729, №731 №740.
5–6	Матрицы. Действия над матрицами. Обратные матрицы.	[2]: №788, №791, №837, №841, №843, №861, №865, №792 №845, №844, №864.
7	Решение систем с помощью матричных уравнений. Определители.	[1]: №400 (b, d), №100, №236, №239, №255, №257, №259, №262.
8–9	Аудиторная контрольная работа по теме «Нахождение ФНР для системы однородных уравнений. Вычисление определителя четвертого порядка. Решение систем линейных уравнений (методом Крамера и с помощью матричного уравнения). Нахождение базиса системы векторов. Нахождение ранга матрицы».	Подготовка к контрольной работе №2. 1) ФНР системы однородных уравнений (№724–726, 729–731); 2) Вычислить определитель четвертого порядка (№257–269); 3) Решить систему по правилу Крамера и с помощью матричного уравнения (№74–77 (двумя способами)); 4) Вычислить ранг матрицы (№679–681); 5) Найти базис и выразить через него остальные векторы (№1277–1279).
10–15	Линейные пространства. Евклидовы пространства. Линейные операторы. Аудиторная контрольная работа. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	Задачи. №1285, №1297(б), №1298(в), №1277, №1363, №1454; №1465, №1467, №1468, №1470, №1466, №1472, №1479.
16–17	Жордановы формы. Билинейные и квадратичные формы.	Задачи. №1090, №1092, №1094, №1181, №1183, №1185, №1186.

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы отсутствуют.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Математика: Учебное пособие: Том 1 / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. – М.:КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 352 с.: 60x90 1/16. – (Бакалавриат) (Переплёт 7БЦ) ISBN 978-5-906818-10-2 http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520540	
2	Математика Т.2: Учебное пособие. / Кальней С.Г., Лесин В.В., Прокофьев А.А. – М.: КУРС, НИЦ ИНФРА-М, 2016. – 360 с.: 60x90 1/16. – (Высшее образование: Бакалавриат) http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=520538	
3	Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами: учеб. пособие для вузов. 1 курс. – 6-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2007. – 576 с.: ил.– (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 978-5-8112-2326-8: 154.90; 112.00.	210
4	Лунгу К.Н. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами: учеб. пособие. 2 курс / под ред. С. Н. Федина. – 4-е изд.; 5-е изд. – Москва: Айрис-пресс, 2006; 2007. – 592 с.: ил. – (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 978-5-8112-2486-9: 122.00.	146
<i>Дополнительная</i>		
5	Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие для вузов: в 4 ч. / А. П. Рябушко [и др.]; под общ. ред. А. П. Рябушко. – 4-е изд. – Минск: Вышэйш. шк., 2009. – 304 с.: ил. – ISBN 978-985-06-1594-7	233
6	Землякова, И. В. Численные методы: учеб. пособие для спец. 230104, 230201, 230203. – Кострома: КГТУ, 2011. – 94 с. – ОПД. – обязат. – ISBN 978-5-8285-0569-2: 13.78.	46
7	Землякова, И. В. Справочные материалы и задачи для подготовки к экзамену по высшей математике (линейная и векторная алгебра,	ЭБ

	аналитическая геометрия, введение в математический анализ) [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / И. В. Землякова, Т. А. Чебунькина, Л. А. Ширина ; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Каф. высшей математики. – Электрон. текст. данные. – Кострома: КГУ, 2017. – 39 с.	
8	Чебунькина, Т. А. Сборник задач по высшей математике [Электронный ресурс]: в 3 ч. Ч. 1 / Т. А. Чебунькина, И. В. Землякова, Л. А. Ширина; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Каф. высш. математики. – Электрон. текст. данные. – Кострома: КГУ, 2017. – 91 с. – Библиогр.: с. 91. – ISBN 978-5-8285-0840-2	ЭБ
9	Балабко, Л.В. Численные методы: учебное пособие / Л.В. Балабко, А.В. Томилова; Сев. (Арктич.) федер. ун-т им. М.В. Ломоносова. – Архангельск: ИД САФУ, 2014. – 163 с. http://biblioclub.ru	
10	Численные методы: лабораторный практикум / Шевченко Г.И., Куликова Т.А. – Ставрополь: Изд-во СКФУ, 2016. – 107 с. http://biblioclub.ru	
11	Глазырина, П.Ю. Нормированные пространства. Типовые задачи: [учеб. пособие] / П.Ю. Глазырина, М.В. Дейкалова, Л.Ф. Коркина, – Екатеринбург: Изд-во Урал. Ун-та, 2012. – 108 с. http://biblioclub.ru	

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL:<http://vsegost.com/>

Электронные библиотечные системы:

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» » <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа.

Лицензионное программное обеспечение:

Свободно распространяемое программное обеспечение:

- Adobe Reader Acrobat
- офисный пакет