

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Костромской государственный университет»

Утверждено



Проректор по учебно-методической работе

Тимонина Л.И.

**ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ЭКЗАМЕНА
ПО МАТЕМАТИКЕ**

Кострома, 2019

Пояснительная записка

Программа вступительного экзамена по математике разработана для абитуриентов, имеющих право проходить вступительные испытания в форме, устанавливаемой Университетом самостоятельно.

Программа вступительного экзамена по математике разработана на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. Объем знаний и степень владения материалом, описанным в программе, соответствуют курсу математики средней школы. Поступающий может пользоваться всем арсеналом средств из этого курса, включая и начала анализа. Однако для решения экзаменационных задач достаточно уверенного владения лишь теми понятиями и их свойствами, которые перечислены в настоящей программе. Объекты и факты, не изучаемые в общеобразовательной школе, также могут использоваться поступающими. В связи с обилием учебников и регулярным их переизданием отдельные утверждения могут в некоторых учебниках называться иначе, чем в программе, или формулироваться в виде задач, или вовсе отсутствовать. Такие случаи не освобождают поступающего от необходимости знать эти утверждения.

Продолжительность экзамена

Время выполнения теста три астрономических часа (235 минут). Абитуриенты, которые не успели за время тестирования полностью выполнить тестовые задания, сдают их незаконченными.

Форма вступительного испытания

Вступительное испытание по предмету «математика» проводится в форме тестирования (задания теста открытого и закрытого типов, по аналогии с ЕГЭ). Тесты составлены на основе содержания базового курса математики, изучаемой в школе.

Критерии оценки и шкала оценивания

Каждый абитуриент получает вариант теста на бумажном носителе, состоящий из двух частей: первая часть (часть 1) - тестовые задания закрытого типа (абитуриент записывает только правильный ответ в соответствующий бланк ответов), вторая часть (часть 2) - тестовые задания открытого типа (предполагается наличие полного, обоснованного решения задачи).

Экзаменаторы проверяют ответы на тестовые задания закрытого типа (часть 1, задания №№ 1–8, часть 2, задания №№9–12), полноту и правильность ответов на тестовые задания открытого типа (часть 2, задания №№ 13 – 19). К каждому заданию закрытого типа абитуриент должен дать ответ, записанный в краткой форме. (Нецелые числа в ответе представляются в виде конечной десятичной дроби. Единицы измерений не пишутся). Задание части 1 и 2 закрытого типа считается выполненным правильно, если в бланке ответов записан правильный ответ. При этом учащийся не должен приводить никакие соображения, поясняющие его. Каждое задание закрытого типа оценивается одной зачетной единицей (первичный балл).

Задания части 2 (№№ 13 – 19) считаются выполненными правильно, если абитуриент привел развернутую запись решения задания с обоснованием каждого этапа и дал правильный ответ.

Итоговый тестовый балл абитуриента за выполненный тест определяется как сумма зачетных единиц, полученных абитуриентом за выполнение каждого из заданий теста. Итоговая сумма зачетных единиц переводится в 100-бальную шкалу. Максимальное количество баллов, которое можно набрать, правильно выполнив все задания теста - 100 баллов. Отметка от 0 до 26 баллов считается неудовлетворительной.

На экзамене не разрешается использование калькуляторов и других электронных приборов. Это не поставит экзаменуемых в особенно трудное положение, так как правильные решения задач не потребуют слишком сложных вычислений.

