

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки: 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Направленности: Математика, физика

Квалификация выпускника: бакалавр

**Кострома
2023**

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (уровень бакалавриата), утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 15.03.2018 регистрационный № 50358), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08.02.2021 № 83 (зарегистрировано Министерством юстиции Российской Федерации 12.03.2021 регистрационный № 62739); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) (направленности Математика, физика), годы начала подготовки 2023, 2024, 2025.

Разработал: Марголина Наталия Львовна, доцент, кандидат ф.-м. наук, доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», к. ист. н., доцент

УТВЕРЖДЕНО:

Заведующий кафедрой высшей математики:

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 5 от 19.03.2024 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 9 от 27.05.2025 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цель дисциплины:

Сформировать у студентов способность оперировать базовыми понятиями теории вероятностей и готовность к применению практических навыков решения задач по теории вероятностей и математической статистики при интерпретации и обработке статистических данных в различных практических моделях.

Задачи дисциплины:

- познакомить студентов с основными понятиями и теоремами классической теории вероятностей, с главными законами распределения дискретных и непрерывных случайных величин;
- научить решать задачи классической теории вероятностей, применять асимптотические теоремы, находить параметры распределения случайной величины;
- познакомить студентов с основными понятиями и теоремами математической статистики, с процедурой обработки выборки, оценки статистических параметров и проверки статистических гипотез;
- научить находить числовые характеристики выборки, находить точечные и интервальные оценки статистических параметров, проверять статистические гипотезы о значении параметров и виде закона распределения.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий.

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

освоить компетенции:

ОПК-8 - способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Код и содержание индикаторов компетенции:

ИОПК-8.1. Демонстрирует владение системой специальных научных знаний в предметной области

ИОПК-8.2. Применяет специальные предметные знания в педагогической деятельности по направленности программы

Знать:

базовые понятия комбинаторики, основные определения и теоремы теории вероятности и математической статистики, виды случайных величин и их основные характеристики, знать процедуру обработки выборки и оценки статистических гипотез в рамках развития способности осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Уметь:

вычислять вероятности событий, исследовать случайные величины разных типов и находить их основные характеристики для развития способности самостоятельно выдвигать и формулировать гипотезы, находить точечные и интервальные оценки статистических параметров, проверять статистические гипотезы для формирования способности осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

Владеть:

способами оценки статистических параметров, навыками вычисления числовых характеристик выборки и случайных величин в рамках развития способности осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к обязательной части учебного плана. Изучается в 7 и 8 семестрах обучения.

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках:

модуль «Исследовательские технологии в сфере образования», организация исследовательской деятельности в системе образования, математический анализ, алгебра, геометрия, механика, молекулярная физика, электричество и магнетизм, оптика, учебная практика (ознакомительная), производственная практика (педагогическая, образовательно-воспитательная).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик:

атомная и ядерная физика, астрономия, дифференциальные уравнения, производственная практика (педагогическая по физике), производственная практика (педагогическая по математике), подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена, выполнение и защита выпускной квалификационной работы.

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

2023, 2024 год набора

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	78
Лекции	38
Практические занятия	40
Лабораторные занятия	—
Практическая подготовка	—
Самостоятельная работа в часах	61,5
Форма промежуточной аттестации	7 семестр (зачет) – 0,25 часа 8 семестр (курсовой проект) – 4 часа 8 семестр (зачет с оценкой) – 0,25 часа

2025 год набора

Виды учебной работы,	Очная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	4
Общая трудоемкость в часах	144
Аудиторные занятия в часах, в том числе:	78
Лекции	38
Практические занятия	40
Лабораторные занятия	—
Практическая подготовка	—
Самостоятельная работа в часах	65,7
Форма промежуточной аттестации	7 семестр (зачет) – 0,15 часа 8 семестр (зачет с оценкой) – 0,15 часа

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

2023, 2024 год набора

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	38
Практические занятия	40
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Зачет/зачеты	0,5
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	4
Практическая подготовка	-
Всего	82,5

2025 год набора

Виды учебных занятий	Очная форма
Лекции	38
Практические занятия	40
Лабораторные занятия	-
Консультации	-
Зачет/зачеты	0,3
Экзамен/экзамены	-
Курсовые работы	-
Курсовые проекты	-
Практическая подготовка	-
Всего	78,3

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1. Тематический план учебной дисциплины

