

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ТЕОРИЯ ИГР

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Направленность подготовки «Анализ данных»

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

**Кострома
2025**

Рабочая программа дисциплины «Теория игр» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (уровень подготовки бакалавриат), утвержденным приказом №9 от 10.01.2018 г.

Разработал: Ивков Владимир Анатольевич, доцент, к.э.н., доцент

Рецензент: Секованов Валерий Сергеевич, профессор КГУ

ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры Прикладной математики и информационных технологий:

Протокол заседания кафедры №4 от 18.02.2025 г.

Заведующий кафедрой Прикладной математики и информационных технологий

Ивков Владимир Анатольевич, доц., к.э.н.

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины: изучение современных методов прикладной математики, используемых для решения задач естествознания и экономики.

Задачи дисциплины:

- ознакомление с основными концепциями моделирования в условиях неопределенности и их применением для решения информационных задач в прикладных областях;
- овладеть принципами и понятийным аппаратом, описывающими современные методы прикладной математики;
- усвоить теоретические основы современных технологий и методов решения задач принятия решений.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенцию:

ПК-1: (Способен понимать, анализировать и совершенствовать данные современных научных исследований).

Код и содержание индикаторов компетенции

ПК-1.1. Знать: технологии разработки и анализа математических моделей в профессиональной деятельности

ПК-1.2. Уметь: разрабатывать математические модели и проводить их анализ

ПК-1.3. Иметь навыки: построения математических моделей в области профессиональной деятельности.

Знать:

- основные методы исследования операций и принятия решений;
- базовые модели теории игр;

Уметь:

- использовать полученные знания о методах построения вычислительных алгоритмов для решения практических задач;

Владеть:

- методами и навыками решения информационных задач.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к вариативной части учебного плана. Изучается в седьмом семестре обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах, полученных в рамках бакалавриата: «Математический анализ», «Линейная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Методы оптимизации».

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин магистратуры, связанных с математическим моделированием.

Вместе с «Теорией игр» компетенцию ПК-1 формируют также дисциплины «Математика анализа данных», «Интеллектуальный анализ данных», «Математическое моделирование».

4. Объём дисциплины «Теория игр»

4.1. Объём дисциплины в зачётных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	3
Общая трудоемкость в часах	108
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	32
Лекции	16
Практические занятия	
Лабораторные занятия	16
Самостоятельная работа в часах	76
Форма промежуточной аттестации	Зачет

4.2. Объём контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	16
Практические занятия	
Лабораторные занятия	16
Консультации	
Зачет/зачеты	
Экзамен/экзамены	
Курсовые работы	
Курсовые проекты	
Всего	32

5. Содержание дисциплины «Теория игр», структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Теория принятия решений	0,27/10	2		2	6
2	Теория игр. Игры с природой	0,39/14	2		2	10
3	Математическое основание теории игр	0,39/14	2		2	10
4	Кооперативные игры	0,39/14	2		2	10
5	Линейные модели	0,39/14	2		2	10
6	Сетевые модели	0,39/14	2		2	10
7	Вероятностные модели	0,39/14	2		2	10
8	Имитационное моделирование	0,39/14	2		2	10
Итого:		3/108	16		16	76

5.2. Содержание:

Тема 1. Теория принятия решений

Исследование операций как теория применения количественных методов анализа в процессе принятия решений во всех областях целенаправленной деятельности. Основные понятия исследования операций. Математическая модель операции. Предмет и задачи исследования операций. Критерий эффективности. Пространство стратегий. Принятие решений в условиях неопределенности. Дерево решений. Определение весовых коэффициентов. Матрицы сравнений. Согласованность матриц сравнений.

Тема 2. Теория игр. Игры с природой

Основные понятия теории игр. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры. Стратегия игроков. Классификация игр. Коалиционные и бескоалиционные игры. Игры с нулевой суммой. Антагонистические игры. Матричные игры. Методы решения матричных игр. Модель игры с природой. Критерии Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица. Позиционные игры. Игры типа дуэлей. Структурированные и конкурентные игры. Приближенное решение игр.

Тема 3. Математическое основание теории игр

Математическая модель конфликтной ситуации. Платежная матрица. Биматричные игры. Игры с нулевой суммой. Доминирование стратегий. Парето-оптимальные исходы игры. Индивидуально-рациональные исходы. Переговорное множество. Равновесие по Нэшу.

Тема 4. Кооперативные игры

Введение в теорию игр n лиц. Характеристическая функция игры, ядро игры n лиц. Редуцированная форма игры. Существенные и несущественные игры. Решение игры по Нейману-Моргенштерну. Аксиомы Шепли.

Тема 5. Линейные модели

Стандартная форма линейных оптимизационных моделей. Теория линейного программирования. Представление задач исследования операций как задач линейного программирования. Модели линейного программирования и методы их решения. Программные средства решения задач линейного программирования. Решение игр вида $(n \times m)$ с помощью методов линейного программирования.