Шкала перевода первичных баллов:

Первичный балл	Тестовый балл
1	5
2	9
3	14
4	18
5	23
6	27
7	33
8	39
9	45
10	50
11	56
12	62
13	68
14	70
15	72
16	74
17	76
18	78
19	80
20	82
21	84
22	86
23	88
24	90
25	92
26	94
27	96
28	98
29	99
30	100
31	100
32	100

Содержание вступительного испытания

Цель экзамена по математике: оценить степень подготовки абитуриентов по математике с целью конкурсного отбора для обучения. Задание экзамена по математике заключается в том, чтобы оценить знания и умения абитуриентов:

- строить математические модели реальных объектов, процессов и явлений и исследовать эти модели методами математики;
- выполнять математические расчеты (выполнять действия с числами, данными в разных формах, действия с процентами, составлять и решать задачи на пропорции, приближенные вычисления и т.д.);
- выполнять преобразования выражений (понимать смысловое значение каждого элемента выражения, находить допустимые значения выражений при заданных значениях переменных и т.д.);
- строить и анализировать графики простейших функциональных зависимостей, исследовать их свойства;
- решать уравнения, неравенства и их системы, решать текстовые задачи при помощи уравнений, неравенств и их систем;
- находить на рисунках геометрические фигуры и устанавливать их свойства;
- находить количественные характеристики геометрических фигур (длины, величины углов, площади, объемы);
- решать простейшие комбинаторные задачи и вычислять вероятности случайных событий;
- анализировать информацию, данную в графической, табличной, текстовой и других формах.

Название раздела, темы	Учащийся должен знать	Предметные умения и способы учебной деятельности
АЛГЕБРА И НАЧАЛА АНАЛИЗА		
Раздел: ЧИСЛА И ВЫРАЖЕНИЯ		
<p>Действительные числа (натуральные, рациональные и иррациональные), их сравнение и действия с ними.</p> <p>Числовые множества и соотношения между ними.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - свойства действий над действительными числами; правила сравнения действительных чисел; - признаки делимости натуральных чисел на 2, 3, 5, 9, 10; - правила округления целых чисел и десятичных дробей; - определения корня n-ой степени и арифметического корня n-ой степени; - свойства корней; - определение степени с натуральным, целым и рациональным показателями, их свойства; - числовые промежутки; - модуль действительного числа и его свойства. 	<ul style="list-style-type: none"> - различать виды чисел и числовых промежутков; - сравнивать действительные числа; выполнять действия с действительными числами; - использовать признаки делимости; - находить неполное частное и остаток от деления одного натурального числа на другое; - преобразовывать обыкновенную дробь в десятичную и бесконечную периодическую десятичную дробь – в обыкновенную; - округлять целые числа и десятичные дроби; - использовать свойства модуля для решения задач.
<p>Отношения и пропорции.</p> <p>Проценты.</p> <p>Основные задачи на проценты.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - отношения, пропорции; - основное свойство пропорции; - определение процента; - правила выполнения расчетов с процентами. 	<ul style="list-style-type: none"> - находить отношения чисел в виде процента, процент от числа, число по значению его процента; - решать задачи на процентные расчеты и пропорции.
<p>Рациональные, иррациональные, степенные, показательные, логарифмические, тригонометрические выражения и их преобразования</p>	<ul style="list-style-type: none"> - определение области допустимых значений переменных выражения с переменными; - определение тождественно равных выражений, тождественного преобразования выражения, тождества; - определение одночлена и многочлена; 	<ul style="list-style-type: none"> - выполнять тождественные преобразования рациональных, иррациональных, степенных, показательных, логарифмических, тригонометрических выражений и находить их числовые значения при заданных значениях переменных.

	<ul style="list-style-type: none"> - правила сложения, вычитания и умножения одночленов и многочленов; - формулы сокращенного умножения; - разложение многочлена на множители; - определение алгебраической дроби; - правила выполнения действий с алгебраическими дробями; - определение и свойства логарифма, десятичный и натуральный логарифмы; - основное логарифмическое тождество; - определение синуса, косинуса, тангенса, котангенса числового аргумента; - основное тригонометрическое тождество и следствия из него; - формулы приведения; - формулы сложения и следствия из них. 	
Раздел: УРАВНЕНИЯ, НЕРАВЕНСТВА И ИХ СИСТЕМЫ		
<p>Линейные, квадратные, рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, неравенства и их системы. Применение уравнений, неравенств и их систем к решению текстовых задач.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - уравнение с одной переменной, определение корня (решения) уравнения с одной переменной; - неравенство с одной переменной, определение решения неравенства с одной переменной; - определение решения системы с двумя переменными и методы их решений; - равносильные уравнения, неравенства и их системы; - методы решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических, 	<ul style="list-style-type: none"> - решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также сводимые к ним уравнения и неравенства; - решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени, а также к ним сводимые; - решать уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические выражения; - решать уравнения, содержащие тригонометрические выражения;

