Министерство науки и высшего образования Российской Федерации Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Костромской государственный университет»

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

## МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Направление подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика»

Направленность «Бизнес-аналитика»

Квалификация выпускника: бакалавр

Рабочая программа дисциплины «Методы оптимизации и прогнозирования» разработана в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования — бакалавриат по направлению подготовки 38.03.05 Бизнес-информатика (приказ Минобрнауки России от 29 июля 2020 г. № 838)

Разработал: Глухова Светлана Михайловна, к.э.н., доцент

Рецензенты:

Игнатьев Сергей Николаевич заместитель генерального директора ИТ -

компании ООО «Гелиос-С»

Румянцев Дмитрий Сергеевич Генеральный директор ООО «НПП

Ювелирсофт»

## ПРОГРАММА УТВЕРЖДЕНА

на заседании кафедры бизнес-информатики и сервиса (протокол от 20 апреля 2023 г. № 8)

ПРОГРАММА ПІ	ЕРЕУТВЕРХ	КДЕНА	
HO DOODHOHHH KOA	anni i Kiiaiiaa	HILDONAGTHER	

на заседании кафедры	бизнес-инфо	рматики	и сервиса
(протокол от	202_	_г. №	)

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**Цель дисциплины:** изучение математических методов и моделей, применяемых для обоснования принятия рациональных решений по управлению целенаправленными процессами в сложных системах и оценке закономерностей развития экономических и социальных систем в условиях взаимосвязей между их внутренними и внешними факторами.

#### Задачи дисциплины:

- 1. расширение и углубление теоретических знаний о качественных особенностях экономических и социальных систем, количественных взаимосвязях и закономерностях их развития;
- 2. овладение методологией и методикой построения и применения эконометрических моделей как для анализа состояния, так и для оценки закономерностей развития указанных систем;
- 3. изучение наиболее типичных моделей и получение навыков практической работы с ними
- 4.изучение теоретических основ применения различных методов решения задач оптимизации;
- 5. изучение основных типов задач оптимизации;

## 2. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

#### освоить компетенции:

**ПК-3.** Способен осуществлять разработку и исследование математических и компьютерных моделей поддержки принятия решений в экономике и бизнесе ИК.ПК-3.1. Владеет методами поиска оптимальных решений

## знать:

- принципы математического моделирования ситуаций принятия решений;
- основные классы математических моделей и методов принятия оптимальных решений;
- методы построения эконометрических моделей объектов, явлений и процессов

## уметь:

- строить математические модели различных практических задач и проводить анализ этих моделей;
- строить на основе описания ситуаций стандартные теоретические и эконометрические модели, анализировать и содержательно интерпретировать полученные результаты;
- прогнозировать на основе стандартных теоретических и эконометрических моделей поведение экономических агентов, развитие экономических процессов и явлений, на микро- и макроуровне;

#### владеть:

- навыками решения оптимизационных задач с ограничениями;
- современной методикой построения эконометрических моделей;
- методами и приемами анализа экономических явлений и процессов с помощью стандартных теоретических и эконометрических моделей;

## 3. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Учебная дисциплина «Методы оптимизации и прогнозирования» относится к дисциплинам части, формируемой участниками образовательных отношений учебного плана по направлению подготовки 38.03.05 «Бизнес-информатика» (бакалавриат) направленность «Бизнес-аналитика», изучается в 4 и 5 семестре. Предполагается знание элементов линейной алгебры, математического анализа, экономической теории.

Изучение дисциплины является основой для освоения последующих дисциплин Теория риска и моделирование рисковых ситуаций, научно-исследовательская работа, подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы.

## 4. Объемдисциплины (модуля) Очнаяформаобучения

# 4.1. Объемдисциплины в зачетныхединицах с указаниемакадемических (астрономических) часов и видыучебнойработы

Виды учебной работы	Всего
Общая трудоемкость в зачетных единицах	9
Общая трудоемкость в часах	324
Аудиторные занятия в часах	150
Лекции	68
Практические занятия	50
Лабораторные занятия	32
Самостоятельная работа в часах	97,3
ИКР	4,7
Контроль	72
Вид итогового контроля (трудоемкость в зачетных единицах)	Экзамен 4 семестр, Экзамен 5 семестр

# 4.2. Объем контактной работы на 1 обучающегося очная форма обучения

Виды учебных занятий	Количество часов
Лекции	68
Практические занятия	50
Лабораторные занятий	32
Консультации	4
Зачет/зачеты	-
Экзамен/экзамены	0,7
Курсовые работы	-
Bcero	154,7

# 5.Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием количества часов и видов занятий 5.1 Тематический план учебной дисциплины очная форма обучения

## 4 семестр

$N_{\underline{0}}$	Наименование тем и	Всего	о Аудиторные занятия			Самостоятельная
	разделов	часов	Лекции	Практиче	Лаборато	работа
				ские	рные	
	Предмет исследования					
1	операций.					
1	Математическое					
	моделирование	4	2	-	_	2
2	Задача линейного					
	программирования	22	8	6	4	4
3	Двойственные задачи	12	4	4	2	2
4	Транспортная задача	18	6	4	4	4
	Модели					3
5	целочисленного					
	линейного					
	программирования	7	2	2		
	Теория игр и принятие					
6	решений	10			4	4
			2			
7	Классические методы					
,	оптимизации.	6	2			4
8	Модели выпуклого					
	программирования	6	2			4
	Модели					
9	динамического		_			
	программирования	6	2			4
	Модели сетевого					
10	планирования и					
	управления	6	2			4
	Элементы теории					
11	массового	_	_		_	
	обслуживания	8,65	2		2	4,65
	Контроль	36				
	ИКР	2,35				
	Итого	144	34	16	16	39,65

## 5 семестр

$N_{\underline{0}}$	Наименование тем и	Всего	Ayı	циторные зан	<b>Р</b> В В В В В В В В В В В В В В В В В В В	Самостоятельная
	разделов	часов	Лекции	Практиче	Лаборато	работа
				ские	рные	
	Предмет					
1	эконометрики. Задачи					
1	эконометрического					
	прогнозирования	14	4	4		6
2	Парная регрессия	22	6	6	2	8
3	Множественная				4	
3	регрессия	26	6	6		10
4	Временные ряды	26	6	6	4	10
	Авторегрессионные					
5	модели временных					
	рядов	27	6	6	3	12
	Системы					
6	эконометрических					
	уравнений	26,65	6	6	3	11,65
	Контроль	36				
	ИКР	2,35				
	Итого	180	34	34	16	57,65

## 5.2. СОДЕРЖАНИЕ

### 4 семестр

## Тема 1. Предмет исследования операций. Математическое моделирование

История и современный статус исследования операций (ИО). Основные понятия ИО. Основные особенности ИО. Основные этапы ИО. Математическое моделирование операций. Классификация экономико-математических моделей. Преимущества и недостатки использования моделей. Принципы моделирования. Проверка и корректировка модели. Подготовка модели к эксплуатации. Внедрение результатов операционного исследования.

## Тема 2. Задача линейного программирования

Основная задача линейного программирования (ЗЛП). Свойства ЗЛП. Разрешимые и неразрешимые ЗЛП. Опорные решения. Базис опорного плана. Геометрическая интерпретация и графическое решение ЗЛП. Симплекс-метод. Метод искусственного базиса. Вырожденность

## Тема 3. Двойственные задачи

Теория двойственности. Определение двойственной ЗЛП. Общие правила построения двойственной задачи. Лемма о взаимной двойственности. 1-ая и 2-ая теоремы двойственности. Одновременное решение прямой и двойственной задач. Использование 2-ой теоремы двойственности для проверки на оптимальность решения ЗЛП. Экономические приложения. Двойственный симплекс-метод

## Тема 4. Транспортная задача

Транспортная задача и ее свойства. Метод потенциалов для решения транспортной задачи. Закрытые и открытые модели. Транспортные задачи с ограничениями.

## Тема 5. Модели целочисленного линейного программирования

Метод отсечения Гомори. Метод ветвей и границ

## Тема 6. Теория игр и принятие решений.

Понятие об игровых моделях. Платежная матрица. Нижняя и верхняя цена игры. Решение игр в смешанных стратегиях. Геометрическая интерпретация игры 2x2. Применение матричной игры к задаче линейного программирования.

## Тема 7. Классические методы оптимизации

Классические методы определения экстремумов. Метод множителей Лагранжа.

## Тема 8. Модели выпуклого программирования

Выпуклые функции. Модели выпуклого программирования. Приближенное решение задач выпуклого программирования методом кусочно-линейной аппроксимации. Методы спуска. Приближенное решение задач выпуклого программирования градиентным методом. Понятие о параметрическом и стохастическом программировании.

## Тема 9. Модели динамического программирования

Общая постановка задачи. Принцип оптимальности и уравнение Беллмана. Задача о распределении средств между предприятиями.

## Тема 10. Модели сетевого планирования и управления.

Сетевая модель и ее основные элементы. Порядок и правила построения сетевых графиков. Временные параметры сетевых графиков. Сетевое планирование в условиях неопределенности. Коэффициент напряженности работы. Анализ и оптимизация сетевого графика.

## Тема 11. Элементы теории массового обслуживания.

Понятие марковского случайного процесса. Потоки событий. Уравнения Колмогорова. Предельные вероятности состояний. СМО с отказами. СМО с ожиданием. Метод Монте-Карло.

## 5 семестр

## Тема 1. Предмет и определение эконометрики. Задачи курса.

Определение эконометрики. Предмет эконометрики. Понятие эконометрической модели, ее особенности. Место эконометрики в системе экономических наук. Взаимосвязь эконометрики с экономической теорией и экономической статистикой. Сферы применения эконометрических моделей. Методология построения эконометрических моделей, обзор используемых методов. Три типа экономических данных: временные ряды, перекрестные (crosssection) данные, панельные данные.