Тема 6. Сетевые модели

Основные понятия теории сетей и графов. Методы расчета сетевой модели. Граф. Правила построения сетевых графиков. Упорядочение сетевого графика. Минимизация сети. Путь. Задача о кратчайшем пути. Алгоритм Дейкстры. Задача о максимальном потоке. Временные параметры сетевых графиков. Сетевое планирование в условиях неопределенности.

Тема 7. Вероятностные модели

Исходы и пространства событий. Распределения вероятностей. Пуассоновский поток событий. Процессы гибели и размножения. Теория массового обслуживания. Системы массового обслуживания с ожиданием. Цепи Маркова.

Тема 8. Имитационное моделирование

Статистические модели. Моделирование как вычислительный эксперимент. Метод Монте-Карло. Применение имитационных моделей. Модели демографических процессов. Системная динамика Дж. Форрестера.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

«Теория игр»

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (<i>при необходимости</i>)	Форма контроля
1	Теория принятия решений	Выполнение лабораторной работы №1	6	Составление матрицы согласованности. Определение весовых	Индивидуальное собеседование

				коэффициентов. Построение дерева иерархий. Проверка матриц сравнений на согласованность.	
2	Теория игр. Игры с природой	Выполнение лабораторной работы №2	10	Применение критериев Лапласа, Вальда, Сэвиджа, Гурвица для выбора оптимальной стратегии.	Отчет по лабораторной работе
3	Математическое основание теории игр	Выполнение лабораторной работы №3	10	Нахождение решения биматричной игры.	Отчет по лабораторной работе
4	Кооперативные игры	Выполнение лабораторной работы №4	10	Построение вектора Шепли.	Отчет по лабораторной работе
5	Линейные модели	Выполнение лабораторной работы №5	10	Решение задач теории игр с помощью методов линейного программирования.	Отчет по лабораторной работе
6	Сетевые модели	Выполнение лабораторной работы №6	10	Нахождение кратчайшего пути сетевого графика.	Отчет по лабораторной работе
7	Вероятностные модели	Выполнение лабораторной работы №7	10	Расчет характеристик СМО	Отчет по лабораторной работе
8	Имитационное моделирование	Выполнение лабораторной работы №8	10	Построение имитационной модели демографического процесса.	Отчет по лабораторной работе

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Не предусмотрено.

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

1. Определить оптимальные решения для следующей платежной матрицы по критериям: Лапласа, максимина, Сэвиджа, Гурвица.

Вариант стратегии и	Состояния природы		
	C1	C2	C3
B1	v ₁₁	v ₁₂	v ₁₃
B2	v ₂₁	v ₂₂	v ₂₃
B3	v ₃₁	v ₃₂	v ₃₃

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значения										
v ₁₁	3	2	3	4	3	5	2	2	3	2

v ₁₂	5	4	4	3	2	3	3	1	2	4
v ₁₃	1	2	2	5	4	-4	3	3	4	3
v ₂₁	1	1	1	6	5	-2	4	4	5	3
v ₂₂	4	3	2	2	3	5	2	3	3	1
v ₂₃	3	5	4	3	2	2	1	1	2	4
v ₃₁	4	4	5	2	2	1	3	1	2	2
v ₃₂	2	2	3	5	5	1	2	4	5	3
v ₃₃	5	-3	1	-2	-5	3	4	2	5	3

2. Найти оптимальные стратегии и цену игры, заданной платежной матрицей.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \end{pmatrix}$$

№ варианта Значения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a ₁₁	3	4	2	5	4	4	3	4	3	-2
a ₁₂	4	3	5	4	3	7	2	1	4	3
a ₁₃	5	2	3	3	6	5	3	4	5	-1
a ₁₄	2	3	4	7	4	2	5	3	4	5
a ₂₁	7	5	3	4	5	9	4	2	2	4
a ₂₂	6	2	2	2	6	3	-1	3	3	2
a ₂₃	4	6	5	5	4	5	4	3	7	2
a ₂₄	8	1	3	4	7	5	3	4	5	9

3. Найти оптимальную стратегию и цену игры: $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 6 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Построить игру, заданную задачей линейного программирования:
 $F(x) = x_1 + x_2 - x_3 \rightarrow \max$ при ограничениях: $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 \leq 2 \end{cases}$, $x_j \geq 0, j=1..3$.

5. Дежурный по администрации города имеет 5\пять телефонов. Телефонные звонки поступают с интенсивностью 90 заявок в час, средняя продолжительность разговора составляет 2 мин. Определить показатели дежурного администратора как объекта СМО.