	тригонометрических уравнений.	<ul style="list-style-type: none"> - решать иррациональные уравнения; - применять общие методы и приемы (разложение на множители, замена переменной, использование свойств функций) в процессе решения уравнений, неравенств и систем; - пользоваться графическим методом решения и исследования уравнений, неравенств и систем; - применять уравнения, неравенства и системы к решению текстовых задач; - решать уравнения и неравенства, содержащие переменную под знаком модуля; - решать уравнения, неравенства и системы с параметрами
Раздел: ФУНКЦИИ		
<p>Линейные, квадратичные, степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции, их основные свойства. Числовые последовательности</p>	<ul style="list-style-type: none"> - определение функции, область определения, область значения функции, график функции; - способы задания функций, основные свойства и графики функций, указанных в названии темы; определение функции, обратной данной; - определение арифметической и геометрической прогрессий; - формулы n-го члена арифметической и геометрической прогрессий; - формулы суммы n первых членов арифметической и геометрической прогрессий; - формула суммы бесконечной геометрической прогрессии со знаменателем $q < 1$. 	<p>Область определения, область значения функции;</p> <ul style="list-style-type: none"> - исследовать функцию на четность (нечетность), периодичность; - строить графики элементарных функций, указанных в названии темы; - устанавливать свойства числовых функций, заданных формулой или графиком; - использовать преобразования графиков функций; - решать задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии.
<p>Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Производные</p>	<ul style="list-style-type: none"> - уравнение касательной к графику функции в точке; - определение производной функции в точке; 	<ul style="list-style-type: none"> - находить угловой коэффициент и угол наклона касательной к графику функции в точке;

элементарных функций. Правила дифференцирования.	<ul style="list-style-type: none"> - физический и геометрический смысл производной; - таблица производных элементарных функций; - правила нахождения производной суммы, произведения, частного двух функций; - правила нахождения производной сложной функции. 	<ul style="list-style-type: none"> - находить производные элементарных функций; - находить числовое значение производной функции в точке для заданного значения аргумента; - находить производную суммы, произведения и частного двух функций; - находить производную сложной функции; - решать задачи с использованием геометрического и физического смысла производной.
Исследование функции с помощью производной. Построение графиков функций.	<ul style="list-style-type: none"> - достаточное условие возрастания (убывания) функции на отрезке; - экстремумы функции; - определение наибольшего и наименьшего значения функции. 	<ul style="list-style-type: none"> - находить промежутки монотонности функции; - находить экстремумы функции при помощи производной, наибольшее и наименьшее значения функции; - исследовать функцию при помощи производной и строить их графики; - решать прикладные задачи на нахождение наибольших и наименьших значений.
Первообразная и определенный интеграл. Приложение определенного интеграла к вычислению площадей криволинейных трапеций.	<ul style="list-style-type: none"> - определение первообразной функции, определенного интеграла, криволинейной трапеции; - таблица первообразных функций; - правила нахождения первообразных; - формула Ньютона – Лейбница. 	<ul style="list-style-type: none"> - находить первообразную, используя ее основные свойства; - применять формулу Ньютона-Лейбница для вычисления определенного интеграла; - вычислять площадь криволинейной трапеции при помощи интеграла; - решать простейшие прикладные задачи, сводящиеся к нахождению интеграла.
ГЕОМЕТРИЯ		
Раздел: ПЛАНИМЕТРИЯ		
Простейшие геометрические фигуры на плоскости и их свойства.	<ul style="list-style-type: none"> - понятия точки и прямой, луча, отрезка, ломаной, угла; - аксиомы планиметрии; - смежные и вертикальные углы, биссектриса угла; 	<ul style="list-style-type: none"> - применять определения, признаки и свойства простейших геометрических фигур к решению планиметрических задач и