## Тема 2. Парная регрессия.

Количественный анализ зависимости между переменными. Априорный апостериорный подходы к отбору факторов. Теоретическая и выборочная регрессии. Природа случайного члена. Экономическая интерпретация случайной составляющей. Линейность регрессии по переменным и параметрам. Выбор вида функции при построении уравнения регрессии. Графический метод подбора функции. Задача оценивания параметров. Метод наименьших квадратов (МНК), как математический прием, минимизирующий сумму квадратов отклонений в направлении оси у. Система нормальных уравнений и ее решение. Свойства оценок параметров, полученных по МНК: равенство нулю суммы остатков, прохождение найденной линии через точку с координатами ( Х, У). Применение МНК в случае оценивания параметров нелинейной регрессии. Типы нелинейности, методы линеаризации функций. Разложение суммы квадратов отклонений наблюдаемых значений зависимой переменной от ее выборочного среднего. Дисперсионный анализ. Степень соответствия линии регрессии имеющимся данным. определение тесноты связи между факторами. Корреляция, ее смысл и значение. Показатели корреляции: линейный коэффициент корреляции, индекс корреляции, теоретическое корреляционное отношение. Коэффициент детерминации и его интерпретация. Выражение коэффициента наклона уравнения регрессии через коэффициент корреляции и ковариацию зависимой и независимой переменных. Понятие эластичности, расчет линейного коэффициента эластичности. Предположение о нормальном распределении случайной ошибки в рамках классической

линейной регрессии и его следствия. Доверительные интервалы оценок параметров и проверка гипотез об их значимости (t-тест). Проверка адекватности регрессии (F-тест). Прогнозирование по регрессионной модели и его точность. Доверительный интервал для прогнозных значений. Особенности представления результатов регрессионного анализа в одном из основных программных пакетов.

## Тема 3. Множественная регрессия.

Уравнения множественной регрессии, понятия и классификация. Множественная линейная регрессия в скалярной и векторной формах. Метод наименьших квадратов и его геометрическая интерпретация. Система нормальных уравнений. Матричное выражение для вектора оценок коэффициентов регрессии (без вывода). Ковариационная матрица оценок коэффициентов регрессии. Несмещенная оценка дисперсии случайного члена (без доказательства). Оценка ковариационной матрицы оценок коэффициентов регрессии. Теорема Гаусса-Маркова для множественной линейной регрессии (без доказательства эффективности оценок). Случай нормальной случайной составляющей. Проверка значимости коэффициентов и адекватности регрессии для множественной линейной регрессионной модели. Связь между коэффициентом множественной детерминации и Fотношением. Функциональные преобразования переменных в линейной регрессионной модели. Линейная в логарифмах регрессия, как модель с постоянной эластичностью. Полиномиальная регрессия. Использование качественных объясняющих переменных. Фиктивные (dummy) переменные В множественной линейной регрессии. Мультиколлинеарность данных. Теоретические последствия мультиколлинеарност для оценок параметров регрессионной модели. Признаки наличия мультиколлинеарности (парные и частные коэффициенты корреляции, частные регрессии). Методы борьбы с мультиколлинеарностью: переспецификация модели (функциональные преобразования переменных), исключение объясняющей переменной, линейно связанной с остальными. Эластичность и ее значение в анализе взаимосвязи переменных в линейной модели множественной регрессии. Полные и частные коэффициенты эластичности, эмпирические и теоретические коэффициенты эластичности.

## Тема 4. Временные ряды.

Специфика временных рядов как источника данных в эконометрическом моделировании. Определение временного ряда. Понятие траектории. Показатели, характеризующие динамический ряд: абсолютные и средние. Компоненты динамического ряда. Статистические методы выявления тенденции (тренда). Методы сглаживания временного ряда: метод скользящей средней и аналитическое выравнивание. Линейные и нелинейные модели тренда, оценивание МНК, методы линеаризации. Оценка адекватности и точности моделей тренда. Автокорреляция уровней ряда, ее измерение и последствия. Моделирование тенденции временного ряда. сезонная компонента динамического ряда: выявление и моделирование. Модели с аддитивной и мультипликативной компонентой. устранения тенденции. Интерпретация параметров уравнения построенного по первым разностям. Автокорреляция в остатках, ее измерение и последствия. Критерий Дарбина-Уотсона. Модели авторегрессии и модели с распределенным лагом.

## Тема 5. Авторегрессионные модели временных рядов.

Свойства случайной составляющей. Последствия нарушения условий КЛММР. Нарушение гипотезы о гомоскедастичности. Экономические причины гетероскедастичности последствия гетероскедастичности для оценок коэффициентов регрессии методом наименьших квадратов и проверки статистических гипотез. Поведение графика остатков регрессии, как признак гетероскедастичности. Понятие об автокорреляции случайной составляющей. экономические причины автокорреляции. Инерция экономических показателей. Предварительная обработка первичных данных. "Паутинообразный" эффект. Кажущаяся автокорреляция при невключении в модель существенной переменной. Авторегрессионная схема 1-го порядка (марковская схема). Последствия неучета автокорреляции для свойств оценок коэффициентов регрессии, полученных методом

наименьших квадратов. Графическое диагностирование автокорреляции. Тест серий (runs test). Статистика Дарбина-Уотсона (Durbin-atson). Условия применимости статистики Дарбина-Уотсона для диагностирования автокорреляции (наличие в модели свободного члена, отсутствие лаговых переменных, первый порядок авторегрессионной схемы).

## Тема 6. Системы эконометрических уравнений.

Комплексные эконометрические модели. Общая схема построения комплексной модели. Виды систем эконометрических уравнений: независимые системы, рекурсивные системы, системы совместных (одновременных) уравнений. Исходные предположения линейных эконометрических моделей со многими переменными. Экзогенные и эндогенные переменные и связывающие их линейные соотношения. Запаздывающие эндогенные и экзогенные переменные. Тождества и стохастические уравнения. Детерминированные и стохастические переменные. Стохастические ошибки и предположения об их законе распределения. Структурная и приведенная формы эконометрической модели, их взаимосвязь. коррелированность случайных ошибок и эндогенных переменных и ее следствия для МНК-оценок параметров моделей. Проблема идентификации параметров модели. Критерий идентифицируемости. Порядковое условие идентификации (счетное правило).

## 6. Методические материалы для обучающихся поосвоению дисциплины

## 6.1. Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся реализуется в разных видах. Она включает подготовку студентов к практическим занятиям. Для этого студент изучает лекции, нормативную, основную, дополнительную литературу и прочие ресурсы, рекомендованные в разделе «Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины».

4 семестр

№	Название раздела, темы	Задание	Часы	Методичес кие рекоменда ции по выполнен ию задания	Форма контроля
1	Предмет исследования операций. Математическое моделирование	Составить опорный конспект темы	2	Изучить литературу по проблемати ке	Опрос
2	Задача линейного программирован ия	Изучение материалов темы, выполнение индивидуального задания	4	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, собеседование, тест
3	Двойственные задачи	Изучение материалов темы, выполнение индивидуального	2	Изучить литературу по	Решение задач, тест

		задания		проблемати ке	
4	Транспортная задача	Изучение материалов темы, работа над творческим заданием	4	Изучить литературу по проблемати ке	Тестирование
5	Модели целочисленного линейного программирован ия	Изучение материалов темы, выполнение индивидуального задания	3	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач
6	Теория игр и принятие темы, работа над творческим заданием		4	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, контрольная работа
7	Классические методы оптимизации.	Изучение материалов темы, выполнение индивидуального задания	4	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач
8	Модели выпуклого программирован ия	Изучение материалов темы, выполнение индивидуального задания	4	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, контрольная работа,
9	Модели динамического программирован ия	Изучение материалов темы, выполнение индивидуального задания	4	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач
10	Модели сетевого планирования и управления	Изучение материалов темы, работа над творческим заданием	4	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, собеседование
11	Элементы теории массового обслуживания	Изучение материалов темы, работа над творческим заданием	4,65	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, тестирование

## 5 семестр

Nº	Название раздела, темы	Задание	Часы	Методичес кие рекоменда ции по выполнен ию задания	Форма контроля
1	Предмет и определение оконометрики. Вадачи курса	Изучить базовые определения.	6	Изучить литературу по проблемати ке	Опрос
2	Парная регрессия	Составить опорный конспект по теме. Выполнить индивидуальные задания.	8	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, опрос, тестирование
3	Множественная регрессия	Составить опорный конспект по теме. Работа с дополнительной литературой. Выполнить индивидуальные задания.	10	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, опрос, тестирование
4	Временные ряды	Составить опорный конспект по теме. Выполнить индивидуальные задания.	10	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, тестирование
5	Авторегрессион ные модели временных рядов	Выполнить индивидуальные задания.	12	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, тестирование
6	Системы эконометрическ их уравнений	Повторение материала лекций, Выполнить индивидуальные задания.	11,65	Изучить литературу по проблемати ке	Решение задач, тестирование

## 6.2. Тематика и задания для практических занятий

## Тема 2.Задача линейного программирования

Вопрос 1. Дана задача линейного программирования

$$7x_1 + 3x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$$
  
 $3x_1 + 5x_2 - 4x_3 = 6,$   
 $8x_1 + 2x_3 \le 2,$   
 $x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0, \quad x_3 \ge 0.$ 

Если эта задача имеет решение, то какие знаки имеют переменные  $y_1$  и  $y_2$  двойственной задачи?

Варианты ответов:

```
1) y_1 \ge 0, \ y_2 \ge 0; 2) y_1 — любой, y_2 \ge 0; 3) y_1 \ge 0, \ y_2 \le 0; 4) y_1 \le 0, \ y_2 \ge 0; 5) y_1 — любой, y_2 \le 0.
```

- **Вопрос2.** На предприятии два цеха. Проведены оптимизационные расчеты по определению программы развития предприятия с минимальными затратами. Получены оптимальный план и двойственные оценки ограничений по загрузке мощностей двух цехов. Оказалось, что двойственная оценка ограничений на производственные мощности первого цеха равна нулю, а второго строго положительна. Это означает, что:
- 1) информации для ответа недостаточно;
- 2) мощности обоих цехов недогружены;
- 3) мощности обоих цехов использованы полностью;
- 4) мощности цеха 1 использованы полностью, а цеха 2 недогружены;
- 5) мощности цеха 1 недогружены, а цеха 1 использованы полностью.
- **Вопрос 3.** Рассматривается задача планирования нефтеперерабатывающего производства, описанная в виде модели линейного программирования. Критерий минимум издержек. В результате решения лимитирующим фактором оказалась мощность Оборудования, измеряемая в тоннах перерабатываемой нефти. В каких единицах измеряется двойственная оценка соответствующего ограничения?

Варианты ответов:

Вопрос4. Допустимое решение задачи линейного программирования:

- 1) должно одновременно удовлетворять всем ограничениям задачи;
- 2) должно удовлетворять некоторым, не обязательно всем, ограничениям задачи;
- 3) должно быть вершиной множества допустимых решений;
- 4) должно обеспечивать наилучшее значение целевой функции;
- 5) не удовлетворяет указанным выше условиям.

