

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Костромской государственный университет»  
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**НАУЧНЫЕ ОСНОВЫ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ**

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование  
(с двумя профилями подготовки)

Направленности: Математика, физика

Квалификация выпускника: бакалавр

**Кострома  
2022**

Рабочая программа дисциплины «Научные основы школьного курса математики» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 15.03.2018 регистрационный № 50358), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08.02.2021 № 83 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 12.03.2021 регистрационный № 62739); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленности Математика, физика), год начала подготовки 2022.

Разработал: Матыцина Т. Н., заведующий кафедрой высшей математики, к. ф.-м. н., доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», к. ист. н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой высшей математики:

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

Протокол заседания кафедры № 6 от 09.03.2022 г.

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 19.03.2024 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины

**Цель дисциплины:** формирование у студентов понимания основных отношений в кольце целых чисел: отношения делимости и отношение сравнения, готовности использовать эти знания для их арифметических приложений.

**Задачи дисциплины:**

- познакомить студентов с отношениями делимости и сравнения в кольце целых чисел, их свойствами и их арифметическими приложениями;
- научить решать задачи на делимость различными способами;
- научить находить НОД и НОК чисел различными способами;
- научить действиям с систематическими числами;
- научить решать сравнения первой степени, неопределенные уравнения, сравнения высших степеней;
- изучить арифметические приложения теории сравнений.

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

*освоить компетенции:*

ПК-3. Способен осваивать и использовать базовые математические знания и умения в профессиональной деятельности

ПК-5. Способен приобретать новые математические знания, самостоятельно выдвигать и формулировать гипотезы, доказывать их, используя современные образовательные и информационные технологии

*Код и содержание индикаторов компетенции:*

ИПК-3.1. Демонстрирует знание содержания, сущности, закономерностей, принципов и особенностей изучаемых явлений и процессов, базовые теории в области математики; закономерности, определяющие место математики в общей картине мира; программ и учебников по математике; основ общетеоретических дисциплин в объеме, необходимых для решения педагогических, научно-методических и организационно-управленческих задач

ИПК-3.2. Анализирует базовые предметные научно-теоретические представления о сущности, закономерностях, принципах и особенностях изучаемых явлений и процессов

ИПК-5.1. Строит логические рассуждения в математических и иных контекстах

ИПК-5.2. Решает задачи элементарной математики, в том числе новые, которые возникают в ходе работы с обучающимися

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать:**

– понятие делимости целых чисел и его свойства, понятие простого числа, основную теорему арифметики, систематическую запись целых чисел в произвольных системах счисления в рамках развития способности использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета,

- понятие сравнения целых чисел и его свойства,
- теоремы Эйлера и Ферма,
- арифметические приложения теории сравнений,
- цепные дроби и представление действительных чисел цепными дробями

**уметь:**

– находить наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное целых чисел, факторизовать целые числа, выполнять действия над систематическими числами в рамках развития у студентов способности использовать возможности образовательной среды для достижения личностных, метапредметных и предметных результатов обучения и обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами преподаваемого учебного предмета,

- решать сравнения первой степени, системы сравнений, двучленные сравнения,
- применять теоремы Эйлера и Ферма,

– представлять действительные числа цепными дробями

**владеть:**

– техникой решения задач теории чисел (согласно содержания дисциплины) для достижения практического навыка у студентов для обеспечения качества учебно-воспитательного процесса средствами теории чисел и достижения высоких личностных, метапредметных и предметных результатов обучения

### 3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, учебного плана. Изучается в 7 семестре обучения.

*Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:*

Дисциплины и практики, предшествующие освоению данной дисциплины (для компетенции ПК-3): алгебра, курс элементарной математики, методики обучения математике, геометрия.

Дисциплины и практики, предшествующие освоению данной дисциплины (для компетенции ПК-5): курс алгебра, геометрия, методики обучения математике.

*Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:*

Дисциплины и практики, которые базируются на изучении данной дисциплины (для компетенции ПК-3): Система оценки качества математического образования Вопросы обучения математике в профильных классах, Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы), Производственная практика (научно-исследовательская работа), Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, Выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

Дисциплины и практики, которые базируются на изучении данной дисциплины (для компетенции ПК-5): История математики, Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы), Производственная практика (технологическая, проектно-технологическая), Производственная практика (научно-исследовательская работа), Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена

### 4. Объем дисциплины

#### 4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	20
Лекции	12
Практические занятия	8
Лабораторные занятия	0
Практическая подготовка	0
Самостоятельная работа в часах	85,65 + 36 (контроль)
Форма промежуточной аттестации	Экзамен (7 семестр – 0,35 часа) Консультация к экзамену (2 часа)

## 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	12
Практические занятия	8
Лабораторные занятия	–
Консультации	2
Зачет/зачеты	–
Экзамен/экзамены	0,35
Курсовые работы	–
Курсовые проекты	–
Практическая подготовка	–
Всего	22,35

## 5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

### 5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е./час	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Делимость и простые числа	0,83/30	4	2	0	24
2	Теория сравнений	1,06/38	6	4	0	28
3	Цепные дроби	1,05/37,65	2	2	0	33,65
	Подготовка к экзамену	1/36	–	–	–	36
	ИКР (консультация к экзамену, экзамен)	0,06/2,35	–	–	–	–
	Итого	4/144	12	8	0	85,65 + 36

### 5.2. Содержание

**Тема 1. Делимость и простые числа.** Делимость целых чисел. Деление с остатком. НОД и НОК целых чисел. Алгоритм Евклида. Взаимно простые числа и их свойства. Простые числа и их свойства. Основная теорема арифметики. Распределение простых чисел. Неравенство Чебышева для  $\pi(x)$ . Систематические числа.

**Тема 2. Теория сравнений.** Кольцо и поле классов вычетов. Теорема Эйлера и Ферма. Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения первой степени. Сравнения по простому модулю и степени простого числа. Редукция сравнения по составному модулю к сравнению по степени простого числа и по простому модулю. Показатели чисел и классов по данному модулю. Теорема о существовании первообразного корня. Индексы, двучленные сравнения по простому модулю. Квадратичные вычеты и невычеты. Символ Лежандра. Арифметические приложения теории сравнений.

**Тема 3. Цепные дроби.** Существование и единственность значения цепной дроби. Представление действительных чисел цепными дробями. Теорема Лежандра о квадратичной иррациональности. Теорема Дирихле и ее применение. Алгебраические и трансцендентные числа. Теорема Лиувилля и ее применение к построению трансцендентных чисел, к доказательству иррациональности.

## 6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

### 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

Литература для проведения практических занятий и организации самостоятельной работы обучающихся:

[1] Грибанов В. У. Сборник упражнений по теории чисел / В. У. Грибанов, П. И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.; То же [Электронный ресурс]. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454845> (26.02.2018).

[2] Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел / Г. А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с. – ЕН. – 0.17.

[3] Ляпин Е. С. Сборник задач по элементарной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : допущено М-вом просвещения СССР / Е. С. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с.: ил. – 0.84.

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания	Форма контроля
1	Делимость и простые числа	НОК целых чисел и его свойства. Распределение простых чисел. Обзор непозиционных систем счисления. Действия над систематическими числами	24	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Устный опрос
2	Теория сравнений	Сравнения по простому модулю и степени простого числа. Частные признаки делимости по различным модулям. Проверка результатов арифметических действий	28	Изучение лекционного материала, решение задач из книг [1], [2]	Индивидуальное собеседование, тестирование
3	Цепные дроби	Применение конечных цепных дробей. Бесконечные периодические цепные дроби	33,65	Изучение лекционного материала, решение задач из книги [2]	Индивидуальное собеседование
		Подготовка к экзамену	36	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Экзамен
	<b>Итого</b>		<b>85,65 + 36</b>		

### 6.2. Тематика и задания для практических занятий

«Задачи на делимость. Метод математической индукции в решении задач на делимость»

1. Книга [3], номера 97, 99, 107, 108, 116, 135, 137, 139, 143, 180, 34 а) в), 37.
2. Книга [3], номера 35 а) в) д) е), 36 а) в) д), 38.
3. Книга [2], номера 11, 12 1), 19.

«Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, взаимно простые числа. Простые числа. Факторизация чисел»

1. Книга [3], номера 226, 230 а) б) в), 237, 227, 290.
2. Книга [1], номера 29, 35, 32, 31.
3. Проверить, являются ли следующие числа простыми: 569, 701, 997, 283.
4. Выделить все простые числа в промежутке от 150 до 200 и от 180 до 220.
5. Факторизовать числа: 1672, 1232, 2364, 5599, 556, 788, 1764.
6. Книга [3], номера 269, 267, 235, 270.

«Числовые функции. Систематические числа»

1. Книга [2], номера 460, 461, 425.
2. Книга [1], номера 66, 69, 84, 95.
3. Найти количество чисел, не превосходящих 111 и делящихся на 5 или на 7.

4. Найти количество чисел, не превосходящих 2311 и не делящихся ни на одно из чисел 5, 7, 13, 17.
5. Книга [3], номера 353, 357, 358, 360, 361 а) в) д) ж) з) к), 362 а) в), 364.  
«Сравнения, свойства сравнений, классы вычетов, системы вычетов. Функция Эйлера. Теоремы Эйлера и Ферма»
1. Книга [2], номера 84, 85, 86, 81, 139 1) 4), 141, 143, 147.
  2. Книга [1], номера 97 1) 2) 3), 98 1) 2) 3), 99 1) 3) 4), 100 1) 2) 4), 101, 109, 110, 113, 120, 154.
3. Найти остаток от деления  $93^{41}$  на 111.  
«Сравнения первой степени. Системы сравнений, неопределенные уравнения, сравнения высших степеней»
1. Книга [1], номера 174 1) 3), 175 1) 4), 176 1) 3), 179 1) 7) 4), 181 1) 2).
  2. Книга [1], номера 194 1) 10), 195, 184 1), 186 1), 184 9) 4), 199 1) 5).
- «Первообразные корни и индексы. Решение двучленных сравнений. Квадратичные вычеты и невычеты»
1. Книга [1], номера 229 2), 231 1), 232 1), 235 1) 4), 239 1) 3), 240 1), 241 1), 242 1).
  2. Книга [1], номера 214 1), 215 1) 4), 216 1), 217 1), 223.
- «Арифметические приложения теории сравнений»
1. Книга [1], номера 244 1) 3) 5) 7) 9), 245, 246 а) 1) 2) 5), 246 б) 1) 2), 248 1) 2) 5) б).
  2. Найти остаток от деления  $2^{100} + 3^{100}$  на 5.
  3. Найти последнюю цифру числа  $13^{124}$ .
  4. Решить сравнения: а)  $3x \equiv 14 \pmod{21}$ ; б)  $3x \equiv 14 \pmod{22}$ ; в)  $6x \equiv 15 \pmod{21}$ .
  5. Решить в целых числах уравнения:  
а)  $45x - 37y = 25$ ; б)  $12x + 21y = 14$ .
  6. Решить уравнения: а)  $\varphi(3^x \cdot 5^y) = 600$ ; б)  $\varphi(7^x) = 294$ .
  7. Решить двучленные сравнения: а)  $x^{12} \equiv 37 \pmod{41}$ ; б)  $37x^{15} \equiv 62 \pmod{73}$ .
  8. Найти период и предпериод при обращении обыкновенной дроби в десятичную:  
а)  $\frac{1}{21 \cdot 17 \cdot 4}$ ; б)  $\frac{1}{19 \cdot 23 \cdot 20}$ .
  9. Вставить вместо \* числа так, чтобы выполнялось условие: а)  $3 * 44 * \div 36$ ; б)  $122 * 33 * \div 55$ .  
«Конечные цепные дроби и их применения»
  1. Книга [2], номера 378 1) 2), 379 1) 2) 4), 380 2), 388 1) 2), 393 1), 395 1), 396 1).  
«Бесконечные цепные дроби. Представление действительных чисел цепными дробями»
  1. Книга [2], номера 396 3), 399 1), 404 1) 3), 405 1), 415 2), 416 2).

