

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»
(КГУ)

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА**

Направление подготовки: 44.04.01 Педагогическое образование

Направленность: Теория и методика реализации программ углублённого изучения
математики

Квалификация выпускника: магистр

**Кострома
2022**

Рабочая программа дисциплины «Дискретная математика» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (уровень магистратура), утвержденным приказом Министерства образования и науки РФ от 22.02.2018 № 126 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 15.03.2018 № 50361), с изменениями, внесенными приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 08 февраля 2021 г. № 82 (зарегистрировано Министерством юстиции РФ 12.03.2021 № 62740); в соответствии с учебным планом направления подготовки 44.04.01 Педагогическое образование (направленность Теория и методика реализации программ углубленного изучения математики), год начала подготовки 2022.

Разработал: Матыцина Татьяна Николаевна, заведующий кафедрой высшей математики, кандидат физико-математических наук, доцент

Рецензент: Бобков Н. Н., директор муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения города Костромы «Лицей № 34», кандидат исторических наук, доцент

УТВЕРЖДЕНО:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 6 от 09.03.2022 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

ПРОГРАММА ПЕРЕУТВЕРЖДЕНА:

На заседании кафедры высшей математики

Протокол заседания кафедры № 8 от 05.05.2023 г.

Заведующий кафедрой высшей математики

Матыцина Т. Н., к. ф.-м. н., доцент

1. Цели и задачи освоения дисциплины

Цели освоения дисциплины:

- освоение фундаментальных понятий и методов по следующим разделам дискретной математики: алгебраические структуры, элементы теории кодирования, теория графов;
- формирование практических навыков применения полученных знаний по дискретной математике, необходимых как в дальнейшем обучении, так и в профессиональной деятельности.

Задачи дисциплины:

- формирование представлений о значении и областях применения дискретной математики, а также о роли и месте знаний по дисциплине при освоении смежных дисциплин;
- знакомство и усвоение студентами основных современных алгоритмов кодирования и представление информации.
- получение знаний об алгебраических структурах, об основных понятиях и методах теории графов;
- формирование умений и навыков исследования алгебраических структур, применять аппарат теории графов для решения оптимизационных задач, решать задачи о максимальном потоке и минимальном разрезе и о потоке минимальной стоимости в сетях.

Кроме того, одной из задач изучения данного курса является научно-образовательное, профессионально-трудовое воспитание обучающихся посредством содержания дисциплины и актуальных воспитательных технологий

2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен освоить компетенции:

ПК-1: Способен осуществлять разные виды деятельности в области математики на основе традиционных и современных технологий

Код и содержание индикаторов компетенции ПК-1

ИПК 1.1. Знает: методы математического моделирования, их теоретические основы и практические приложения

ИПК 1.2. Умеет: применять математическое моделирование для построения объектов и процессов, определять и предсказывать их свойства; формировать у обучающихся умение проверять математические доказательства, приводить опровергающий пример

ИПК 1.3. Владеет опытом математического моделирования реального объекта или процесса; критическим мышлением в области математики на основе традиционных и современных технологий

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

иметь представление:

– о роли и месте знаний по дисциплине при освоении смежных дисциплин по выбранному направлению;

знать:

– основные понятия и методы дискретной математики, необходимые как для изучения самой дисциплины «Дискретная математика», так и для изучения последующих дисциплин, предусмотренных рабочим учебным планом, в рамках развития способностей осуществлять разные виды деятельности в области математики на основе традиционных и современных технологий;

уметь:

– пользоваться основными методами дискретной математики для решения практических задач с целью подготовки студентов к преподаванию предметов в образовательном учреждении, базирующихся на методах дискретной математики, а также в той или иной мере использующих их, а также применять математическое моделирование для построения объектов и процессов, определять и предсказывать их свойства;

– проверять при помощи методов дискретной математики математические доказательства утверждений, приводить контрпример при доказательстве;

владеть:

– навыками формализации и решения практических задач методами дискретной математики в рамках формируемых компетенций;

– навыками представления информации;

– терминологией предметной области «Дискретная математика».

3. Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина относится к *формируемой участниками образовательных отношений* части учебного плана.

Изучается на 2 курсе обучения (3 сессия).

Изучение дисциплины основывается на ранее освоенных дисциплинах/практиках, освоенных в ходе обучения на бакалавриате: Математический анализ; Алгебра; Геометрия; Механика; Учебная практика (научно-исследовательская работа, получение первичных навыков научно-исследовательской работы).