Вопрос 5. Рассмотрим следующую задачу линейного программирования:

$$12X + 10Y \rightarrow \max$$

при условиях

$$4X + 3Y \leq 480,$$

$$2X + 3Y \le 360$$
,

$$X \ge 0, Y \ge 0.$$

Оптимальное значение целевой функции в этой задаче равно:

- 1) 1600; 2) 1520; 3) 1800; 4) 1440;
- 5) не равно ни одному из указанных значений.

#### Задачи

Задача 1. Нефтеперерабатывающая установка может работать в двух различных режимах. При работе в первом режиме из одной тонны нефти производится 300 кг темных и 600 кг светлых нефтепродуктов; при работе во втором режиме — 700 кг темных и 200 кг светлых нефтепродуктов. Ежедневно на этой установке необходимо производить 110 т

темных и 70 т светлых нефтепродуктов. Это плановое задание необходимо ежедневно выполнять, расходуя минимальное количество нефти.

## Вопросы:

- 1. Сколько тонн нефти следует ежедневно перерабатывать в первом режиме?
- 2. Сколько тонн нефти следует ежедневно перерабатывать во втором режиме?
- 3. Каков минимальный ежедневный расход нефти?
- 4. На сколько тонн увеличится ежедневный минимальный расход нефти, если потребуется производить в день 80 т светлых нефтепродуктов?

Задача2. Чулочно-носочная фирма производит и продает два вида товаров: мужские носки и женские чулки. Фирма получает прибыль в размере 10 руб. от производства и продажи одной пары чулок и в размере 4 руб. от производства и продажи одной пары носков.

Производство каждого изделия осуществляется на трех участках. Затраты труда (в часах) на производство одной пары указаны в следующей таблице для каждого участка:

Участок производства	Чулки	Носки
1	0,02	0,01
2	0,03	0,01
3	0,03	0,02

Руководство рассчитало, что в следующем месяце фирма ежедневно будет располагать следующими ресурсами рабочего времени на каждом из участков: 60 ч на участке 1; 70 ч на участке 2 и 100 ч на участке 3.

## Вопросы:

- 1. Сколько пар носков следует производить ежедневно, если фирма хочет максимизировать прибыль?
  - 2. Какую максимальную прибыль фирма может получать ежедневно?
- 3. На сколько увеличится прибыль, если ресурс времени на участке 1 увеличится на 10ч?
- 4. На сколько увеличится прибыль, если ресурс времени на участке 2 увеличится на 10 ч?

## Тема 3. Двойственные задачи.

**Задача 1.** Василий Иванов — владелец небольшого мебельного цеха. Он производит столы трех моделей: *А, В* и С. Каждая модель требует определенных затрат времени на выполнение трех операций: производство заготовок, сборка и покраска.

Василий имеет возможность продать все столы, которые он изготовит. Более того, модель C может быть продана и без покраски (модель Cб.п.). При этом прибыль уменьшается на 200 руб. за штуку. Василий нанимает нескольких рабочих, которые работают у него по совместительству, так что количество часов, отводимое на каждый вид работ, изменяется от месяца к месяцу.

Постройте модель линейного программирования, которая помогла бы Иванову найти такую программу выпуска продукции, чтобы прибыль в следующем месяце была максимальной. Предполагается, что по каждому виду работ возможны трудозатраты до 100 ч. В следующей таблице указаны время (в часах), необходимое для выполнения операций по производству столов каждой модели, и прибыль (в руб.), которая может быть получена от реализации каждого изделия:

Модель	Производство заготовок	Сборка	Покраска	Прибыль
A	5	2	5	450
В	ì	2	5	400
С	7 .	5	6	500

## Вопросы:

- 1. Составить задачу, двойственную данной.
- 2. Решить полученную задачу симплекс-методом.
- 3. Использую вторую теорему двойственности, найти решение двойственной задачи.

## Тема 4. Транспортная задача

Вопрос 1. Транспортная задача является частным случаем задачи:

- 1) линейного программирования;
- 2) регрессионной;
- 3) статистической;
- 4) имитационной;
- 5)о назначениях.

**Вопрос2.** Рассматривается открытая транспортная задача, в которой суммарные запасыM поставщиков больше, чем суммарные потребности N потребителей. На сколько увеличится число переменных задачи после приведения ее к замкнутому виду?

Варианты ответов:

2) на N; 2) наM; 3)на N+M; 4) на  $N\cdot M$ ;5) останется без изменения.

**Вопрос3.** Рассматривается транспортная задача, сформулированная как задача линейного программирования. Объемы перевозок измеряются в тоннах, значение целевой функции — в рублях. В каких единицах измеряется значение коэффициента целевой функции?

Варианты ответов:

1)руб.;2)руб./т;3)т/руб.;4) т;5) безразмерная величина.

**Вопрос 4.** Рассматривается открытая транспортная задача, в которой суммарные запасыM поставщиков меньше, чем суммарные потребности Nпотребителей. На сколько увеличится число переменных задачи после приведения ее к замкнутому виду?

Варианты ответов:

1)наN; 2)наM; 3)наN+M; 4) на $N\cdot M$ ; 5) останется без изменения.

Вопрос5. В открытой транспортной задаче:

- 1) величина совокупного предложения больше величины совокупного спроса;
- 2) величина совокупного предложения меньше величины совокупного спроса;
- 3) величина совокупного предложения равна величине совокупного спроса;
- 4) величина совокупного предложения не равна величине совокупного спроса;
- 5) ограничения сформулированы в виде неравенств.

#### Задачи

Задача 1. Фирма по прокату автомобилей «Золотое кольцо России» собирает заявки на аренду во всех городах центра России. Клиент имеет возможность получить автомобиль в любом удобном для него населенном пункте и оставить его в любом месте, где он заканчивает путешествие, в том числе и в своем родном городе. Работники фирмы забирают оставленные автомобили и перегоняют их для передачи новым клиентам.

Сейчас 4 автомобиля компании оставлены вКлину, 3 — в Ростове Великом, 6—в Ярославле и 1 — в Серпухове.

Имеются заказы на 5 автомобилей во Владимире, на 3 автомобиля в Санкт-Петербурге и на 6 автомобилей в Москве.

Расстояния между городами (в км) приведены в следующей таблице:

<del></del>	Владимир	Санкт-Петербург	Москва
Клин	300	550	100
Ростов Великий	200	620	200
Ярославль	350	570	250
Серпухов	250	700	150

Составьте план, по которому следует перегонять автомобили новым клиентам. Ориентируйтесь на минимизацию расстояния, которое пройдут все перегоняемые автомобили.

Вопросы:

- 1. Чему равно минимальное расстояние, которое должны пройти все автомобили?
- 2. Сколько автомобилей следует перегнать в Москву из Ярославля?
- 3. На сколько увеличится минимальное расстояние, которое должны пройти все автомобили, если дополнительно стало известно, что еще один автомобиль оставлен в Серпухове и еще один клиент появился в Москве?

**Задача2.** Компания «Уют» производит пластмассовую мебель для отдыха на открытом воздухе. Основной продукт компании — стулья. Производство находится в Можайске, Наро-Фоминске и Туле. Сейчас на складе в Можайске находятся 7250 стульев, в Наро-Фоминске — 10 150, в Туле — 4350.

Основными потребителями продукции компании «Уют» являются фирмы по оптовой продаже в Москве, Санкт-Петербурге, Минске и Воронеже. Сейчас эти фирмы готовы закупить соответственно 8800, 5800, 2900 и 2100 стульев.

Удельные затраты на перевозку стульев (в руб./шт.) указаны в следующей таблице:

	Можайск	Наро-Фоминск	Тула
Москва	1,1	0,8	1,6
Санкт-Петербург	2,6	2,4	3,4
Минск	1,9	2,0	2,8
Воронеж	2,2	2,1	1,7

Помогите компании «Уют» составить план транспортировки стульев потребителям. Вопросы:

- 1. Чему равны минимальные издержки на перевозку всех стульев?
- 2. Сколько стульев компания должна перевозить в Москву из Можайска?
- 3. Какое количество стульев останется на складе в Туле?
- 4. Стало известно, что для сбыта в Москве не годятся стулья, сделанные в Туле, а для сбыта в Санкт-Петербурге стулья из Наро-Фоминска. Не подходит цвет стульев. Составьте новый план перевозок с учетом этих условий. На сколько рублей увеличатся при этом совокупные транспортные издержки?

## Тема 5. Модели целочисленного линейного программирования

**Вопрос 1.** В задаче оптимального выбора проектов развития предприятия сформулировано дополнительное условие: реализация первого проекта возможна только в случае реализации хотя бы одного из двух проектов — второго или третьего.

Пусть  $x_i$ = 1, если вариантi реализуется, и  $x_i$  = 0 в противном случае. Тогда дополнительное условие может быть формализовано в виде:

- 1)  $x_1 \le x_2$ ,  $x_1 \le x_3$ ,  $x_2 + x_3 \le 1$ ;
- 2)  $x_2 + x_3 x_1 \le 0$ ,  $x_2 + x_3 \le 1$ ;
- 3)  $x_1 x_2 x_3 \ge 0$ ;
- 4)  $x_2 + x_3 x_1 \ge 0$ ;
- 5)  $x_1 + x_2 + x_3 \le 1$ .

**Вопрос2.** В задаче оптимального выбора проектов развития предприятия сформулировано дополнительное условие: реализация первого проекта возможна в случае реализации хотя бы одного из двух проектов — второго или третьего, причем хотя бы один из них должен быть реализован.

Пусть  $x_i = 1$ , если вариант i реализуется, и  $x_i = 0$  в противном случае. Тогда дополнительное условие может быть формализовано в виде:

- 1)  $x_1 \ge x_2 + x_3$ ,  $x_2 + x_3 \le 1$ ;
- 2)  $x_1 \ge x_2 + x_3$ ,  $x_2 + x_3 \ge 1$ ;
- 3)  $x_2 + x_3 x_1 \ge 0$ ,  $x_2 + x_3 \le 1$ ;
- 4)  $x_2 + x_3 x_1 \ge 0$ ,  $x_2 + x_3 \ge 1$ ;
- 5)  $x_1 = 1$ ,  $x_2 + x_3 \ge 1$ .

Вопрос 3. Задача какого типа из указанных ниже не обязательно содержит хотя бы одну целочисленную переменную:

- 1) унимодулярная задача с целочисленной исходной информацией;
- 2) задача с неоднородной разрывной целевой функцией;
- 3) комбинаторная задача;
- 4) задача с неделимостями;
- 5) производственно-транспортная задача.