### 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

### 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Курсовые работы (проекты) отсутствуют.

## 7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№	Литература	Кол-во книг
<b>Основная литература</b>		
1	Бухштаб А. А. Теория чисел / А. А. Бухштаб. – М.: Просвещение, 1966. –	

	383 с.; То же [Электронный ресурс]. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454831">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454831</a> (28.02.2018).	
2	Грибанов В. У. Сборник упражнений по теории чисел / В. У. Грибанов, П. И. Титов. – М.: Просвещение, 1964. – 144 с.; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454845">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=454845</a> (26.02.2018).	
3	Кудреватов Г. А. Сборник задач по теории чисел / Г. А. Кудреватов. – М.: Просвещение, 1970. – 128 с. – ЕН. – 0.17.	1
4	Ляпин Е. С. Сборник задач по элементарной алгебре : учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов : допущено М-вом просвещения СССР / Е. С. Ляпин, И. В. Баранова, З. Г. Борчугова. – изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Просвещение, 1973. – 351 с. : ил. – 0.84.	29
5	Пантина И. В. Алгебра и теория чисел: учебное пособие / И. В. Пантина, М. А. Куприянова, С. В. Харитонов. – Москва : Университет «Синергия», 2016. – 161 с. – (Легкий учебник). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4257-0253-1 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=455430">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=455430</a>	
6	Бабенко А.С., Матыцина Т.Н. Научные основы школьного курса математики. алгебра учебно-методическое пособие / Кострома, 2022. 86с.	20
<b>Дополнительная литература</b>		
1	Алферова, З.В. Алгебра и теория чисел : учебно-методический комплекс / З.В. Алферова, Э.Л. Балюкевич, А.Н. Романников. - Москва : Евразийский открытый институт, 2011. - 279 с. - ISBN 978-5-374-00535-6 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90645">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=90645</a>	
2	Виноградов, Иван Матвеевич. Основы теории чисел : учеб. пособие / И. М. Виноградов. - Изд. 11-е, стер. - СПб. : Лань, 2006. - 176 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) (Лучшие классические учебники. Математика). - ISBN 5-8114-0535-9 : 60.60.	1
3	Данилова, Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений : учебное пособие / Т.В. Данилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Архангельск : САФУ, 2015. - 104 с. - Библиогр. в кн. - ISBN 978-5-261-01004-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436368">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=436368</a>	
4	Михалева М. М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / М. М. Михалева, Б. М. Веретенников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014.– Ч. 1. – 51 с. – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1193-4   978-5-7996-1166-8 ; То же [Электронный ресурс]. – URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=276012">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&amp;id=276012</a>	
5	Хинчин, Александр Яковлевич. Избранные труды по теории чисел / Хинчин Александр Яковлевич ; под ред. Ю.В. Нестеренко. - Москва : МЦНМО, 2006. - 280 с. - ЕН. - ISBN 5-94057-088-7 : 80.00.	1

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

*Электронные библиотечные системы:*

1. ЭБС Университетская библиотека онлайн – <http://biblioclub.ru>
2. ЭБС «Лань» – <https://e.lanbook.com>
3. ЭБС «ZNANIUM.COM» – <http://znanium.com>



## **9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Для занятий по дисциплине «Научные основы школьного курса математики» необходима учебная аудитория, доска, мел (маркеры для белой доски), аудитория, оснащенная мультимедийным оборудованием и компьютерный класс с техническими средствами обучения (персональные компьютеры, мультимедиа и проектор) для проведения семинаров и практических занятий. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.