2023, 2024 год набора

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц	Практ.	Лаб.	
7 семестр						
1	Классическая теория вероятностей	10,75	4	4	-	2,75
2	Повторение испытаний. Асимптотическ ие теоремы.	10	4	4	-	2
3	Дискретные случайные величины	11	4	4	-	3

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц	Практ.	Лаб.	
4	Непрерывные случайные величины	15	6	6	-	3
5	Виды законов распределений	11	4	4	-	3
6	Многомерные случайные величины	9	2	4	-	3
7	Закон больших чисел	5	2	-	-	3
	ИКР (зачет)	0,25	-	-	-	-
8 семестр						
8	Элементы математической статистики	7,75	3	4	-	1,75
9	Статистическая проверка гипотез	13	5	6	-	2
10	Корреляционно - регрессионный анализ	10	4	4	-	2
	Курсовой проект	36	-	-	-	36
	ИКР (зачет с оценкой)	0,25	-	-	-	-
	Итого:	144	38	40	-	61,5

2025 год набора

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц	Практ.	Лаб.	
7 семестр						
1	Классическая теория вероятностей	10,85	4	4	-	2,85
2	Повторение испытаний. Асимптотическ ие теоремы.	10	4	4	-	2
3	Дискретные случайные величины	11	4	4	-	3
4	Непрерывные случайные величины	15	6	6	-	3
5	Виды законов распределений	11	4	4	-	3
6	Многомерные случайные	9	2	4	-	3

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные занятия			Самостоятельная работа
			Лекц	Практ.	Лаб.	
	величины					
7	Закон больших чисел	5	2	-	-	3
	ИКР (зачет)	0,15	-	-	-	-
8 семестр						
8	Элементы математической статистики	20,85	3	4	-	13,85
9	Статистическая проверка гипотез	27	5	6	-	16
10	Корреляционно - регрессионный анализ	24	4	4	-	16
	ИКР (зачет с оценкой)	0,15	-	-	-	-
	Итого:	144	38	40	-	65,7

5.2. Содержание:

Тема 1. Классическая теория вероятностей. Классификация событий и действия над ними. Классическое определение вероятности. Относительная частота. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность события. Теорема умножения вероятностей. Понятие независимых испытаний. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

Тема 2. Повторение испытаний. Асимптотические теоремы Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Теорема Пуассона.

Тема 3. Дискретные случайные величины. Дискретные случайные величины. Дискретные случайные величины, функции от них. Математическое ожидание, его свойства. Дисперсия, ее свойства. Среднее квадратичное, его свойства.

Тема 4. Непрерывные случайные величины. Непрерывные случайные величины. Определение непрерывных случайных величин. Интегральная функция распределения, ее свойства. Плотность и ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия для непрерывных случайных величин.

Тема 5. Виды законов распределений. Биномиальное распределение, распределение Пуассона, геометрическое распределение. Равномерное распределение, экспоненциальное распределение. Нормальное распределение. Распределение Стюдента, Фишера, Пирсона, χ^2 .

Тема 6. Многомерные случайные величины. Понятие о многомерной случайной величине и законе ее распределения. Функция распределения двумерной случайной величины и ее свойства. Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства. Условные законы распределения. Числовые характеристики двумерной случайной величины.

Тема 7. Закон больших чисел. Теорема Чебышева. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева, ее применение в физических экспериментах. Теорема Бернулли.

Тема 8. Элементы математической статистики. Элементы математической статистики. Выборка. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики выборки. Характеристики среднего и разброса выборки. Оценки параметров теоретического закона распределения. Точечные оценки параметров. Методы моментов и наибольшего правдоподобия. Свойства оценок. Интервальные оценки. Доверительный интервал.

Тема 9. Статистическая проверка гипотез. Статистическая проверка гипотез.

Критическая область. Ошибки 1 и второго рода. Проверка гипотез о виде распределения (критерий χ^2). Проверка гипотез о параметрах закона распределения (критерии Стьюдента и Фишера). Непараметрические критерии.