Вопрос 4. Задача целочисленного линейного программирования

$$x_1+x_2 \to \max,$$
  $4x_1+2x_2 \le 20,$   $x_1 \le 8, \quad x_2 \le 3, \quad x_1 \ge 0, \quad x_2 \ge 0,$   $x_1$  и  $x_2$  — целые

заменой переменных сведена к задаче линейного программирования с булевыми переменными. Чему равно минимальное число переменных в новой задаче?

Варианты ответов:

1)2;2)3;3)5;4)6;5)7.

#### Задачи

Задача 1. Руководство завода предполагает провести комплекс организационнотехнических мероприятий в целях модернизации производства. Мероприятия потребуют следующих затрат производственных площадей, трудовых и финансовых ресурсов:

<del>-</del> .				
Мероприятие	Трудовые ресурсы, человекодни	Финансовые ресурсы, тыс. руб.	Производственные площади, м <sup>2</sup>	Экономи- ческий эффект, тыс. руб.
Закупка станков с ЧПУ	350	400	130	13 000
Текущий ремонт	250	90		3000
Монтаж транспорт- ного конвейера	100 ,	60	300	8000
Установка рельсо- вого крана	200	300	150	12 000
Ввод системы контроля качества	130	-	150	2500
Разработка АСУП	800	500	100	15 000

На реализацию всех мероприятий завод может выделить трудовых ресурсов 1300 человекодней, финансовых — 10 млн руб., производственных площадей — 700 м<sup>2</sup>.

Определите мероприятия, которые следует провести, располагая этими ресурсами, с тем чтобы общий экономический эффект был максимальным.

Вопросы:

1. Какое количество мероприятий следует провести?

## Тема 6. Теория игр и принятие решений

**Вопрос 1.** Нижняя цена матричной игры  $\{a_{ij}\}_{m,n}$  определяется следующей формулой:

- 1)  $\min_{j} a_{ij}$ ; 2)  $\min_{i} a_{ij}$ ;

- 3) min min  $a_{ii}$ ;
- 4) max min  $a_{ij}$ ;
- 5) max min  $a_{ij}$ .

**Вопрос2.** Верхняя цена матричной игры  $\{a_{ij}\}_{m,n}$  определяется следующей формулой:

- 1) max  $a_{ij}$ ;
- 2) max  $a_{ij}$ ;
- 3) max min  $a_{ij}$ ;
- 4) max max  $a_{ii}$ ;
- 5) min max  $a_{ij}$ .

Вопрос 3. Какова верхняя цена следующей игры?

Страт Стратегии игрока 1	егии 1 ка 2	2	3
1	1	-4	3
2	-4	4	6
3	3	-6	5

Варианты ответов:

1)1; 2)3; 3)4; 4)5; 5)6.

Вопрос 4. Какова нижняя и верхняя цена игры для нижеприведенной матрицы?

Стратегии игрока 2 Стратегии игрока I	1	2	3	4	5
1	4	2	-3	-1	0
2	8	3	5	2	-2
3	7	4	2	-4	8
4	3	5	4	10	5

Варианты ответов:

1) (-4, 10); 2) (0, 5); 3) (2, 4); 4) (3, 5); 5) (2, 8).

Вопрос 5. Чему равно значение элемента матрицы игры в седловой точке?

Стратегии игрока 2 Стратегии игрока I	1	2	3	4
1	40	40	8	15
2	1	<b>-5</b>	6	25
3	50	55	3	1

Варианты ответов:

1)6; 2)8; 3)15; 4)25;5) седловая точка отсутствует.

**Вопрос 6.** Используя свойство доминирования стратегий игроков, максимально редуцируйте следующую матрицу игры:

Стратегии игрока 2 Стратегии игрока 1	1	2	3	4	5
1	4	7	2	3	4
2	3	5	6	8	9
3	4	4	2	2	8
4	3	6	1	2	4
5	3	5	6	8	9

Какова размерность результирующей матрицы?

Варианты ответов:

1)1x2; 2)2x1; 3)2x2; 4)3x2; 5)3x3.

**Вопрос** 7. Найдите цену следующей игры (без использования пакета *POMWIN*):

Стратегии игрока 2 Стратегии игрока I	l ·	2	3
l	. 1	2	3
2	2	3	1
3	3	1	2

Варианты ответов:

1)1; 2)1,5; 3)2; 4)2,5; 5)3.

**Вопрос 8.** Два игрока одновременно и независимо показывают О, 1, 2 или 3 пальца. Игрок, показавший большее число пальцев, платит другому игроку сумму, равную разности чисел пальцев, показанных им и его соперником. Какова цена такой игры?

Варианты ответов:

1)3; 2)2; 3)1; 4)0; 5)-1.

**Вопрос 9.** Два игрока одновременно и независимо показывают 1, 2 или 3 пальца. Пустьs — сумма чисел пальцев, показанных обоими противниками. Если s — нечетное, то игрок 1 платит другому игроку сумму s, если же s — четное, эту сумму выплачивает игрок 2. Чему равна цена такой игры?

Варианты ответов:

1)-1; 2)0; 3)1; 4)1,3; 5)1,7.

## Тема 7. Классические методы оптимизации.

**Задача 1.** Пусть U — полезность набора товаров, состоящих из х единиц первого товара, у — второго и z - третьего товара. Найти стоимость наиболее дешевого набора товаров с заданным значением полезности U=10000, если цена первого товара — 4, второго — 25, третьего — 20, а функция полезности имеет вид U=xyz^2.

**Задача 2.** Фирма, производящая продукцию на трех заводах, решила выпускать в месяц не менее 210 единиц продукции при наименьших суммарных затратах. Сколько продукции ежемесячно следует выпускать на каждом заводе, если функция издержек заводов имеют вид:  $C_1 = x_1 + \frac{1}{20}x_1^2$ ;  $C_2 = x_2 + \frac{1}{40}x_2^2$ ;  $C_1 = 2x_3 + \frac{1}{60}x_3^2$ ?

## Тема 8. Модели выпуклого программирования

**Вопрос 1.** Дана действительная функция f(x), определенная на отрезке действительных чисел S = [0, 100]. Пусть  $x_1$  и  $x_2$  — точки этого отрезка и  $0 \le \lambda \le 1$ .

Какое из нижеприведенных неравенств является условием выпуклости функции? Варианты ответов:

1) 
$$f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \ge \lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2);$$
  
2)  $\lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2) > f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2);$   
3)  $f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \le \lambda f(x_2) + (1 - \lambda) f(x_1);$   
4)  $\lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2) \ge f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2);$   
5)  $\lambda f(x_1) + (1 - \lambda) f(x_2) < f(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2).$ 

**Вопрос2.** Дана действительная функция f(x), определенная на отрезке действительных чиселS=[0, 100]. Пусть $x_1$  и  $x_2$  — точки этого отрезка и  $0 \le \lambda \le 1$ .

Какое из нижеприведенных неравенств является условием строгой вогнутости функции? Варианты ответов:

- 1)  $\lambda f(x_1) + (1 \lambda) f(x_2) < f(\lambda x_1 + (1 \lambda)x_2);$
- 2)  $\lambda f(x_1) + (1 \lambda) f(x_2) > f(\lambda x_1 + (1 \lambda)x_2);$
- 3)  $f(\lambda x_2 + (1 \lambda)x_1) < \lambda f(x_1) + (1 \lambda) f(x_2);$
- 4)  $\lambda f(x_1) + (1 \lambda) f(x_2) \le f(\lambda x_1 + (1 \lambda)x_2);$
- 5)  $f(\lambda x_2 + (1 \lambda)x_1) \ge \lambda f(x_1) + (1 \lambda) f(x_2)$ .

## **Вопрос 3.** Функция $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 8x_2 + 5x_1x_2 - 3x_1^2 - 3x_2^2$ :

- 1) выпуклая;
- 2)строго выпуклая;
- 3) вогнутая;
- 4) строго вогнутая;
- 5) выпуклая и вогнутая.

## **Вопрос 4.** Функция $f(x_1, x_2) = 3 - 6x_1 + 13x_2$ :

- 1) выпуклая;
- 2) ни выпуклая, ни вогнутая;
- 3) вогнутая;
- 4) строго вогнутая;
- 5) выпуклая и вогнутая.

## **Вопрос5.** Функция $f(x_1, x_2) = 10x_1 + 3x_2^2 - 5x_2^3$ всюду:

- 1) выпуклая;
- 2) ни выпуклая, ни вогнутая;
- 3) строго выпуклая;
- 4) вогнутая:
- 5) выпуклая и вогнутая.

## Тема 9. Модели динамического программирования

**Задача 1.**Найти оптимальное распределение средств между четырьмя предприятиями на один год, при условии, что прибыль k-го предприятия  $f_k(x)$ , является функцией от вложенных в него средств x. Функции $f_k(x)$  задаются таблично. Начальные средства = 4. Выписать все оптимальные управления.

X	$f_1(x)$	$f_2(x)$	f 3(x)	f <sub>4</sub> (x)
0	0	0	0	0
1	0.4	0.6	0.4	0.6
2	1	1.2	0.8	1.6
3	1.6	2.0	1.4	2.2
4	2.2	2.4	2.0	2.4

## Тема 10. Модели сетевого планирования и управления

## Вопрос 1. Метод СРМ разработан для:

1) описания проектов путем указания всех работ, предшествующих данной работе;

- 2) описания проектов путем представления каждой работы в виде пары узлов сети;
- 3) минимизации издержек на сокращение продолжительности проекта;
- 4) нахождения критического пути для проектов с заданным временем выполнения каждой работы;
- 5) нахождения критического пути для проектов с неопределенным временем выполнения работ.

## Вопрос 2. Узел-событие сетевого графика выражает результат:

- 1) начаты все работы, выходящие из узла;
- 2) закончены все работы, входящие в узел;
- 3) начата хотя бы одна работа, выходящая из узла;
- 4) закончена хотя бы одна работа, входящая в узел;
- 5) закончены все работы, входящие в узел, и начата хотя бы одна работа, выходящая из узла.

## Вопрос 3. Наиболее раннее время наступления события равно:

- 1) минимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 2) максимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 3) максимальной длине пути из начального узла в данный;
- 4) максимальному времени наиболее раннего окончания работ, входящих в данный узел;
- 5) минимальному времени наиболее позднего начала работ, выходящих из данного узла.

## Вопрос 4. Наиболее позднее время наступления события равно:

- 1) Минимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 2) максимальной длине пути из данного узла в конечный;
- 3) максимальной длине пути из начального узла в данный;
- 4) максимальному времени наиболее раннего начала работ, выходящих из данного узла;
- 5) минимальному времени наиболее позднего начала работ, выходящих из данного узла.