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин/практик: Задачи векторного и тензорного анализа для развития творческого потенциала обучающихся; Задачи общей топологии в реализации научно-исследовательской деятельности обучающихся; Педагогическая практика; Научно-исследовательская работа; Подготовка к сдаче и сдача государственного экзамена; Выполнение и защита выпускной квалификационной работы – *базируются на изучении данной дисциплины.*

4. Объем дисциплины

4.1. Объем дисциплины в зачетных единицах с указанием академических часов и виды учебной работы

Виды учебной работы,	Заочная форма
Общая трудоемкость в зачетных единицах	3
Общая трудоемкость в часах	108

Аудиторные занятия в часах, в том числе:	18
Лекции	8
Практические занятия	10
Лабораторные занятия	0
Практическая подготовка	0
Самостоятельная работа в часах	85,75
Форма промежуточной аттестации зачет во 3 сессию 2 года	-

4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося

Виды учебных занятий	Заочная форма
Лекции	8
Практические занятия	10
Лабораторные занятия	0
Консультации	2
Зачет/зачеты	0,25
Экзамен/экзамены	0
Курсовые работы	0
Курсовые проекты	0
Практическая подготовка	0
Всего	20,25

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий

5.1 Тематический план учебной дисциплины

№	Название раздела, темы	Всего з.е/час	Аудиторные			Самостоятельная работа
			Лекц.	Практ.	Лаб.	
1	Алгебраические структуры	30	2	2	-	26
2	Элементы теории кодирования	34	4	4	-	26
3	Теория графов. Потоки в сетях.	30	2	2	-	26
Зачет		14	–	2	–	12
Итого:		108	8	10	0	90

5.2. Содержание:

Тема 1. Алгебраические структуры. Алгебры с одной операцией (полугруппы, моноиды, группы), алгебры с двумя операциями (кольца, области целостности, поля), векторные пространства, решетки, матроиды.

Тема 2. Элементы теории кодирования.

• **Введение. Основные понятия и определения.** Кодирование как способ представления информации. Задача теории кодирования. Общая схема передачи дискретной информации. Алфавитное и равномерное кодирование. Систематические коды. Кодирование и декодирование. Передача информации по каналу связи. Информационная модель канала связи с помехами и без помех. Виды каналов связи. Основные положения теоремы Шеннона. Пропускная способность канала связи. Скорость передачи информации. Условие согласования источника информации и канала связи. Обоснование применения корректирующих кодов для борьбы с помехами.

• **Принципы построения корректирующих кодов и их основные характеристики.** Основные понятия и определения. Разрешенные и запрещенные комбинации. Построение кодов с учетом статистики помех. Классификация кодов. Основные характеристики кодов. Корректирующая способность. Избыточность. Понятие минимального кодового расстояния. Границы Хэмминга, Плоткина и Варшамова-Гильберта.

• **Линейные коды.** Определение линейного кода. Порождающая матрица линейного кода. Приведенно-ступенчатая форма порождающей матрицы. Проверочная матрица линейного кода и ее построение по приведенно-ступенчатой форме порождающей матрицы этого кода. Вычисление минимального веса линейного кода по порождающей матрице этого кода.

• **Блочные систематические коды.** Коды Хэмминга. Принцип построения кодов Хэмминга для коррекции одиночных и обнаружения двоичных ошибок. Реализация кодирующего и декодирующего устройства. Корректирующие свойства. Циклические коды. Принцип обнаружения ошибок. Методы построения циклических кодов. Структурная схема кодирующего и декодирующего устройства. Код с простым повторением. Инверсный код. Представление кодов Хэмминга в матричном виде.

• **Различные коды.** Двоичный и троичный коды Голея. Определение БЧХ-кодов. Основные этапы декодирования БЧХ-кодов. Коды Гоппы. Каскадные коды. Код Юстесена. Обобщенные коды Рида-Маллера. Расширенные евклидово-геометрические коды и пороговое декодирование. Методы мажоритарного декодирования. Сверточные коды. Метод порогового декодирования. Древовидные коды и принцип последовательного декодирования. Алгоритм Фано.

Тема 3. Теория графов. Потоки в сетях. Основные понятия. Теорема Форда-Фалкерсона. Алгоритм Форда-Фалкерсона построения максимального потока и минимального разреза. Поток минимальной стоимости. Математическая модель задачи и ее общее решение.