Тема 10. Корреляционно-регрессионный анализ. Функциональная, стохастическая и корреляционная зависимости. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Корреляционное отношение. Проверка значимости коэффициентов уравнения регрессии.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации по выполнению задания (Литература)	Форма контроля
	<i>7 семестр</i>				
1	Классическая теория вероятностей	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2,75 (2,85)	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
2	Повторение испытаний. Асимптотические теоремы.	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
3	Дискретные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
4	Непрерывные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
5	Нормальное распределение	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
6	Многомерные случайные величины	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
7	Теорема Чебышева	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	3	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий

	8 семестр				
8	Элементы математической статистики	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	1,75 (13,85)	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
9	Статистическая проверка гипотез	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2 (16)	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
10	Корреляционно-регрессионный анализ	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	2 (16)	Лекционный материал	Опрос на практическом занятии, зачет Разбор домашних заданий
		Подготовка курсового проекта	36 (0)	Изучение литературы	Защита курсового проекта
	Итого:		61,5 (65,7)		

6.2. Тематика и задания для практических занятий.

№	Тема практического занятия	Задания для практического занятия
Литература , необходимая для занятий:		
[1] Задачи и упражнения по теории вероятностей : [учеб. пособие для студ. вузов] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 5-е изд., испр. - М. : Академия, 2003. - 448 с.		
[2] Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. школа, 2003. - 479 с.		
[3] Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 479 с.		
[4] Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. учеб.		
7 семестр		
1	Классификация событий. Действия над событиями. Пространство элементарных исходов.	[1] стр. 285 № 6.2. 3, 6.2.9, 6.2.10, 6.2.15.
	Элементы комбинаторики Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности.	[4] стр. 154 № 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. [4] стр. 161 № 1, 2, 4, 6, 8, 10, 12. [4] стр. 161 № 3, 6, 14. [2] стр. 13 № 26, 28, 32.
	Теореме сложения и умножения вероятностей. Условная вероятность.	[4] стр.171 № 1, 2, 3, 4, 5, 6. [4] стр. 177 № 1, 2, 3, 4, 5, 6.
	Формула полной вероятности. Формула Байеса.	[4] стр. 185 № 1, 3, 5, 7, 9.

2	Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Формула Пуассона.	[4] стр. 193 № 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.
3	Дискретная случайная величина. Ряд распределения. Многоугольник распределения. Функция распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание и его свойства. Дисперсия и ее свойства.	[1] стр. 341 № 6.8.3, 6.8.4, 6.8.10 (а), 6.8.11, 6.8.16. [1] стр. 361 № 6.10.3, 6.10.4, 6.10.10.
	Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания. Дисперсия. Свойства дисперсии.	[1] стр. 350 № 6.9.3, стр. 353 № 6.9.8, 6.9.10. [1] стр. 364 № 6.10.15, 6.1.17, 6.10.18.
4	Нормальное распределение	[1] стр. 380 № 6.11.26, 6.11.27.
5	Системы случайных величин.	[1] стр. 391 № 6.12.2.
	Плотность распределения вероятностей двумерной случайной величины и ее свойства.	[1] стр. 397 № 6.12.23, 6.12.30.
6	Условные законы распределения.	[1] стр. 394 № 6.12.10.
	Числовые характеристики двумерной случайной величины.	[1] стр. 395 № 6.12.13, стр. 396 № 6.12.16, стр. 402 № 6.12.32, 6.12.34.
7	Теорема Чебышева	Индивидуальное задание
8 семестр		
8	Вариационные ряды. Полигон, гистограмма. Эмпирическая функция распределения.	[2] стр. 151 № 440, 442 (а), 444 (а), 447 (а).
9	Выборочное среднее и ее свойства. Мода, медиана, размах вариационного ряда.	[2] стр. 158 № 451 (дополнительно вычислить моду, медиану, размах).
10	Выборочная дисперсия и ее свойства.	[2] стр. 161 № 461, 467.
	Интервальные оценки.	[2] стр. 176 № 502, 504, стр. 179 № 515.
11	Статистическая проверка гипотез.	[3] стр. 375 № 25.12, стр. 387 № 25.27.
	Проверка гипотез о равенстве двух средних.	[3] стр. 375 № 25.13, стр. 387 № 25.26, 25.29.
12	Проверка гипотез о равенстве двух дисперсий.	Индивидуальные задания.
13	Проверка гипотез о числовых значениях параметров.	Индивидуальные задания.

14	Уравнение парной регрессии. Коэффициент корреляции. Корреляционное отношение. Индекс корреляции.	[3] стр. 390 № 26.2. [3] стр. 390 № 26.2. [3] стр. 390 № 26.2.
15	Интервальная оценка функции регрессии	Индивидуальные задания.
16	Проверка значимости уровня регрессии.	Индивидуальные задания.