## Вопрос5. Для того чтобы сократить время выполнения проекта, необходимо:

- 1) сократить время выполнения каждой работы на критическом пути;
- 2) сократить время выполнения одной работы на критическом пути;
- 3) сократить время выполнения каждой работы проекта;
- 4) сократить время выполнения одной работы проекта;
- 5) увеличить длину критического пути.

## Вопрос 6. Полный резерв времени выполнения работы равен разности между:

- 1) наиболее поздним и наиболее ранним временем ее начала;
- 2) наиболее ранним временем ее начала и наиболее ранним временем ее окончания;
- 3) наиболее поздним временем ее начала и наиболее поздним временем ее окончания;
- 4) наиболее ранним временем ее окончания и наиболее поздним временем ее начала;
- 5) наиболее поздним временем ее окончания и наиболее ранним временем ее начала.

## Задачи

Задача 1. Экономический факультет МГУ разрабатывает новую программу для повышения квалификации преподавателей, обучающих количественным методам анализа экономики. Желательно, чтобы эту программу можно было реализовать в наиболее сжатые сроки. Имеются существенные взаимосвязи между дисциплинами, которые необходимо отразить, составляя расписание занятий. Например, методы управления проектами PER T/ CPM должны рассматриваться лишь после того, как слушатели обсудят различные аспекты (коммерческие, финансовые, экономические, технические и др.) проектного анализа, связанные с жизненным циклом проекта.

Дисциплины и их взаимосвязь указаны в следующей таблице:

Дисциплина	Непосредственно предшествующие дисциплины	Время изу- чения, дни
A	· —	4
В	<del>-</del>	6
С	A	2
D	A	6
E	С, В	3
F	С, В	3
G	D, E	5

Найдите минимальное время, за которое можно выполнить программу. Вопросы:

- 1. Какова длина критического пути?
- 2. Какое количество дисциплин находится на критическом пути?
- 3. Каков резерв времени изучения дисциплины ??

**Задача 2.** Консалтинговая компания «Системы управленческих решений» специализируется на разработке систем поддержки проектов. Компания заключила контракт на разработку компьютерной системы, предназначенной для помощи руководству фирмы при планировании капиталовложений.

Руководитель проекта разработал следующий перечень взаимосвязанных работ:

Работа	Непосредственно предшествующие работы	Время выпол- нения, недели
A	_	4
В	_	6
С	_	5
D	В	2
E	Λ	9

Работа	Непосредственно предшествующие нени работы	
F	В	4
G	C, D	8
Н	B, E	3
I	F, G	5
J	Н	7

Постройте графическое представление проекта. Используйте метод СРМдля нахождения критического пути.

## Вопросы:

- 1. Какова длина критического пути?
- 2. Сколько работ находится на критическом пути?
- 3. Каков резерв выполнения работыF?

## Тема 11. Элементы теории массового обслуживания

**Вопрос 1.** Одна работница обслуживает тридцать ткацких станков, обеспечивая их запуск после разрыва нити. Модель такой системы массового обслуживания можно охарактеризовать как:

- 1) многоканальную однофазовую с ограниченной популяцией;
- 2) одноканальную однофазовую с неограниченной популяцией;
- 3) одноканальную многофазовую с ограниченной популяцией;

- 4) одноканальную однофазовую с ограниченной популяцией;
- 5) многоканальную однофазовую с неограниченной популяцией.

Вопрос2. В теории массового обслуживания для описания простейшего потока заявок, поступающих на вход системы, используется распределение вероятностей:

- 1) нормальное;
- 2) экспоненциальное;
- 3) пуассоновское;
- 4) биномиальное;
- 5) ничто из вышеуказанного не является верным.

Вопрос 3. В теории массового обслуживания предполагается, что количество заявок в популяции является:

- 1) фиксированным или переменным;
- 2) ограниченным или неограниченным;
- 3) известным или неизвестным;
- 4) случайным или детерминированным;
- 5) ничто из вышеуказанного не является верным.

**Вопрос 4.** Двумя основными параметрами, которые определяют конфигурацию системы массового обслуживания, являются:

- 1) темп поступления и темп обслуживания;
- 2) длина очереди и правило обслуживания;
- 3) распределение времени между заявками и распределение времени обслуживания;
- 4) число каналов и число фаз обслуживания;
- 5) ничто из вышеуказанного не является верным.

Вопрос5. В теории массового обслуживания для описания времени, затрачиваемого на обслуживание заявок, обычно используется распределение вероятностей:

- 1) нормальное;
- 2) экспоненциальное;
- 3) пуассоновское;
- 4) биномиальное;
- 5) ничто из вышеуказанного не является верным.

**Вопрос 6.** Ремонт вышедших из строя компьютеров на экономическом факультете осуществляют три специалиста, работающие одновременно и независимо друг от друга. Модель такой системы массового обслуживания можно охарактеризовать как:

- 1) многоканальную с ограниченной популяцией;
- 2) одноканальную с неограниченной популяцией;
- 3) одноканальную с ограниченной популяцией;
- 4) одноканальную с ограниченной очередью;
- 5) многоканальную с неограниченной популяцией.

## Задачи

Задача 1. Система банка «Автодор» позволяет клиенту совершать некоторые банковские операции, не выходя из машины. Утром в рабочие дни прибывает в среднем 24 клиента в час. Прибытие клиентов описывается законом Пуассона. Время обслуживания распределено экспоненциально со средней скоростью обслуживания 36 клиентов в час.

Определите следующие характеристики системы:

среднее число клиентов в очереди;

среднее число клиентов в системе:

среднее время ожидания;

среднее время, которое клиент проводит в системе.

## Вопросы:

- 1. Сколько клиентов в среднем прибывает за 5 мин?
- 2. Каковы вероятности того, что ровно 0, 1, 2, 3 клиента прибудут за 5 мин?

- 3. Если в течение 5 мин прибывает более 3 клиентов, то возникает проблема перегруженности системы. Какова вероятность возникновения такой проблемы?
- 4. Каковы вероятности того, что время обслуживания составит: а) не более 1 мин; б) не более 2 мин; в) более 2 мин?
- 5. Какова вероятность того, что прибывающему клиенту придется ждать обслуживания?
- 6. Каковы вероятности того, что в системе находится: а) 0 клиентов; б) 3 клиента; в) более 3 клиентов?

## 5 семестр

## Парная регрессия

представлены два ряда зависимых между собой величин X и Y. Требуется:

- 1. Построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме связи.
- 2. Рассчитать параметры уравнений линейной и показательной однофакторной зависимости между X и Y.
- 3. Оценить тесноту и направление связи между переменными с помощью коэффициента корреляции. Для этого предварительно рассчитать коэффициент детерминации.
- 4. Оценить качество обоих уравнений с помощью средней ошибки аппроксимации.
- 5. Дайте сравнительную оценку силы связи фактора с результирующим показателем с помощью среднего коэффициента эластичности для линейной и показательной модели.
- 6. Проверить значимость каждого уравнения регрессии на 5%-ном уровне по F-критерию. По значениям характеристик, рассчитанных в пп. 4, 5 и данном пункте, выбрать лучшее уравнение регрессии и дать его обоснование.
- 7. Рассчитать прогнозное значение результата по наилучшей модели, если прогнозное значение фактора увеличится на 5% от его среднего уровня. Определить доверительный интервал прогноза для уровня значимости  $\alpha = 0.05$ .
  - 8. Оценить полученные результаты, выводы оформить в аналитической записке.

## Множественная регрессия

- 1. Постройте уравнение множественной регрессии в линейной форме с полным набором факторов.
- 2. Дайте сравнительную оценку силы связи факторов с результирующим показателем с помощью средних коэффициентов эластичности.
- 3. Оцените статистическую значимость параметров регрессионной модели с помощью t-критерия; проверьте нулевую гипотезу о значимости уравнения и коэффициента множественной детерминации с помощью F- критерия Фишера.
  - 4. Оцените качество уравнения через среднюю ошибку аппроксимации.
- 5. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции. Установите, какие факторы мультиколлинеарны и по t- критерию для коэффициентов регрессии отберите информативные факторы в модель.
- 6. Постройте модель только с информативными факторами и оцените ее параметры.
  - 7. Дайте экономическую интерпретацию коэффициентов модели.

Оцените полученные результаты, выводы оформите в аналитической записке.

## Временные ряды.

В таблице приведены данные, отражающие спрос на некоторый товар по месяцам

за период

Требуется:

- 1. Найти коэффициенты автокорреляции (для лагов  $\tau = 1;2;3;4;5;6;7;8$ ) и частный коэффициент корреляции 1-го порядка временного ряда. Построить коррелограмму для выявления во временном ряде наличия или отсутствия трендовой и циклической компоненты.
- 2. Провести сглаживание временного ряда  $y_t$  методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания: a) m = 3; в) m = 5.
- 3. Найти уравнение тренда временного ряда  $y_t$ , полагая, что он линейный и проверить его значимость на уровне  $\alpha = 0.05$ .
- 4. Удалить тренд из данного временного ряда и проанализировать характер распределения его случайной составляющей.

## Авторегрессионные модели временных рядов.

на основании данных таблицы:

- 1. Построить уравнение авторегрессии  $y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ .
- 2. Проверить значимость уравнения регрессии и отдельных коэффициентов.
- 3. Проверить наличие автокорреляции в остатках.
- 4. Построить уравнение авторегрессии с учетом фактора времени  $y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + c_2 t + \varepsilon_t$
- 5. Проверить значимость уравнения регрессии и коэффициента при t и оценить целесообразность включения в модель фактора времени.

## Системы эконометрических уравнений

Даны системы эконометрических уравнений.

Требуется:

- 1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицируемо ли каждое из уравнений модели,
- 2. Определите метод оценки параметров модели, Запишите в общем виде приведенную форму модели

## 6.3. Тематика и задания для лабораторных занятий

Лабораторные работы 4 семестра предусматривают выполнение индивидуальных типовых расчетов по материалам практических занятий по темам:

Задача линейного программирования
Двойственные задачи
Транспортная задача
Теория игр и принятие решений

Лабораторные работы 5 семестра:

## Лабораторная работа №1. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

- А) Вычислите следующие показатели вариационных рядов:
- 1) максимальное и минимальное значения;
- 2) размах для заданной выборки;
- 3) рассчитайте выборочное среднее;

- 4) найдите моду и медиану;
- 5) вычислите выборочную дисперсию и стандартное отклонение;
- 6) вычислите выборочный эксцесс и определите коэффициент асимметрии. Дайте интерпретацию результатов.
- Б) Постройте гистограмму, полигон частот.