6. Методические материалы для обучающихся по освоению дисциплины

6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Задание	Часы	Методические рекомендации	Форма контроля

				выполнению задания	
1	Алгебраические структуры	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	26	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	Опрос на практическом занятии. Разбор домашних заданий
2	Элементы теории кодирования	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	26	Изучение лекционного материала, решение задач из книг [1], [2]	Индивидуальное собеседование, тестирование. Разбор домашних заданий
3	Теория графов. Потоки в сетях.	Изучение теоретического материала лекций. Выполнение д/з.	26	Изучение лекционного материала, решение задач из книги [2]	Индивидуальное собеседование. Контрольная работа
	Подготовка к сдаче зачета		12	Изучение лекционного материала; решение задач из книг [1], [2], [3]	зачет

6.2. Тематика и задания для практических занятий

Алгебраические структуры

Литература, необходимая для занятий:

Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике (обозначения: Г:);

Новиков Ф. А. Дискретная математика для программистов. (обозначения Н:);

Матыцина Т. Н. Дискретная математика. Основы теории графов. (обозначения: М:).

Шапорев С. Д. Дискретная математика: курс лекций и практических занятий. (обозначения: Ш:).

Задачи Н: стр. 78, 2.1-2.7.

1. Дайте название следующим алгебрам (группоид, полугруппа, моноид, группа):

а) $\langle N, + \rangle, \langle N, \cdot \rangle, \langle N, * \rangle$, где $a * b = \text{НОД}(a, b)$

б) $\langle R, + \rangle, \langle R, \cdot \rangle, \langle R^+, \cdot \rangle, \langle R \setminus \{0\}, \cdot \rangle$

в) $\langle \{2^k, k \in Z\}, \cdot \rangle, \langle \{2^k, k \in N\}, \cdot \rangle$

$$г) \langle \langle a+b\sqrt{2}, a, b \in \mathbb{N} \rangle, + \rangle, \langle \langle a+b\sqrt[3]{2}, a, b \in \mathbb{Z} \rangle, + \rangle$$

2. Составьте таблицу умножения для элементов следующих групп:

- а) группа вращений правильного треугольника
- б) группа вращений правильного пятиугольника
- в) группа всех симметрий правильного треугольника
- г) группа симметрий прямоугольника, не являющегося квадратом

3. Определить, какие из следующих алгебр являются кольцами, полями относительно указанных операций:

$$а) \langle \mathbb{Z}, +, \cdot \rangle, \langle 2\mathbb{Z}, +, \cdot \rangle, \langle n\mathbb{Z}, +, \cdot \rangle$$

$$б) \langle \mathbb{R}, +, \cdot \rangle, \langle \mathbb{R}^+, +, \cdot \rangle$$

$$в) \langle \langle a+b\sqrt[3]{2}, a, b \in \mathbb{Z} \rangle, +, \cdot \rangle$$

$$г) \left\langle \left\langle \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\rangle, +, \cdot \right\rangle, \left\langle \left\langle \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{R} \right\rangle, +, \cdot \right\rangle$$

4. Составить таблицу Кэли для операций сложения и умножения на множествах:

$$а) \mathbb{Z}_4$$

$$б) \mathbb{Z}_5$$

$$в) \mathbb{Z}_8$$

Определить тип получившихся алгебр.

5. Составить таблицу Кэли для операции умножения на множествах:

$$а) \mathbb{Z}_5$$

$$б) \mathbb{Z}_6$$

$$в) \mathbb{Z}_8$$

6. Определить, кольцами или полями являются следующие алгебры:

$$а) \langle \mathbb{Z}_4, +, \cdot \rangle$$

$$б) \langle \mathbb{Z}_5, +, \cdot \rangle$$

$$в) \langle \mathbb{Z}_8, +, \cdot \rangle$$

Элементы теории кодирования

Введение. Основные понятия и определения. Передача информации.

Задачи: Г: стр. 232 № 1.1 (1-6), 1.2(1-10, 14-17), 1.3, 1.4(1-5), стр. 238 № 2.1 (1, 2, 3, 5, 6, 7), 2.2 (1, 4, 5, 6), 2.3 (1-4, 8, 10), 2.4 (1-10), 2.10 (1-5)

Принципы построения корректирующих кодов и их основные характеристики.

Задачи. Г: стр. 242 № 3.12, 3.18, 3.21 (3, 4, 6, 8), 3.22 (1-4, 8, 10)

Линейные коды. Задачи. Г: стр. 250 №4.1, 4.2(1. а, б, 2, 3), 4.3, 4.4, 4.5(1, 3), 4.6, 4.7(а, б, г, е, ж), 4.8, 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15(1), 4.16, 4.17, 4.18(1), 4.19, 4.20.