	<ul style="list-style-type: none"> - свойства смежных и вертикальных углов; - свойство биссектрисы угла; - параллельные и перпендикулярные прямые; - перпендикуляр и наклонная, серединный перпендикуляр, расстояние от точки до прямой; - признаки параллельности прямых; - теорема Фалеса, обобщенная теорема Фалеса. 	задач с практическим содержанием.
Окружность и круг.	<ul style="list-style-type: none"> - окружность, круг и их элементы; - центральные, вписанные углы и их свойства; - свойства двух пересекающихся хорд, - касательные к окружности и их свойства. 	- применять полученные знания к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.
Треугольники.	<ul style="list-style-type: none"> - виды треугольников и их основные свойства; - признаки равенства треугольников; - медиана, биссектриса, высота треугольника и их свойства; - теорема о сумме углов треугольника; - неравенство треугольника; - средняя линия треугольника и ее свойства; - окружность, описанная около треугольника, и окружность, вписанная в треугольник; - теорема Пифагора, пропорциональные отрезки прямоугольного треугольника; - соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника; - теорема синусов; - теорема косинусов. 	<ul style="list-style-type: none"> - классифицировать треугольники по сторонам и углам; - решать треугольники; - применять определения и свойства разных видов треугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием; - находить радиусы окружности, описанной около треугольника, и окружности, вписанной в треугольник.
Четырехугольник.	<ul style="list-style-type: none"> - четырехугольник и его элементы; - параллелограмм и его свойства; - признаки параллелограмма; 	- применять определения, признаки и свойства разных видов четырехугольников к решению планиметрических задач и

	<ul style="list-style-type: none"> - прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция и их свойства; - средняя линия трапеции и ее свойство; - вписанные в окружность и описанные около окружности четырехугольники. 	задач с практическим содержанием.
Многоугольники.	<ul style="list-style-type: none"> - многоугольник и его элементы, выпуклый многоугольник; - периметр многоугольника; - сумма углов выпуклого многоугольника; - правильный многоугольник и его свойства; - вписанные в окружность и описанные около окружности многоугольники. 	- применять определение и свойства многоугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.
Геометрические величины и их измерение.	<ul style="list-style-type: none"> - длина отрезка, окружности и ее дуги; - величина угла, измерение углов; - периметр многоугольника; - формулы для вычисления площади треугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции, правильного многоугольника, круга, кругового сектора. 	<ul style="list-style-type: none"> - находить длины отрезков, градусные и радианные меры углов, площади геометрических фигур; - вычислять длину окружности и ее дуг, площадь круга, кругового сектора; - использовать формулы площадей геометрических фигур к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.
Координаты и векторы на плоскости.	<ul style="list-style-type: none"> - прямоугольная система координат на плоскости, координаты точки; - формула для вычисления расстояния между двумя точками и формула для вычисления координат середины отрезка; - уравнение прямой и окружности; - понятие вектора, длина вектора, коллинеарные векторы, равные векторы, координаты вектора; - сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число; 	<ul style="list-style-type: none"> - находить координаты середины отрезка и расстояние между двумя точками; - составлять уравнение прямой и уравнение окружности; - выполнять действия с векторами; - находить скалярное произведение векторов; - применять координаты и векторы к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.