Начиная с числа n, номер которого указан в таблице (табл. 1), выполните вычисление для 100 чисел из приведенной выборки (табл. 2).

Таблица 1

Варианты заданий к лабораторной работе №1

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Рабочие строки	1-10	2-11	3-12	4-13	5-14	6-15	7-16	8-17	9-18	10-19

Таблица 2

Исхо	лные	данны	e
HILAU	дивіс	даниы	·

1	141,182	145,61	143,206	145,267	140,485	133,143	150,435	148,794	155,564	171,918
2	158,087	159,851	158,622	159,156	156,73	139,557	150,691	142,444	156,967	148,181
3	143,556	142,769	144,834	155,58	147,552	150,895	162,618	142,945	150,019	161,076
4	158,926	120,991	128,429	152,06	143,842	138,023	150,99	157,708	153,059	150,113
5	142,355	145,909	143,262	148,678	160,181	151,805	155,133	157,398	149,837	152,788
6	151,622	154,285	145,248	143,045	180,482	147,135	137,201	157,594	146,073	137,964
7	139,631	149,807	150,32	152,649	154,915	152,383	143,155	133,852	164,113	159,715
8	138,44	151,437	166,972	146,797	129,688	135,888	136,747	144,829	150,621	144,042
9	146,693	155,391	152,186	154,05	138,441	138,949	138,966	145,927	136,867	121,596
10	162,762	157,911	151,429	139,937	140,73	141,22	152,777	145,978	163,02	136,219
11	153,803	154,377	167,603	143,527	155,51	165,465	131,784	163,079	139,511	154,591
12	139,478	137,579	154,241	130,834	148,761	154,132	164,656	137,711	146,154	154,763
13	151,862	151,96	155,206	158,229	159,314	158,972	152,601	143,066	154,656	148,493
14	141,368	171,144	137,64	133,062	153,865	135,711	145,891	158,742	144,311	140,903
15	141,323	160,971	139,771	137,484	156,247	142,623	155,409	156,641	155,196	151,459
16	149,488	153,16	152,488	148,294	145,475	152,937	151,507	140,659	157,925	157,163
17	160,438	158,11	156,17	147,549	149,142	156,848	157,911	153,578	147,887	148,445
18	151,36	158,639	169,584	150,688	155,646	155,572	168,911	164,788	127,059	156,623
19	145,593	145,263	150,889	143,012	153,472	141,25	169,001	122,741	158,702	171,791
20	160,849	161,757	140,286	134,241	154,64	164,744	161,654	142,365	155,094	154,96

## Лабораторная работа № 2. Парная регрессия

В таблице для каждого варианта представлены два ряда зависимых между собой величин X и Y. Требуется:

- 9. Построить поле корреляции и сформулировать гипотезу о форме связи.
- 10. Рассчитать параметры уравнений линейной и показательной однофакторной зависимости между X и Y.
- 11. Оценить тесноту и направление связи между переменными с помощью коэффициента корреляции. Для этого предварительно рассчитать коэффициент детерминации.
- 12. Оценить качество обоих уравнений с помощью средней ошибки аппроксимации.
- 13. Дайте сравнительную оценку силы связи фактора с результирующим показателем с помощью среднего коэффициента эластичности для линейной и показательной модели.
- 14. Проверить значимость каждого уравнения регрессии на 5%-ном уровне по F-критерию. По значениям характеристик, рассчитанных в пп. 4, 5 и данном пункте, выбрать лучшее уравнение регрессии и дать его обоснование.
  - 15. Рассчитать прогнозное значение результата по наилучшей модели, если

прогнозное значение фактора увеличится на 5% от его среднего уровня. Определить доверительный интервал прогноза для уровня значимости  $\alpha = 0.05$ .

16. Оценить полученные результаты, выводы оформить в аналитической записке.

## Варианты заданий

**В1**. Имеются следующие данные об уровне механизации работ X (%) и производительности труда Y (т/ч) для 14 однотипных предприятий:

Xi	32	30	36	40	41	47	56	54	60	55	61	67	69	76
y <sub>i</sub>	20	24	28	30	31	33	34	37	38	40	41	43	45	48

**B2**. Имеются следующие данные о среднемесячном прожиточном минимуме в среднем на одного пенсионера X (тыс.руб.) и среднем размере назначенных ежемесячных пенсий Y (тыс.руб) по территориям Центрального округа за 1995г.:

Xi	178	202	197	201	189	302	215	166	199	180	181	186	250
yi	240	226	221	226	220	250	237	232	215	220	222	231	229

**В3**. Имеются следующие данные о поголовье крупного рогатого скота X (млн. голов) и производстве мяса Y (тыс. тонн) по  $P\Phi$  по годовым данным:

Xi	65	64	61.	57	54.	52.	48.	43.	39.	35.	33.	34.	38.	32.	32.
			2		7	2	9	3	7	7	4	1	4	2	7
yi	13.	12.7	11.	9.3	8.2	7.5	6.8	5.7	5.3	4.8	4.2	4.5	5.1	4.4	4.6
	4		6	7	6	1		9	3	5	8	5	2	4	2

**В4**. Имеются следующие данные о поголовье крупного рогатого скота X (млн. голов) и производстве молока Y (тыс. тонн) по  $P\Phi$  по годовым данным:

X	65	64	61.	57	54.	52.	48.	43.	39.	35.	33.	34.	38.	32.	32.
i			2		7	2	9	3	7	7	4	1	4	2	7
У	1.7	1.7	1.6	1.4	1.3	1.2	1.1	0.9	0.9	0.8	0.8	0.8	0.9	0.8	0.8
i	7	2	9	9	8	9		9		8	5	6	3	2	4

**B5**. Имеются следующие официальные данные о среднегодовой численности занятых в экономике X (млн. чел.) и об общей численности безработных Y (млн. чел.) за ряд лет:

Xi	77.6	75.8	73.2	72.1	70.8	68.5	66.4	65.9	64.6	63.8	62.9	62.7
yi	2.9	3.2	3.3	3.6	4.2	5.5	6.4	7.3	8.2	8.5	8.9	8.8

**B6**. Имеются следующие данные о цене на нефть X (ден. ед.) и индексом нефтяных компаний Y (тыс. усл. ед.) :

		(-		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•										
Xi	10,5	12.	13.	14.	16.	16.	16.	17.	17.	17.	18.	18.	18.	19.	19.
		4	8	6	2	7	8	4	5	9	2	6	8	4	7
y <sub>i</sub>	2,7	2,8	2,9	3,0	3,3	3,5	4,0	4,4	4,5	4,6	4,8	5,0	5,5	6,0	6,2
		5	6	2				2		7					

**В7**. Имеются следующие данные по территориям Центрального округа за ноябрь 1997 г. о денежных доходах на душу населения X (тыс. руб.) и потребительских расходах на душу населения Y (тыс. руб.):

$\mathbf{x_i}$	520	539	540	682	537	589	626	521	626	521	658	746
y <sub>i</sub>	364	336	409	452	367	328	460	380	439	344	401	514

**B8**. Имеются следующие данные об уровне суммарных доходов в месяц X (ден.ед) и расходах на питание Y (ден. ед) различных групп населения:

10 ***				1999		F J						
Xi	1.5	2.1	2.4	2.7	3.2	3.4	3.6	3.7	4.0	4.5	5.1	5.6
yi	0.6	1.2	1.3	1.4	1.45	1.5	1.6	1.8	1.9	1.95	2.1	2.2

**В9**. Имеются следующие данные об уровне суммарных доходов в месяц X (ден. ед) и расходах на питание Y (ден. ед) различных групп населения:

X	62	157	265	370	479	592	622	684	728	753	842	935	1024	1204
i	8	7	9	1	6	6	5	2	1	3	1	0	0	7
у	43	616	900	111	130	148	152	158	164	168	185	191	2030	2512

i	3		3	5	8	0	6	5	7	4	4		
	D10	TI				_						17 (	`

**B10**. Имеются следующие данные об уровне суммарных доходов в месяц X (ден. ед) и расходах на питание Y (ден. ед) различных групп населения:

	7 1			Ų,	1 ,	·/ 1		1 2							
Xi	65	164	238	364	484	522	639	683	737	927	1045	1251	1444	1672	1887
yi	42	72	92	122	138	159	171	199	209	268	365	436	673	812	1004

## Лабораторная работа №3. Множественная регрессия

По данным, представленным в таблице, изучается зависимость индекса человеческого развития Y от переменных:

 $X_{I}$  – ВВП n-периода, % к предыдущему периоду;

 $X_2$  – расходы на конечное потребление в текущих ценах, % к ВВП;

 $X_3$  – расходы домашних хозяйств, % к ВВП;

 $X_4$  – валовое накопление, % к ВВП;

 $X_5$  – суточная калорийность питания населения, ккал на душу населения;

 $X_6$  – ожидаемая продолжительность жизни в n-ом году, число лет.

No	Страна	Y	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$
1	Австрия	0,904	115,0	75,5	56,1	25,2	3343	77,0
2	Австралия	0,922	123,0	78,5	61,8	21,8	3001	78,2
3	Белоруссия	0,763	74,0	78,4	59,1	25,7	3101	68,0
4	Бельгия	0,923	111,0	77,7	63,3	17,8	3543	77,2
5	Великобритания	0,918	113,0	84,4	64,1	15,9	3237	77,2
6	Германия	0,906	110,0	75,9	57,0	22,4	3330	77,2
7	Дания	0,905	119,0	76,0	50,7	20,6	3808	75,7
8	Индия	0,545	146,0	67,5	57,1	25,2	2415	62,6
9	Испания	0,894	113,0	78,2	62,0	20,7	3295	78,0
10	Италия	0,900	108,0	78,1	61,8	17,5	3504	78,2
11	Канада	0,932	113,0	78,6	58,6	19,7	3056	79,0
12	Казахстан	0,740	71,0	84,0	71,7	18,5	3007	67,6
13	Китай	0,701	210,0	59,2	48,0	42,4	2844	69,8
14	Латвия	0,744	94,0	90,2	63,9	23,0	2861	68,4
15	Нидерланды	0,921	118,0	72,8	59,1	20,2	3259	77,9
16	Норвегия	0,927	130,0	67,7	47,5	25,2	3350	78,1
17	Польша	0,802	127,0	82,6	65,3	22,4	3344	72,5
18	Россия	0,747	61,0	74,4	53,2	22,7	2704	66,6
19	США	0,927	117,0	83,3	67,9	18,1	3642	76,7
20	Украина	0,721	46,0	83,7	61,7	20,1	2753	68,8
21	Финляндия	0,913	107,0	73,8	52,9	17,3	2916	76,8
22	Франция	0,918	110,0	79,2	59,9	16,8	3551	78,1
23	Чехия	0,833	99,2	71,5	51,5	29,9	3177	73,9
24	Швейцария	0,914	101,0	75,3	61,2	20,3	3280	78,6
25	Швеция	0,923	105,0	79,0	53,1	14,1	3160	78,5

- 8. Постройте уравнение множественной регрессии в линейной форме с полным набором факторов.
- 9. Дайте сравнительную оценку силы связи факторов с результирующим показателем с помощью средних коэффициентов эластичности.
- 10. Оцените статистическую значимость параметров регрессионной модели с помощью t-критерия; проверьте нулевую гипотезу о значимости уравнения и коэффициента множественной детерминации с помощью F- критерия Фишера.
  - 11. Оцените качество уравнения через среднюю ошибку аппроксимации.
  - 12. Постройте матрицу парных коэффициентов корреляции. Установите, какие

факторы мультиколлинеарны и по t- критерию для коэффициентов регрессии отберите информативные факторы в модель.