6. Железнодорожную станцию поселка обслуживает касса с двумя окнами. В выходные дни, когда население активно пользуется железной дорогой, интенсивность потока пассажиров составляет 0,9 чел./мин. Кассир затрачивает на обслуживание пассажира в среднем 2 мин. Определить среднее число пассажиров у кассы и среднее время, затраченное пассажиром на приобретение билета.

7. Для данной платежной матрицы определить нижнюю и верхнюю цены игры, минимаксные стратегии и оптимальные решения игры, если существует седловая точка:

$$\begin{pmatrix} 4 & 9 & 5 & 3 \\ 7 & 8 & 6 & 9 \\ 7 & 4 & 2 & 6 \\ 8 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

8. Для данной платежной матрицы определить нижнюю и верхнюю цены игры, минимаксные стратегии и оптимальные решения игры, если существует седловая точка:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 9 \\ 3 & 4 & 6 & 5 & 6 \\ 7 & 6 & 10 & 8 & 11 \\ 8 & 5 & 4 & 7 & 3 \end{pmatrix}$$

9. Решить и дать графическую интерпретацию для игры 2×2 $\begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

10. Найти решение игры путем сведения ее к задаче линейного программирования. Игра задана следующей платежной матрицей:

$$\begin{pmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 6 & 7 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

11. Магазин может завести в различных пропорциях товары трех типов (A_1 , A_2 , A_3). Предполагается, что спрос может иметь три состояния: (B_1 , B_2 , B_3) и не прогнозируется. Определить оптимальные пропорции в закупке товаров из условия максимизации средней гарантированной прибыли по следующей матрице прибыли:

Тип товара	спрос		
	B_1	B_2	B_3
A_1	20	15	10
A_2	16	12	14
A_3	13	18	15

12. Фермер может выращивать либо кукурузу, либо соевые бобы. Вероятности того, что цены на будущий урожай этих культур повысятся, останутся на прежнем уровне или понизятся, равны соответственно 0,25, 0,30 и 0,45. Если цены возрастут, урожай кукурузы даст 30000\$ чистого дохода, а урожай соевых бобов – 10000\$. Если цены останутся неизменными, фермер лишь покроет расходы. Но если цены станут ниже, урожай кукурузы и соевых бобов приведет к потерям в 35000 и 5000 долларов соответственно. Представить данную задачу в виде дерева решений. Какую культуру следует выращивать фермеру?

13. В игре двух лиц каждый игрок показывает один или два пальца и одновременно отгадывает число пальцев, которые покажет его противник. Игрок, который угадал, выигрывает сумму, равную суммарному числу показанных пальцев. Иначе игра заканчивается вничью. Сформулируйте задачу в виде игры двух с нулевой суммой и решите игру методами линейного программирования.

14. Четверо контролеров осуществляют осмотр мобильных телефонов. Если телефон поступает на проверку, когда все контролеры заняты, то он остается непроверенным. В среднем за час поступает на проверку 45 телефонов. Среднее время проверки 1 телефона – 5 минут. Определить вероятность того, что телефон останется без проверки, и сколько нужно контролеров для проверки с вероятностью 93%.

15. 4 продавца обслуживают кассы. Частота посещения магазина 35 чел/час. Среднее время затрачиваемое на обслуживание 1 чел - 2 мин. Определить характеристики СМО.

16. Построить график работ, определить критический путь и стоимость работ.

Операция	Продолжительность (дн.)	Стоимость (ден.ед.)
1,2	4	80
1,3	2	50
1,4	3	60
2,4	2	60
2,6	6	100
3,4	2	40
3,5	3	70
4,6	4	90
5,6	4	80

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

а) основная:

1. Таха Х. Введение в исследование операций. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912с.
2. Васин А.А., Краснощеков П.С., Морозов В.В. Исследование операций: учеб. пособие для студ. вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 464с.
3. Оуэн Г. Теория игр. – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 216с.
4. Павловский Ю.Н., Белотелов Н.В., Бродский Ю.И. Имитационное моделирование: учеб. пособие для студ. вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 236с.

б) дополнительная:

5. Волков И.К., Загоруйко Е.А. Исследование операций: Учеб. для вузов. –

М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 440с.

5. Косоруков О.А., Мищенко А.В. Исследование операций: Учебник. – М.: Изд-во «Экзамен», 2003. – 448с

7. Шикин Е.В. От игр к играм: Математическое введение – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 112с.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

Информационно-образовательные ресурсы:

1. Библиотека ГОСТов. Все ГОСТы, [Электронный ресурс], URL: <http://vsegost.com/>
2. Национальный открытый университет <http://intuit.ru/>

Электронные библиотечные системы:

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн - <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» <http://znanium.com>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Лекционные занятия проводятся в аудиториях с требуемым числом посадочных мест, оборудованные мультимедиа.

Лабораторные работы проводятся в компьютерных классах.

Свободно распространяемое программное обеспечение:

– офисный пакет.