	<ul style="list-style-type: none"> - разложение вектора по двум неколлинеарным векторам; - скалярное произведение векторов и его свойства; - формула для нахождения угла между векторами, заданными координатами; - условия коллинеарности и перпендикулярности векторов, заданных координатами. 	
Геометрические преобразования.	<ul style="list-style-type: none"> - основные виды и смысл геометрических преобразований на плоскости (движение, симметрия относительно точки и относительно прямой, поворот, параллельный перенос, преобразование подобия, гомотетия); - признаки подобия треугольников; - отношение площадей подобных фигур. 	<ul style="list-style-type: none"> - использовать свойства основных видов геометрических преобразований, признаки подобия треугольников к решению планиметрических задач и задач с практическим содержанием.
Раздел: СТЕРЕОМЕТРИЯ		
Прямые и плоскости в пространстве.	<ul style="list-style-type: none"> - аксиомы и теоремы стереометрии; - взаимное расположение прямых в пространстве, прямой и плоскости в пространстве; - признаки параллельности прямых, прямой и плоскости, плоскостей; - параллельное проектирование; - признаки перпендикулярности прямой и плоскости, двух плоскостей; - проекция наклонной на плоскость, ортогональная проекция; - прямая и обратная теоремы о трех перпендикулярах; - расстояние от точки до плоскости, от точки до прямой, от прямой до параллельной ей плоскости, между параллельными прямыми, между 	<ul style="list-style-type: none"> - применять определения, признаки и свойства параллельных и перпендикулярных прямых и плоскостей к решению стереометрических задач и задач с практическим содержанием; - находить перечисленные расстояния и величины углов в пространстве.

	<p>параллельными плоскостями, между скрещивающимися прямыми;</p> <ul style="list-style-type: none"> - признак скрещивающихся прямых; - угол между прямыми, прямой и плоскостью, плоскостями. 	
<p>Многогранники, тела и поверхности вращения.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - двугранный угол, линейный угол двугранного угла; - многогранники и их элементы, основные виды многогранников: призма, параллелепипед, пирамида, усеченная пирамида; - тела и поверхности вращения и их элементы, основные виды тел и поверхностей вращения: цилиндр, конус, усеченный конус, шар, сфера; - сечения многогранников и тел вращения плоскостью; - комбинации геометрических тел; - формулы вычисления площадей поверхностей, объемов многогранников и тел вращения. 	<ul style="list-style-type: none"> - решать задачи на вычисление площадей поверхностей и объемов геометрических тел; - устанавливать по развертке поверхности вид геометрического тела; - применять определения и свойства основных видов многогранников, тел и поверхностей вращения к решению стереометрических задач и задач с практическим содержанием.
<p>Координаты и векторы в пространстве.</p>	<ul style="list-style-type: none"> - прямоугольная система координат в пространстве, координаты точки; - формула для вычисления расстояния между двумя точками и формула для вычисления координат середины отрезка; - понятие вектора, длина вектора, коллинеарные векторы, равные векторы, координаты вектора; - сложение, вычитание векторов, умножение вектора на число; - скалярное произведение векторов и его свойства; - формула нахождения угла между векторами, заданными координатами; - условия коллинеарности и перпендикулярности 	<ul style="list-style-type: none"> - находить координаты середины отрезка и расстояние между двумя точками; - выполнять действия с векторами; - находить скалярное произведение векторов; - применять координаты и векторы к решению стереометрических задач и задач с практическим содержанием