- 13. Постройте модель только с информативными факторами и оцените ее параметры.
  - 14. Дайте экономическую интерпретацию коэффициентов модели.

Оцените полученные результаты, выводы оформите в аналитической записке.

## Лабораторная работа №4. Временные ряды.

В таблице приведены данные, отражающие спрос на некоторый товар по месяцам за период с 2013 по 2015 гг.

## Требуется:

- 5. Найти коэффициенты автокорреляции (для лагов  $\tau = 1;2;3;4;5;6;7;8$ ) и частный коэффициент корреляции 1-го порядка временного ряда. Построить коррелограмму для выявления во временном ряде наличия или отсутствия трендовой и циклической компоненты.
- 6. Провести сглаживание временного ряда  $y_t$  методом скользящих средних, используя простую среднюю арифметическую с интервалом сглаживания: a) m = 3; в) m = 5.
- 7. Найти уравнение тренда временного ряда  $y_t$ , полагая, что он линейный и проверить его значимость на уровне  $\alpha = 0.05$ .

8. Удалить тренд из данного временного ряда и проанализировать характер распределения его случайной составляющей.

Вариант										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Дата										
01.02.13	197	182	178	192	182	212	220	193	243	232
01.03.13	202	199	185	206	207	236	234	211	236	252
01.04.13	194	220	196	197	243	238	248	220	245	256
01.05.13	193	207	187	193	236	296	212	234	225	220
01.06.13	211	183	197	206	245	220	208	248	191	214
01.07.13	220	241	246	218	225	211	174	212	175	188
01.08.13	234	243	231	243	191	178	212	208	207	204
01.09.13	248	242	244	243	175	198	213	175	218	224
01.10.13	212	215	219	224	207	203	216	212	216	214
01.11.13	208	203	199	199	218	211	257	213	252	241
01.12.13	175	176	187	174	216	263	262	216	237	246
01.01.14	212	221	208	201	252	238	249	257	242	232
01.02.14	213	211	208	225	237	256	251	262	249	265
01.03.14	216	203	223	211	242	256	288	249	284	292
01.04.14	257	258	254	254	223	266	283	251	280	290
01.05.14	262	262	243	237	254	295	266	288	250	237
01.06.14	249	235	243	240	243	242	234	283	217	220
01.07.14	251	243	255	271	243	240	186	266	197	181
01.08.14	288	287	292	289	255	203	206	234	243	232
01.09.14	283	278	288	282	292	227	215	186	236	252
01.10.14	266	253	262	244	288	243	232	236	245	256
01.11.14	243	235	234	219	262	236	252	238	225	220
01.12.14	186	205	204	181	234	245	256	269	191	214
01.01.15	206	210	218	230	204	225	220	220	175	188

Лабораторная работа №5. Авторегрессионные модели временных рядов.

Для соответствующего варианта (табл. 1) на основании данных таблицы (табл.

- 1. Построить уравнение авторегрессии  $y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + \varepsilon_t$ .
- 2. Проверить значимость уравнения регрессии и отдельных коэффициентов.
- 3. Проверить наличие автокорреляции в остатках.
- 4. Построить уравнение авторегрессии с учетом фактора времени  $y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + c_2 t + \varepsilon_t$
- 5. Проверить значимость уравнения регрессии и коэффициента при t и оценить целесообразность включения в модель фактора времени.

Таблица 1

Номер	Результирующая переменная у	Факторная переменная х
варианта	выбирается из столбца	выбирается из столбца
1	3	4
2	3	5
3	3	11
4	3	15
5	16	11
6	10	5
7	10	11
8	10	15
9	16	4
10	16	5

Таблица 2

## Исходные данные для лабораторной работы

Текущий	Процентная	ВВП	Денежная	Внутрен-	Нацио-	Расходы	Валовая
	ставка		масса	ние инве-	нальный	на личное	прибыль
период				стиции	доход	потребле-	экономики
						ние	
	R	Y	M	I	Y	C*	Q
ι	(%)	(млн руб.)	(млн руб.)	(млн руб.)	(млн руб.)	(млн руб.)	(млн руб.)
1	2	3	4	5	6	7	8
1	10,01	1 398,5	0,12	211	310	450	725,6
2	6,25	19 005,5	0,95	2 670	5 328	7 500	11 390,5
3	6,00	171 509,5	9,20	27 125	49 730	40 600	76 961,7
4	7,14	610 745,2	33,20	108 810	172 380	124 000	251 944,4
5	8,83	152 404,9	98,70	266 974	437 007	310 000	662 374,4
6	8,27	2 145 655,5	220,80	375 998	558 500	260 000	790 819,2
7	8,44	2 478 594,1	288,30	408 797	711 600	390 000	881 001,1
8	8,35	2 741 051,2	374,10	407 086	686 000	490 000	1 032 768,6
9	7,99	4 757 233,7	448,30	970 439	1 213 600	990 000	2 050 276,8
10	7,83	7 063 392,8	704,70	1 165 181	2 097 700	1 650 000	3 033 247,2

	Индекс	Объем про-	Госудуар-	Доля им-	Реальный		Запас	
Текущий	стоимо-	дукции	ственные	порта в	объем	Налоги	капитала	Зарплата
период	сти	промыш-	расходы	ВВП	чистого			
	жизни	ленности			экспорта			
t	P	R	G	M	X	T	K	S
	(%)	(млн руб.)	(млн руб.)		(млн руб.)	(млн руб.)	(млн руб.)	(тыс.руб.)
1	9	10	11	12	13	14	15	16
1	200	600	348	0,1295	186	152	325	0,6
2	210	1 300	5 970	0,4826	1 1847	3 893	4 550	6,0
3	220	18 500	57 674	0,3050	6 5524	28 672	34 965	58,7
4	238	129 000	230 385	0,2321	169 534	85 044	133 209	220,4
5	195	384 000	486 112	0,2429	426 735	253 326	327 941	472,4
6	208	1 108 000	652 700	0,2060	532 239	380 685	454 369	790,2
7	229	1 469 000	839 000	0,2094	592 332	471 657	482 451	950,2
8	204	1 626 000	842 100	0,2350	840 596	520 534	485 452	1051,5
9	180	1 707 000	1258 000	0,2689	2 090 687	875 751	766 672	1522,6
10	181	3 150 000	1960 100	0,2493	3 232 388	1 348 178	1 293 750	2223,4

## Лабораторная работа №6. Системы эконометрических уравнений

Даны системы эконометрических уравнений.

Требуется:

- 3. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицируемо ли каждое из уравнений модели,
  - 4. Определите метод оценки параметров модели,
  - 5. Запишите в общем виде приведенную форму модели.

## Вариант 1

Модель протекционизма Сальватора (упрощенная версия):

$$\begin{cases} M_{t} = a_{1} + b_{12}N_{t} + b_{13}S_{t} + b_{14}E_{t-1} + b_{15}M_{t-1} + \varepsilon_{1}, \\ N_{t} = a_{2} + b_{21}M_{t} + b_{23}S_{t} + b_{26}Y_{t} + \varepsilon_{2}, \\ S_{t} = a_{3} + b_{31}M_{t} + b_{32}N_{t} + b_{36}X_{t} + \varepsilon_{3}. \end{cases}$$

где M — доля импорта в ВВП; N — общее число прошений об освобождении от таможенных пошлин; S — число удовлетворенных прошений об освобождении от таможенных пошлин; E — фиктивная переменная, равная 1 для тех лет, в которые курс доллара на международных валютных рынках был искусственно завышен, и 0 — для всех остальных лет; Y — реальный ВВП; X — реальный объем чистого экспорта; t — текущий период; t — предыдущий период.

## Вариант 2

Макроэкономическая модель (упрощенная версия модели Клейна):

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{12}Y_t + b_{13}T_t + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21}Y_t + b_{24}K_{t-1} + \varepsilon_2, \\ Y_t = C_t + I_t, \end{cases}$$

где C — потребление; I — инвестиции; Y — доход; T — налоги; K — запас капитала; t — текущий период; t — предыдущий период.

## Вариант 3

Макроэкономическая модель экономики США (одна из версий):

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11}Y_t + b_{12}C_{t-1} + \varepsilon_1, \\ I_t = a_2 + b_{21}Y_t + b_{23}r_t + \varepsilon_2, \\ r_t = a_3 + b_{31}Y_t + b_{34}M_t + b_{35}r_{t-1} + \varepsilon_3, \\ Y_t = C_t + I_t + G_t, \end{cases}$$

где C — потребление; Y — ВВП; I — инвестиции; r — процентная ставка; M — денежная масса; G — государственные расходы; t — текущий период; t — предыдущий период.

## Вариант 4

Модель Кейнса (одна из версий):

$$\begin{cases} C_{t} = a_{1} + b_{11}Y_{t} + b_{12}Y_{t-1} + \varepsilon_{1}, \\ I_{t} = a_{2} + b_{21}Y_{t} + \varepsilon_{2}, \\ Y_{t} = C_{t} + I_{t} + G_{t}, \end{cases}$$

где C — потребление; Y — ВВП; I — валовые инвестиции; G — государственные расходы; y — текущий период; t — предыдущий период.