Блочные систематические коды. Задачи. Г: № 4.21-4.30.

Задачи Н: № 5.1-5.10.

1) Пусть в канале связи используется код Хемминга длины 7, столбцы проверочной матрицы которого лексикографически упорядочены. Пусть на приемном конце получено слово (0 1 1 0 1 1 0). Декодировать его и найти информационный блок.

2) Построить таблицу синдромов для расширенного кода Хемминга длины 8.

3) Для заданного распределения вероятностей построить код по алгоритму Хаффмана и блочный равномерный код с длиной блока $N = 2$. Сравнить их стоимость. Найти нижнюю оценку стоимости кодирования одной буквы:

а) $P = (0,3; 0,2, 0,5)$;

б) $P = (0,3; 0,4; 0,3)$;

в) $P = (0,4; 0,2; 0,4)$;

г) $P = (0,2; 0,25; 0,55)$;

д) $P = (0,15; 0,15; 0,7)$;

е) $P = (0,25; 0,25; 0,5)$;

ж) $P = (0,25; 0,45; 0,3)$;

з) $P = (0,25; 0,35; 0,4)$;

и) $P = (0,5; 0,25; 0,25)$;

к) $P = (0,25; 0,55; 0,2)$.

Различные коды

Задачи. Н: стр. 188 № 6.1-6.5

Для заданного распределения вероятностей построить двоичные коды, используя алгоритмы Хаффмана, Фано и Шеннона. Сравнить их эффективность:

1) $P = (0,2; 0,4; 0,2; 0,2)$;

2) $P = (0,1; 0,1; 0,1; 0,7)$; 52

3) $P = (0,2; 0,2; 0,2; 0,2; 0,2)$;

4) $P = (0,08; 0,03; 0,09; 0,1; 0,5; 0,2)$;

5) $P = (0,3; 0,4; 0,06; 0,08; 0,04; 0,04; 0,04; 0,04)$;

6) $P = (0,3; 0,3; 0,03; 0,03; 0,03; 0,03; 0,03; 0,01; 0,2; 0,04)$;

7) $P = (0,06; 0,06; 0,06; 0,06; 0,06; 0,3; 0,2; 0,1; 0,1)$;

8) $P = (0,1; 0,2; 0,4; 0,05; 0,05; 0,05; 0,05; 0,05; 0,05)$;

9) $P = (0,25; 0,15; 0,05; 0,1; 0,2; 0,1; 0,05)$;

10) $P = (0,11; 0,08; 0,01; 0,15; 0,25; 0,21; 0,09; 0,1)$.

Теория графов. Потоки в сетях.

Способы задания графов. Операции над графами. Матрицы смежности и инцидентности для графов и орграфов. Задачи М: № 1-19.

Метрические характеристики графов. Нахождение сильных компонент орграфа.

Выявление маршрутов с заданным количеством ребер. Задачи М: № 20-24.

Нахождение минимальных и максимальных путей на орграфах по алгоритму Дейкстры. Задачи М: № 25 (1, 2, 3).

Нахождение минимальных и максимальных путей на орграфах по алгоритму Беллмана-Мура. Задачи М: № 26 (1, 2, 3).

Остовы графов. Задачи М: № 27 (1, 2, 3,4).

Эйлеровы и гамильтоновы графы. Циклы и цепи в них. Планарные графы. Укладка графа на плоскости. Хроматические графы. Раскраски графов. Задачи М: № 28-33, 34.

Потоки в сетях. Задачи Ш стр.198 № 3.29.1 (две из 1-30), 3.29.2 (две из 1-30).

6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий *при наличии*

Лабораторные занятия по данной дисциплине не запланированы.

6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ

Курсовые работы по данной дисциплине не запланированы.