	векторов, заданных координатами.	
--	--	--

Литература для подготовки к экзамену

- 1) ЕГЭ: 1000 задач с ответами и решениями по математике. Все задания группы С «Закрытый сегмент» / И. Н. Сергеев, В.С. Панферов. – М.: Издательство «Экзамен», 2019. – 301, [3] с. (Серия «Банк заданий ЕГЭ»)
- 2) В. К. Егерев и др. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / Под ред. М. И. Сканави. – К.: Каннон, 1997. – 528 с.
- 3) Говоров В.М., Дыбов П.Т., Мирошин Н.В., Смирнова С.Ф. Сборник конкурсных задач по математике (с методическими указаниями и решениями): Учебн. Пособие. – 2-е изд. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 384 с.
- 4) Нелин Е.П. Алгебра и начала анализа: Двухуровневый учеб. для 10 кл. общеобразоват. учеб. заведений / Пер. с укр. Е.П. Нелина. – Х.: Мир детства, 2006. – 448 с.
- 5) Нелин Е.П., Долгова О.Е. Алгебра и начала анализа: Двухуровневый учеб. для 11 кл. общеобразоват. учеб. заведений / Пер. с укр. Е.П. Нелина. – Х.: Мир детства, 2006. – 416 с.
- 6) Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М.: Просвещение, 2014. – 431 с. : ил. – (МГУ - школе).
- 7) Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. организаций: базовый и углубл. уровни / [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]. – М.: Просвещение, 2014. – 464 с.: ил. – (МГУ - школе).

8) ЕГЭ 2019. Математика. Практикум по выполнению типовых тестовых заданий ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – М.: Издательство «Экзамен», 2019. – 70, [2] с. (Серия «ЕГЭ. ОФЦ. Практикум»).

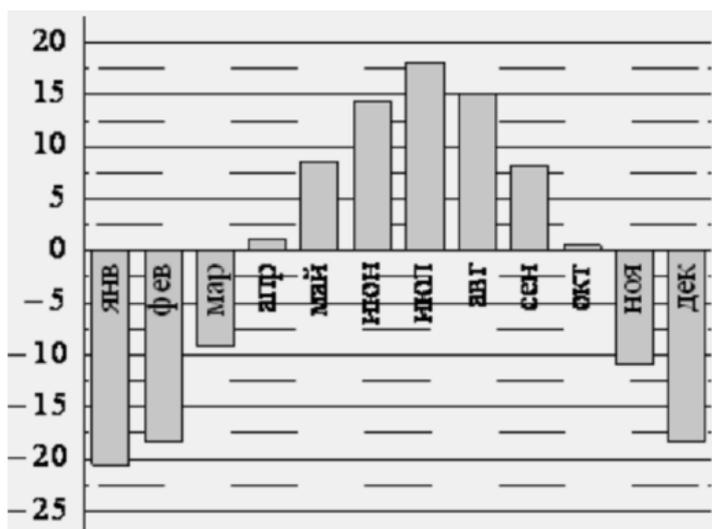
ДЕМОНСТРАЦИОННЫЙ ВАРИАНТ ТЕСТА

Часть 1

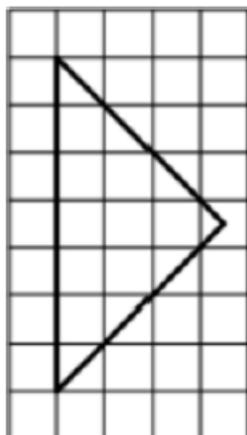
Ответом к заданиям 1 – 12 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клетки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке. Единицы измерений писать не нужно.

№ 1. Система навигации самолета информирует пассажира о том, что полет проходит на высоте 39 000 футов. Выразите высоту полета в метрах. Считайте, что 1 фут равен 30,5 см.

№ 2. На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха (в градусах Цельсия) в Костроме по результатам многолетних наблюдений. Найдите по диаграмме количество месяцев с начала февраля по конец августа, когда среднемесячная температура в Костроме положительна.



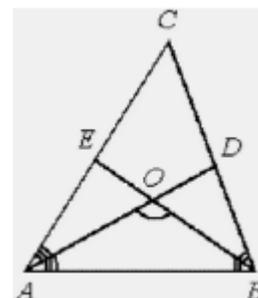
№ 3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1 x 1 изображен равнобедренный прямоугольный треугольник. Найдите длину его биссектрисы, выходящей из вершины прямого угла.