## Вариант 5

Модель денежного и товарного рынков:

$$\begin{cases} R_{t} = a_{1} + b_{12}Y_{t} + b_{14}M_{t} + \varepsilon_{1}, \\ Y_{t} = a_{2} + b_{21}R_{t} + b_{23}I_{t} + b_{25}G_{t} + \varepsilon_{2}, \\ I_{t} = a_{3} + b_{31}R_{t} + \varepsilon_{3}, \end{cases}$$

где R — процентные ставки; Y — реальный ВВП; M — денежная масса; I — внутренние инвестиции; G — реальные государственные расходы.

## Вариант 6

Модифицированная модель Кейнса:

$$\begin{cases} C_{t} = a_{1} + b_{11}Y_{t} + \varepsilon_{1}, \\ I_{t} = a_{2} + b_{21}Y_{t} + b_{22}Y_{t-1} + \varepsilon_{2}, \\ Y_{t} = C_{t} + I_{t} + G_{t}, \end{cases}$$

где C — потребление; Y — доход; I — инвестиции; G — государственные расходы; t — текущий период; t — предыдущий период.

## Вариант 7

Макроэкономическая модель:

$$\begin{cases} C_{t} = a_{1} + b_{11}D_{t} + \varepsilon_{1}, \\ I_{t} = a_{2} + b_{22}Y_{t} + b_{23}Y_{t-1} + \varepsilon_{2}, \\ Y_{t} = D_{t} + T_{t}, \\ D_{t} = C_{t} + I_{t} + G_{t}, \end{cases}$$

где C — расходы на потребление; Y — чистый национальный продукт; D — чистый национальный доход; I — инвестиции; T — косвенные налоги; G — государственные расходы; t — текущий период; t — предыдущий период.

## Вариант 8

Гипотетическая модель экономики:

$$\begin{cases} C_t = a_1 + b_{11}Y_t + b_{12}J_t + \varepsilon_1, \\ J_t = a_2 + b_{21}Y_{t-1} + \varepsilon_2, \\ T_t = a_3 + b_{31}Y_t + \varepsilon_3, \\ Y_t = C_t + J_t + G_t, \end{cases}$$

где C — совокупное потребление в период t; Y — совокупный доход в период t; J — инвестиции в период t; T — налоги в период t.

## Вариант 9

Модель денежного рынка:

$$\begin{cases} R_{t} = a_{1} + b_{11}M_{t} + b_{12}Y_{t} + +\varepsilon_{1}, \\ Y_{t} = a_{2} + b_{21}R_{t} + b_{22}I_{t} + \varepsilon_{2}, \\ I_{t} = a_{3} + b_{33}R_{t} + \varepsilon_{3}, \end{cases}$$

где R – процентные ставки; Y –  $BB\Pi$ ; M – денежная масса; I – внутренние инвестиции.

## Вариант 10

Конъюнктурная модель имеет вид:

$$\begin{cases} C_{t} = a_{1} + b_{11}Y_{t} + b_{12}C_{t-1} + \varepsilon_{1}, \\ I_{t} = a_{2} + b_{21}r_{t} + b_{22}I_{t-1} + \varepsilon_{2}, \\ r_{t} = a_{3} + b_{31}Y_{t} + b_{32}M_{t} + \varepsilon_{3}, \\ Y_{t} = C_{t} + I_{t} + G_{t}, \end{cases}$$

где C — расходы на потребление; Y — ВВП; I — инвестиции; r — процентная ставка; M — денежная масса; G — государственные расходы; t — текущий период; t — предыдущий период.

# 6.4. Методические рекомендации для выполнения курсовых работ (проектов)

Непредусмотрено

# 7. Переченьосновной и дополнительнойлитературы, необходимойдляосвоения дисциплины (модуля)

основная

- 1. Шапкин, А.С. Математические методы и модели исследования операций :учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. 7-е изд. Москва :Издательскоторговаякорпорация «Дашков и К°», 2017. 398 с. : табл., схем., граф. Библиогр. в кн. ISBN 978-5-394-02736-9 ;Тоже [Электронныйресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452649">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=452649</a>
- 2. Балдин, К.В. Эконометрика: учебное пособие / К.В. Балдин, О.Ф. Быстров, М.М. Соколов. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: Юнити-Дана, 2015. 254 с. Библиогр. в кн. ISBN 5-238-00702-7; То же [Электронный ресурс]. URL: <a href="http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114533">http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114533</a>
- 3. Эконометрика: Учебник для бакалавров/В.П.Яковлев М.: Дашков и К, 2016. 384 с.: 60х90 1/16. (Учебные издания для бакалавров) (Переплёт) ISBN 978-5-394-02532-7- <a href="http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=519496">http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=519496</a>

#### дополнительная

- 1. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: Учеб. Пособие для студ. вузов / Е. С. Вентцель. 3-е изд.,стер. М.:Дрофа, 2004. 208 с. (Серия "Высшееобразование"). Рекомендовано УМО. Библиогр.: с. 206. Предм. указ.: с. 207. ISBN 5-7107-7770-6: 79.74.
- 2.Исследование операций в экономике: [учеб. Пособие для студ. высш. учеб. заведений] : рекомендовано МО РФ / Н. Ш. Кремер [и др.] ; подред. Н. Ш. Кремера. 2-е изд.,перераб. и доп. М. :Юрайт : ИД Юрайт, 2010. 430, [1] с. (Основынаук). Библиогр.: с. 413-414. Предм. указ.: с. 415-430. ISBN 978-5-9916-0235-8. ISBN 978-5-9692-0574-1 : 239.00.
- 3. Глухова С. М. Эконометрика. Парный регрессионный анализ: учеб.-метод. пособие / С. М. Глухова, А. С. Илюхина; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Ин-т управления, экономики и финансов, Каф. бизнес-информатики и сервиса. Кострома: КГУ, 2017. 47, [1] с. Имеется электрон. ресурс. Библиогр.: с. 42. ISBN 978-5-8285-0826-6: 16.71.
- 4. Глухова С. М. Применение эконометрических методов и моделей при анализе и прогнозировании : учеб.-метод. пособие / С. М. Глухова, А. С. Илюхина ; М-во образования и науки РФ, Костром. гос. ун-т, Ин-т управления, экономики и финансов, Каф. бизнес-информатики и сервиса. Кострома : КГУ, 2017. 54, [1] с. Имеется электрон. аналог. Библиогр.: с. 49. ISBN 978-5-8285-0825-9 : 41.33.

# 8. Переченьресурсовинформационно-телекоммуникационнойсети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

## Электронныебиблиотечныесистемы:

- 1. ЭБС «Лань»
- 2. ЭБС «Университетскаябиблиотека online»
- 3. ЭБС «Znanium»

# 9. Описаниематериально-техническойбазы, необходимойдляосуществленияобразовательногопроцессаподисциплине

Для выполнения практических работ по дисциплине необходим офисный пакет LibreOffice либо программа MicrosoftExcel.

Адрес, Аудитория Оснашенность Корпус Аудиторные занятия Ул. 1 Мая 14а, Компьютерный класс на 22 посадочных места с выходом в 5 корпус В1 Интернет Программное обеспечение: Офисный пакет; 1 С Предприятие (учебная версия); MSSQLServerExpress; Visual Studio; vEd. Компьютерный класс на 16 посадочных мест с выходом в Ул. 1 Мая 14а. корпус В1 Интернет Программное обеспечение: Офисный пакет; 1 С Предприятие (учебная версия); MSSQLServerExpress;

		Vigual Studio
		Visual Studio; yEd.
V= 1 Mo= 140	7	1 7
Ул. 1 Мая 14a,	/	Компьютерный класс на 10 посадочных мест с выходом в
корпус В1		Интернет
		Программное обеспечение:
		Офисный пакет;
		1 С Предприятие (учебная версия);
		MSSQLServerExpress;
		Visual Studio;
		yEd.
Ул. 1 Мая 14а,	9	Потоковая аудитория на 160 посадочных мест, оснащена
корпус В1		мультимедиапроектором, экраном, доской, имеется
		свободный доступ WiFi
Ул. 1 Мая 14а,	10	Потоковая аудитория на 160 посадочных мест, оснащена
корпус В1		мультимедиапроектором, экраном, доской, имеется
		свободный доступ WiFi
Ул. 1 Мая 14а,	11	Аудитория на 30 посадочных мест, оснащена
корпус В1		мультимедиапроектором, экраном, доской, имеется
1 0		свободный доступ WiFi
Ул. 1 Мая 14а,	12	Аудитория на 32 посадочных места, оснащена
корпус В1		мультимедиапроектором, экраном, доской, имеется
1 3		свободный доступ WiFi
Ул. 1 Мая 14а,	13	Аудитория на 60 посадочных мест, оснащена
корпус В1		мультимедиапроектором, экраном, доской, имеется
Rophly C B1		свободный доступ WiFi
Ул. 1 Мая 14а,	14	Аудитория на 26 посадочных мест, оснащена
корпус В1	17	мультимедиапроектором, экраном, доской, имеется
Kopilye Di		свободный доступ WiFi
Ул. 1 Мая 14а,	16	Компьютерный класс на 20 посадочных мест с выходом в
корпус В1	10	Интернет
Kopityc D1		Программное обеспечение:
		Офисный пакет;
		1 С Предприятие (учебная версия);
		MSSQLServerExpress;
		Visual Studio;
		visuai Studio, vEd.
V= 1 Mo=	II	Самостоятельная работа
Ул. 1 Мая,	Читальный	200 посадочных мест;
д.14, корп.	зал корпуса	3 компьютера для сотрудников;
«Б1», ауд. 201	«Б1»	1 принтер;
		1 копир/принтер;
		1 проектор;
		2 экрана для проектора;
		1 ворота «Антивор»;
37 135		1 WIFI-точка доступа.
Ул. 1 Maя,	Электронный	25 посадочных мест;
д.14, корп.	читальный	29 компьютеров (25 для читателей, 4 для сотрудников);
«Б1», ауд. 202	зал	4 принтера (3 монохромные, 1 полноцветный);
		1 плоттер;
		2 сканера;
		1 МФУ;
		1 LCD TV

Ул. 1 Мая,	Читальный	50 посадочных мест; 1 компьютер для сотрудников; 1
д.14, корп.	зал редкой	сканер; 1 принтер; 1 LCD TV; свободный доступ WIFI
«А1», ауд. 3-	книги	
207		
Ул. 1 Мая,	Читальный	20 посадочных мест; 2 компьютера для сотрудников; 1
д.14, корп.	зал СБО	принтер; 1 МФУ
«В1», ауд. 305		