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные занятия отсутствуют.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

2023, 2024 год набора

Тематика курсового проекта определяется преподавателем, являющимся руководителем работы. Темы курсовых проектов по теории вероятностей и математической статистике могут касаться разделов, не входящих в курс, а могут расширять и углублять знания студента по вопросам, изучавшимся на лекциях и практических занятиях. Работа обязательно должна включать расчетную часть, касающуюся обработки экспериментальных данных.

1. Первичная статистическая обработка данных в профессиональной и исследовательской деятельности.
2. Точечная оценка параметров генеральной совокупности для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
3. Интервальная оценка параметров генеральной совокупности для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
4. Проверка гипотез о виде закона распределения для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
5. Проверка гипотез о значении среднего для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
6. Проверка гипотез о значении дисперсии для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.
7. Применение методов корреляционного и регрессионного анализа для решения задач профессиональной и исследовательской деятельности.

При оформлении текстовых документов следует руководствоваться документом: «Правила оформления текстовых документов: руководящий документ по оформлению рефератов, отчетов о лабораторных работах, практиках, пояснительных записок к курсовым проектам и выпускным квалификационным работам / А. В. Басова, С. В. Боженко, Т. Н. Вахнина, И. Б. Горланова, И. А. Делекторская, А. А. Титунин, О. В. Тройченко, С. А. Угрюмов, С. Г. Шарабарина; под общ. ред. О. В. Тройченко. – 2-е изд., перераб. и доп. – Кострома: Изд-во Костром. гос. ун-та, 2017. – 47 с.»

2025 год набора

Отсутствует

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1	Вентцель, Е. С. Задачи и упражнения по теории вероятностей : [учеб. пособие для студ. вузов] / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. - 5-е изд., испр. - М. : Академия, 2003. - 448 с. - (Высшее образование). - Библиогр.: с. 440. - ISBN 5-7695-1054-4 : 117.75.	40
2	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учеб. пособие для студ. вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. школа, 2003. - 479 с. : ил. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6 : 78.65.	14
3	Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. пособие для студ. вузов] / В. Е. Гмурман. - 11-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2005. - 479 с. : ил. - Предм. указ.: с. 474-479. - ISBN 5-06-004214-6 : 315.25.	20
4	Кремер, Наум Шевелевич. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. учеб. заведений] / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., перераб. и доп. - М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2007. - 551 с. - (Золотой фонд российских учебников). - Библиогр.: с. 511-512. - Предм. указ.: с. 539-551. - ISBN 978-5-238-01270-4 : 200.00.	10
<i>Дополнительная</i>		
5	Афанасьев, Владимир Васильевич. Теория вероятностей : [учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений] / В. В. Афанасьев. - М. : ВЛАДОС, 2007. - 350 с. - (Учебник для вузов). - Указ. обозначений: с. 322-326. - Библиогр.: с. 349-350. - ISBN 978-5-691-01525-0 : 200.00.	6
6	Баврин, Иван Иванович. Теория вероятностей и математическая статистика : [учеб. для студ. высш. пед. учеб. заведений] / И. И. Баврин. - М. : Высш. школа, 2005. - 160 с. - Библиогр.: с. 158. - ISBN 5-06-005322-9 : 138.00.	20
7	Общий курс высшей математики для экономистов : учебник / Б. М. Рудык [и др.] ; Рос. экон. акад. ; под ред. В. И. Ермакова. - М. : Инфра-М, 2007. - 656 с. - Библиогр.: с. 647. - ISBN 5-16-002870-6 : 195.49.	10
8	Сборник задач по высшей математике для экономистов : [учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений] / В. И. Ермаков [и др.] ; Рос. экон. акад. ; под ред. В. И. Ермакова. - 2-е изд., испр. - М. : ИНФРА-М, 2007. - 575 с. - ISBN 5-16-002781-5 : 160.49.	71
9	Сборник задач по высшей математике : с контрольными работами : 2 курс / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. - 6-е изд. - М. : Айрис-пресс, 2007. - 589, [2] с. - (Высшее образование). - ISBN 978-5-8112-2948-2 : 243.00	1

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru>

3. ЭБС «Znanium» <http://znanium.com/>

4. Консультант Студента. Электронная библиотека технического вуза
<http://www.studentlibrary.ru/>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, компьютер (ноутбук).