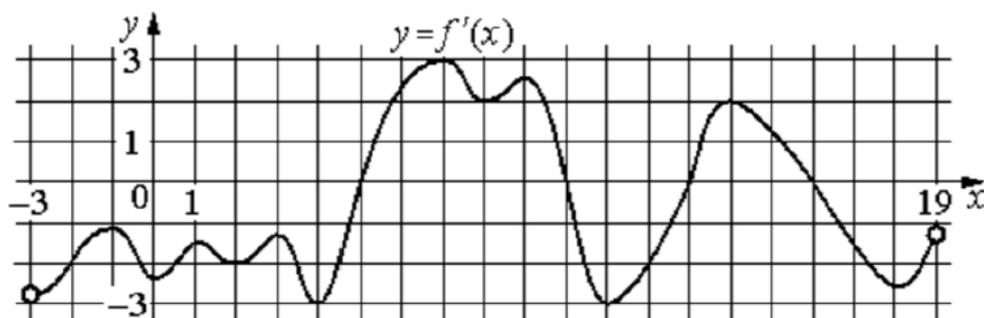
№ 4. Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов – первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора Хи. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора Хи окажется запланированным на последний день конференции?

№ 5. Найдите корень уравнения $\sqrt{28 - 2x} = 2$.

№ 6. В треугольнике ABC угол C равен 58° , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O . Найдите угол AOB . Ответ дайте в градусах.



№ 7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 19)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$, принадлежащих отрезку $[-2; 15]$.



№ 8. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ известны длины ребер: $AB = 28$, $AD = 16$, $AA_1 = 12$. Найдите синус угла между прямыми DD_1 и B_1C .

Часть 2

№ 9. Найдите значение выражения $\log_7 12.25 + \log_7 4$.

№ 10. В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 (мг) – начальная масса изотопа, t (мин) – время, прошедшее от начального момента, T (мин) – время полураспада. В начальный момент времени масса изотопа составляла 50 мг. Период его полураспада равен 5 мин. Через сколько минут масса изотопа будет равна 12,5 мг?

№ 11. Из пункта А в пункт В, расстояние между которыми 30 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. За час автомобилист проезжает на 70 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 1 час 10 минут позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

№ 12. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 36}{x}$.

Для записи решений и ответов на задания 13–19 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (13, 14 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте четко и разборчиво.

№ 13. а) Решите уравнение $2 \sin^2 x + 4 = 3\sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

№ 14. В правильной треугольной призме $ABCA_1B_1C_1$ сторона AB основания равна 6, а боковое ребро AA_1 равно 3. На ребрах AB и B_1C_1 отмечены точки K и L соответственно, причем $AK = B_1L = 2$. Точка M – середина ребра A_1C_1 . Плоскость γ параллельна прямой AC и содержит точки K и L .

а) Докажите, что прямая BM перпендикулярна плоскости γ .

б) Найдите объем пирамиды, вершина которой – точка M , а основание – сечение данной призмы плоскостью γ .

№ 15. Решите неравенство $125^x - 25^x + \frac{4 \cdot 25^x - 20}{5^x - 5} \leq 4$.

№ 16. В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AH . Из точки H на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры HK и HM соответственно.

- а) Докажите, что отрезки AM и MK равны.
 б) Найдите MK , если $AB = 5$, $AC = 8$.

№ 17. В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на три года в размере S млн рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- Каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- С февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- В июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей:

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2107	Июль 2018	Июль 2019
Долг (в млн рублей)	S	$0.6S$	$0.25S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором каждая из выплат будет меньше 5 млн рублей.

№ 18. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(4 \cos x - 3 - a) \cos x - 2.5 \cos 2x + 1.5 = 0$ имеет хотя бы один корень.

№ 19. Имеется 8 карточек. На них записывают по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные восемь сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
 б) Может ли в результате получиться 1?
 в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Разработчики программы:

к.п.н., доцент Катержина Светлана Федоровна,

к.т.н., доцент Собашко Юлия Александровна.



Утверждено решением Ученого Совета ИФМЕН от 17.06.2019г., протокол № 6.

Председатель Ученого Совета  /Кусманов С.А./