7. Перечень основной и дополнительной литературы, необходимой для освоения дисциплины

№ п/п	Литература	Кол-во книг
<i>Основная</i>		
1.	Судоплатов, С.В. Дискретная математика: учебник для вузов. – 2-е изд., перераб. – Москва; Новосибирск: Инфра-М – НГТУ, 2007. – 256 с. – (Высш. образование). – МО РФ. – ЕН. – ISBN 5-16-002299-6. – ISBN 5-7782-0466-3: 104.00. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=135675&sr=1	84 ЭБ
2.	Чередникова, А. В. Дискретная математика: теория и практика: учеб. пособие для вузов / А.В. Чередникова, О.Б. Садовская, Л.А. Каминская. – Кострома: КГТУ, 2012; 2011. – 75 с.: рис. – обязат. – ISBN 978-5-8285-0585-2: 6.93. Электронная библиотека КГУ Дискретная математика: теория и практика_227484	66 ЭБ
3.	Шапорев, С.Д. Дискретная математика: курс лекций и практических занятий: учеб. пособие для студ. вузов: допущено. – СПб.: БХВ-Петербург, 2007. – 400 с. – Предм. указ.: с. 393-396. – ISBN 978-5-94157-703-3: 227.00.	30
4.	Матыцина Т.Н. Дискретная математика. Решение рекуррентных соотношений: практикум / М-во образования и науки Российской Федерации, Костромской гос. ун-т им. Н. А. Некрасова. – Кострома: КГУ, 2010. – 33, [2] с. – Библиогр.: с. 34. – 2.70. Maticina diskretn matem	22 ЭБ
5.	Матыцина Т. Н. Дискретная математика. Основы теории графов: учеб.-метод. пособие. – Кострома : КГУ им. Н. А. Некрасова, 2013.	15
6.	Аляев, Юрий Александрович. Дискретная математика и математическая логика : [учеб. для студ. высш. учеб. заведений : допущено УМО]. - М. : Финансы и статистика, 2006. - 368 с. - Библиогр.: с. 355-357. - ISBN 5-279-03045-7 : 146.90. Библиогр.: с. 355-357	20
7.	Березкин, Е.Ф. Основы теории информации и кодирования : учебное пособие / Е.Ф. Березкин. - М. : МИФИ, 2010. - 312 с. - ISBN 978-5-7262-1294-4 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=231898	
8.	Чечёта, С.И. Введение в дискретную теорию информации и кодирования : учебное пособие / С.И. Чечёта. - М. : МЦНМО, 2011. - 224 с. : табл., схем. - ISBN 978-5-94057-701-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63307 (10.03.2015).	
9.	Чередникова, А.В. Введение в теорию графов: учеб.-метод. пособие / А.В. Чередникова, И.В. Землякова.– Кострома: КГТУ, 2012. – 28 с. – ЕН. – обязат. – б.ц. Электронная библиотека КГУ Введение в теорию графов_227510	23 ЭБ

10.	Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А. Задачи и упражнения по дискретной математике: Учеб. пособие. – 3-е изд., перераб. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 416 с. – ISBN 978-5-9221-0477-7 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=68128&sr=1	ЭБ
11.	Лунгу, К.Н. Задачи по математике / К.Н. Лунгу, Е.В. Макаров. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 336 с. – ISBN 978-5-9221-1001-3. http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82619&sr=1	ЭБ
12.	Сборник задач по алгебре / И.В. Аржанцев и др. Под ред. А.И. Кострикина: Учеб. Пособие для вузов. – Новое издание, справленное. – М.: МЦНМО, 2009. – 408 с. ISBN 978-5-94057-413-2 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=63274&sr=1	ЭБ
13.	Дискретная математика. Часть 1: учебное пособие / И.П. Болодурина, Т.М. Отрывкина, О.С. Аранова, Т.А. Огурцова; Оренбургский гос. ун-т. – Оренбург: ОГУ, 2016. – 108 с. ISBN978-5-7410-1579-7 http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=467106&sr=1	ЭБ
14.	Грэхем, Р. Конкретная математика. Основание информатики: Пер. с англ. / Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. - М.: Мир, 1998. - 703 с. - ISBN 5-03-001793-3: 100.62. http://bookre.org/reader?file=439994&pg=43	ЭР
15.	Сидельников, Владимир Михайлович. Теория кодирования / Сидельников, Владимир Михайлович. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 324 с. - Библиогр.: с. 318-322. - ISBN 978-5-9221-0943-7 : 473.03.	ЭР

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотека КГУ <http://library.ksu.edu.ru/>
2. ЭБС «Университетская библиотека online» <http://biblioclub.ru>
3. ЭБС «Znaniium» <http://znanium.com/>
4. Консультант Студента. Электронная библиотека технического вуза <http://www.studentlibrary.ru/>
5. <http://bookre.org/reader?file=439994&pg=43>

9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Для проведения занятий по дисциплине необходимы учебная аудитория, доска, мел (маркеры для доски), проектор, ноутбук. Необходимое программное обеспечение – офисный пакет.